

109 學年度芳苑國中數學領域李雅文老師公開授課【110.01.08(五)第三節】

領域/科目	數學	設計者	李雅文
教學對象	三年忠班	總節數	共 1 節， 45 分鐘
單元(主題)名稱	3-2 外心、內心與重心	上課地點	三年忠班
核心素養	<ul style="list-style-type: none"> <li>●數-J-A2 系統思考與解決問題 具備有理數、根式、坐標系之運算能力，並能以符號代表數或幾何物件，執行運算與推論，在生活情境或可理解的想像情境中，分析本質以解決問題。</li> <li>●數-J-B1 符號運用與溝通表達 具備處理代數與幾何中數學關係的能力，並用以描述情境中的現象。能在經驗範圍內，以數學語言表述平面與空間的基本關係和性質。能以基本的統計量與機率，描述生活中不確定性的程度。</li> <li>●數-J-C2 人際關係與團隊合作 樂於與他人良好互動與溝通以解決問題，並欣賞問題的多元解法。</li> </ul>	學習重點	<ul style="list-style-type: none"> <li>●S-IV-11 理解三角形重心、外心、內心的意義和其相關性質。</li> </ul>
			學習內容
教材來源	● 康軒版數學 3 上課本 3-2 外心、內心與重心(第 162~165 頁)。		
單元(主題)學習目標			
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 三角形的重心                             <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) 重心為三角形三中線的交點。</li> <li>(2) 重心到一頂點的距離等於過該頂點之中線長的 <math>\frac{2}{3}</math>。</li> <li>(3) 三角形的重心與三頂點的連線段將此三角形的面積三等分。</li> <li>(4) 三角形的三中線將此三角形的面積六等分。</li> </ol> </li> </ul>			
單元(主題)評量			
● 提問、口頭回答、小組發表、小組合作學習(態度、情意)。			
學習引導內容及實施方式(含時間分配)			學習評量/備註
一、導入活動(10 分鐘)： <ul style="list-style-type: none"> <li>● 【提問 1】何謂三角形的重心？ 【參考答案】三角形三中線交於一點，此點為三角形的重心。</li> <li>● 【提問 2】三角形重心的性質有哪些？ 【參考答案】                             <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) 重心到一頂點的距離等於過該頂點之中線長的 <math>\frac{2}{3}</math>。</li> <li>(2) 三角形的重心與三頂點的連線段將此三角形的面積三等分。</li> <li>(3) 三角形的三中線將此三角形的面積六等分。</li> </ol> </li> </ul>			<ul style="list-style-type: none"> <li>● 小組討論、合作學習。</li> <li>● 小組發表。</li> </ul>

二、發展活動(10+20 分鐘)：

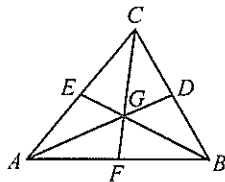
- 【重心性質證明】重心到一頂點的距離等於過該頂點之中線長的 $\frac{2}{3}$ 。

[已知]如右圖，若  $G$  點為  $\triangle ABC$  的重心。

[試證](1)  $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 、 $\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$ 、

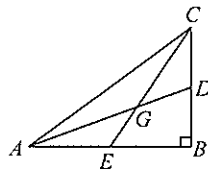
$\overline{CG} : \overline{GF} = 2 : 1$ 。

(2)  $\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD}$ ， $\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BE}$ ， $\overline{CG} = \frac{2}{3} \overline{CF}$ 。



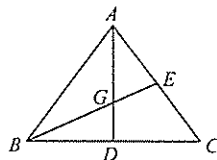
- 【課本例 10】三角形重心性質的應用

如右圖，直角  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 90^\circ$ ， $G$  點為中線  $\overline{AD}$ 、 $\overline{CE}$  的交點，若  $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{AC} = 10$ ，則  $\triangle ACG$  面積為多少？



- 【例 10 隨堂練習】

如右圖， $\triangle ABC$  中， $G$  點為中線  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$  的交點，若  $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則  $\triangle AGE$  的面積為多少？



- 小組討論、合作學習。
- 小組發表。

- 小組討論、合作學習。
- 小組發表。

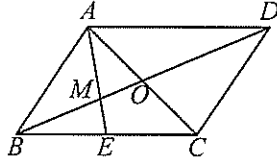
- 小組討論、合作學習。
- 小組發表。

● 【課本例 11】三角形重心性質的面積應用

如右圖，四邊形  $ABCD$  為平行四邊形， $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  為平行四邊形的對角線，交點為  $O$ ， $E$  為  $\overline{BC}$  的中點， $\overline{AE}$  與  $\overline{BD}$  相交於  $M$ ，且  $\overline{OM} = 5$ ，則：

(1)  $\overline{BD}$  為多少？

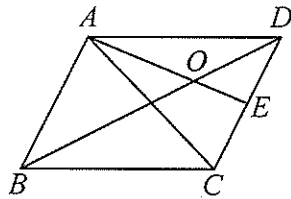
(2)  $\triangle AMO$  的面積為平行四邊形  $ABCD$  面積的幾分之幾？



- 小組討論、合作學習。
- 小組發表。

● 【例 11 隨堂練習】

如右圖，四邊形  $ABCD$  為平行四邊形， $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  為平行四邊形的對角線， $E$  為  $\overline{CD}$  的中點， $\overline{AE}$  與  $\overline{BD}$  相交於  $O$  點。若  $\triangle ODE$  的面積為 3 平方公分，則平行四邊形  $ABCD$  的面積為何？



- 小組討論、合作學習。
- 小組發表。

● 【等腰三角形的三心關係】

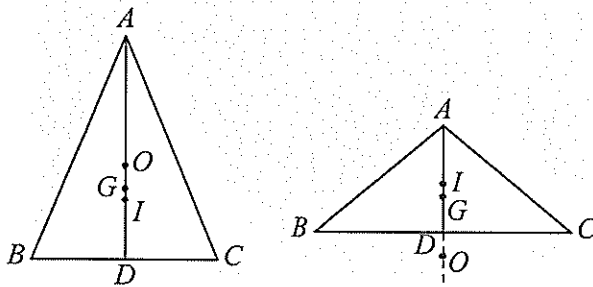
等腰  $\triangle ABC$  的頂角  $\angle BAC$  的角平分線、 $\overline{BC}$  上的中線以及中垂



線，都會在  $AD$  上，所以等腰三角形的外心、內心與重心都會



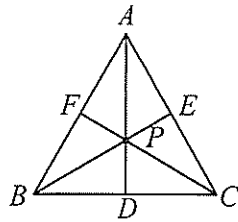
落在  $AD$  上，即等腰三角形的外心、內心與重心三心共線。



- 小組討論、合作學習。
- 小組發表。

● 【正三角形的三心關係】

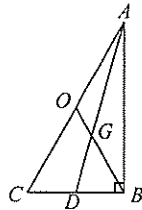
正 $\triangle ABC$ 中，各邊的中線及各角的角平分線，分別在中垂線  
 $\longleftrightarrow \longleftrightarrow \longleftrightarrow$   
 $AD$ 、 $BE$ 、 $CF$ 上，因此正三角形的外心、內心與重心為同  
 一點 $P$ ，即正三角形的外心、內心與重心三心共點。



- 小組討論、合作學習。
- 小組發表。

● 【直角三角形的外心與重心】

直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $O$ 、 $D$ 分別為 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 之中點，  
 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BO}$ 相交於 $G$ 點，所以 $O$ 點為 $\triangle ABC$ 的外心，  
 $G$ 點為 $\triangle ABC$ 的重心，也就是直角三角形的外心和重心同  
 時在中線 $\overline{BO}$ 上。



- 小組討論、合作學習。
- 小組發表。

三、總結活動(5分鐘)：

- 【提問 1】若 $G$ 為 $\triangle ABC$ 內部一點，且 $\triangle AGB$ 面積= $\triangle AGC$ 面積= $\triangle BGC$ 面積，則 $G$ 點為 $\triangle ABC$ 的什麼心？  
 【參考答案】 $G$ 點為 $\triangle ABC$ 的重心。
- 【提問 2】三角形重心的性質有哪些？  
 【參考答案】
  - (1)重心到一頂點的距離等於過該頂點之中線長的 $\frac{2}{3}$ 。
  - (2)三角形的重心與三頂點的連線段將此三角形的面積三等分。
  - (3)三角形的三中線將此三角形的面積六等分。
- 【提問 3】特殊三角形的三心關係？  
 【參考答案】
  - (1)等腰三角形的外心、內心與重心三心會共線。
  - (2)正三角形的外心、內心與重心三心會共點。
  - (3)直角三角形的外心和重心同時在斜邊的中線上。

- 老師提問，個別回答。