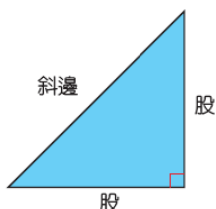


章 元 內 容

① 勾股定理

- 直角三角形：三個內角中有一角為 90° 的三角形稱為直角三角形。
 - 斜邊：直角三角形中直角所對的邊稱為斜邊，在中國古時候稱為弦。
 - 股：直角三角形中銳角所對的邊稱為股，兩股中較短者又稱為勾。



【說明】右圖中，

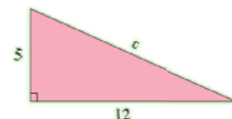
$$c^2 = 5^2 + 12^2$$

所以 $c^2 = 25 + 144$

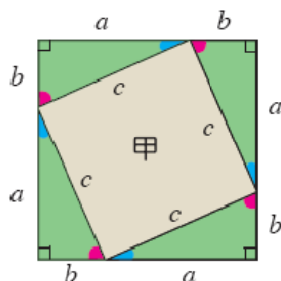
因為 $c > 0$

故 $c = \sqrt{169}$

$= 13$



- 勾股定理：直角三角形兩股的平方和等於斜邊的平方，這種關係稱為勾股定理、勾股弦定理、商高定理或畢氏定理。



甲的面積 = 大正方形面積 - 四個直角三角形面積和

$$c^2 = (a+b)^2 - \frac{ab}{2} \cdot 4$$

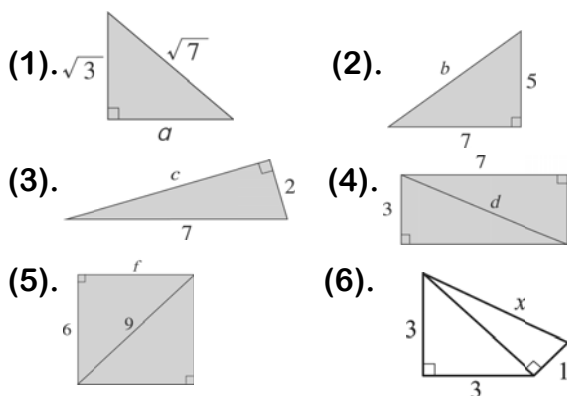
$$= a^2 + 2ab + b^2 - 2ab$$

$$= a^2 + b^2$$

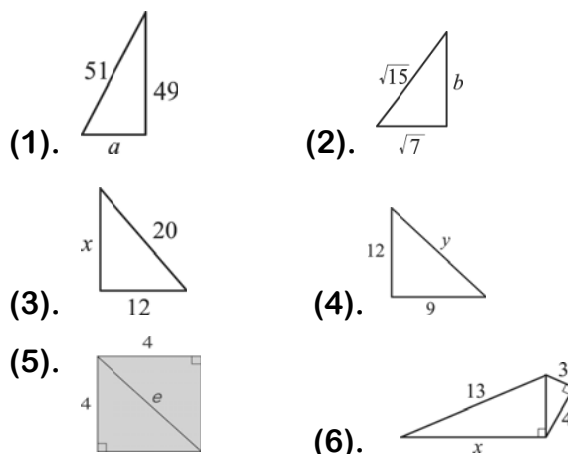
範 例 講 解

Ex1. 利用勾股定理計算下列各圖形未知的邊長：

Hw1. 利用勾股定理計算下面直角三角形中未知的邊長：



Ans: $2; \sqrt{74}; \sqrt{45}; \sqrt{58}; \sqrt{45}; \sqrt{19}$



Ans: $10\sqrt{2}; 2\sqrt{2}; 16; 15; \sqrt{32}; 12$

Ex2.

- 已知一長方形的長為 2.4 公分，其對角線長為 2.6 公分，求此長方形的周長。
- 已知一正方形的對角線長 40 公分，求其邊長。

Ans: $6.8; 20\sqrt{2}$

Hw2.

- 已知一長方形的花園，此花園的長是 2.4 公尺，其對角線長為 2.6 公尺，求此花園的面積為何？
- 有一正方形的對角線長 $5\sqrt{2}$ ，則此正方形的邊長為多少？

Ans: $2.4; 5$

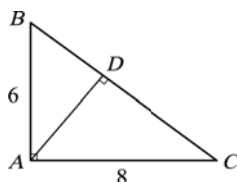
Ex3. 直角△的三邊長分別為 5、12、x，求 x = ?

Ans: 13 或 $\sqrt{119}$

Hw3. 已知一直角三角形的兩邊長分別為 3、4，求第三邊長為何？

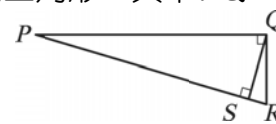
Ans: 5 或 $\sqrt{7}$

Ex4. 如圖，直角△ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 8$ ，試求 \overline{AD} 的長。



Ans: $\frac{24}{5}$;

Hw4. 如圖，△PQR 為一直角三角形，其中 $\overline{PQ} = 96\text{cm}$ ， $\overline{PR} = 100\text{cm}$ ，則 $\overline{QS} = ?$



Ans: $\frac{672}{25}$;

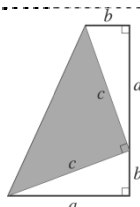
Ex5. 如圖，兩個相同的直角三角形（兩股長分別為 a、b，斜邊長為 c）與一個灰色的等腰直角三角形（腰長為 c）；拼成一個梯形，請問：

Hw5. 如圖的梯形是由兩個相等的直角三角形和一個腰長為 c 的等腰直角三角形組成的，若已知兩個相等的直角三角形其兩股長分別為 a、b，則：

(1). 梯形面積=? (以 a、b 表示)

(2). 灰色三角形的面積=? (以 c 表示)

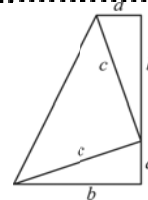
(3). 由「梯形面積=灰色三角形的面積+兩個三角形的面積」列出算式，並將它展開、化簡，可以得到什麼式子?



Ans: $\frac{a^2+2ab+b^2}{2}$; $\frac{c^2}{2}$; $a^2+b^2=c^2$

(1). 梯形的面積=? (以 a、b 表示)

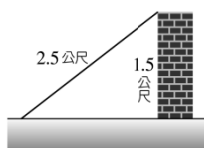
(2). 等腰直角三角形的面積=? (以 c 表示)



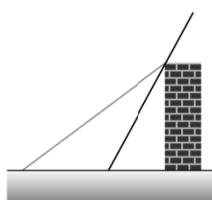
Ans: $\frac{1}{2}(a+b)^2$; $\frac{1}{2}c^2$

Ex6. 已知梯子長 2.5 公尺，牆高 1.5 公尺。

(1). 將梯子斜靠在牆上，使得梯頂剛好靠在牆頂上，如圖所示。請問梯腳離牆角多少公尺?



(2). 如果將梯腳往牆腳方向移動 1.2 公尺後，請問此時梯子突出牆頂的部分為多少公尺?

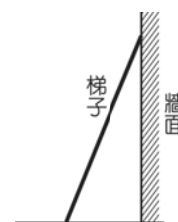


Ans: 2; 0.8

Hw6. 如圖，翰翰將 2.6 公尺的梯子放在離牆腳 1 公尺處，則：

(1). 梯頂離地面多少公尺?

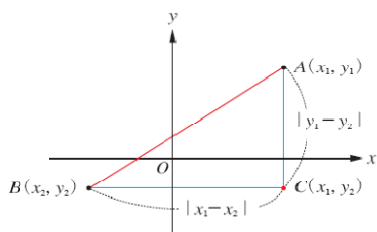
(2). 若翰翰覺得梯子架得太高了，想要降低 32 公分，則應將梯腳放在牆角幾公尺處?



Ans: 2.4; 1.56

2 座標平面上兩點的距離

■ 座標平面的距離：平面上任意兩點 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 間的距離



由上圖可知 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

【說明】 $A(6, 2)$ 、 $B(6, 8)$

(1). $A(6, 2)$ 、 $B(6, 8)$

$$\overline{AB} = 8 - 2 = 6$$

(2). $A(4, 3)$ 、 $B(-2, 3)$

$$\overline{AB} = 4 - (-2) = 6$$

(3). $A(3, 2)$ 、 $B(6, 6)$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(3-6)^2 + (2-6)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= 5 \end{aligned}$$

範

例

講

解

Ex7. 求下列各小題中，坐標平面上兩點間的距離

Hw7. 求坐標平面上兩點間的距離：

離：

- (1) .A(6 , -3) 、 B(-2 , -3) 。
- (2) .C(2 , -1) 、 D(5 , 3) 。
- (3) .E(5 , -3) 、 F(-2 , 21) 。
- (4) .G(1 , 1) 、 H(2 , 3) 。

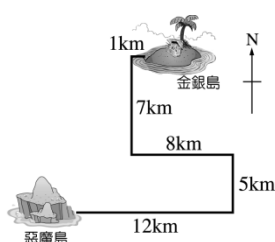
Ans: 8;5;25; $\sqrt{5}$

- (1). A(2 , -3) 、 B(-5 , -3)
- (2).C(0 , 0) 、 D(3 , -4)
- (3).E(-6 , -4) 、 F(3 , -2)
- (4).G(4 , 4) 、 H(7 , 0)

Ans: 5;7; $\sqrt{85}$;5

Ex8.

(1).如圖，阿里不達從惡魔島出發，要到金銀島去捕捉千禧蟲，途中必須先向東走 12 公里，向北走 5 公里，向西走 8 公里，再向北走 7 公里，最後向東走 1 公里，請問惡魔島到金銀島的直線距離是多少公里？



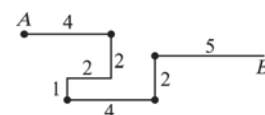
(2).小明從家中到學校的路徑為先向東 4 公里，再向北 5 公里，再轉向西 16 公里，則學校到小明的直線距離有多遠？

Ans: 13;13

Hw8.

(1).虎克船長在無人島上埋藏寶藏，他先在 A 地紮營，然後向東走 15 公里到達 B 地，藏了第一批珠寶；再由 B 地向南走 8 公里到達 C 地，藏了第二批珠寶；之後，疲倦的虎克船長由 C 地走直線回到 A 地。請問虎克船長共走了多少公里？

(2).有一個機器人，他只能直線前進或是轉角 90°，如圖為此機器人從 A 點到 B 點的行走路徑，則 $\overline{AB} = ?$



Ans: 40; $\sqrt{122}$

Ex9.若在坐標平面上有 A(2,3)、B(-1,4)、C(2,4)三點，則 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的大小關係為下列何者？

Ans: $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$

Hw9.下列何點距離原點最遠？

- (A)(5,-4) (B)(4,4) (C)(5,-5) (D)(-4,5) 。

Ans: c

綜 合 應 用

Ex10.下列何者不是直角三角形的三邊長？

- (A) 11、60、61 (B) 32、42、52 (C) 7、24、25 (D) 2.5、6、6.5 。

Ans: B

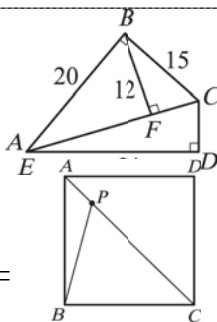
Hw10.下列哪一組數不是直角三角形的三邊長？

- (A) 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ (B) 3,4,5 (C) 9,40,41 (D) 20,21,31 。

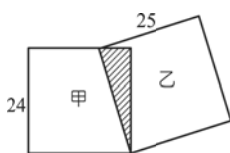
Ans: D

Ex11.

(1).如圖，求出 $\overline{AF} + \overline{CD}$ = ?



(2).如圖，P 為正方形 ABCD 對角線 AC 上一點，已知 $\overline{AP} = 2$ ， $\overline{CP} = 8$ ，則 $\overline{BP} = ?$



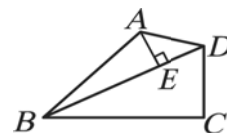
(3).如圖，則甲、乙兩個正方形重疊出的斜線部分面積為何？

Ans: 23 ; $\sqrt{34}$; 84

Hw11.

(1).如圖， $\angle C = 90^\circ$ ，

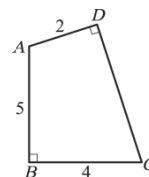
$\overline{AE} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{BC} =$



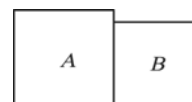
12， $\overline{DC} = 5$ ， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{DE} = 5$ ，求

$\overline{AD} = ?$

(2).如圖，則 $\overline{CD} = ?$



(3).如圖，A、B 兩正方形的邊長各是 8cm、7cm，

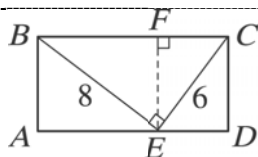


則所有邊上任意兩點的距離最長為多少公分？

Ans: $\sqrt{61}$; $\sqrt{37}$; 17

Ex12.如圖，矩形 ABCD

中， $\overline{BE} = 8$ ， $\overline{EC} = 6$ ， $\angle BEC = 90^\circ$ ，求矩形 ABCD 面積。

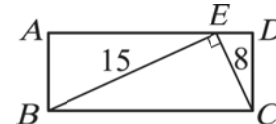


Ans: 48

Hw12. 如圖，ABCD 為一矩形，則：

(1). $\overline{CD} = ?$

(2). 矩形 ABCD 的面積 = ?



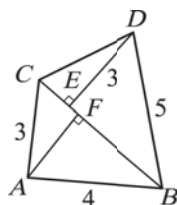
Ans: $\frac{120}{17}$; 120

Ex13.如圖，已知 $\overline{AB} = 4$ 、

$\overline{AC} = 3$ 、 $\overline{DB} = 5$ 、 \overline{DE}

$= 3$ ，且 $\overline{AC} \perp \overline{AB}$ ，則

$\overline{CD} = ?$

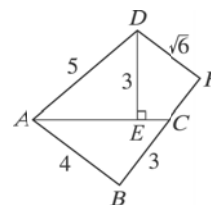


Ans: $\sqrt{10}$

Hw13.如圖， $\overline{AB} \perp \overline{BF}$ ，

$\overline{DF} \perp \overline{BF}$ ， $\overline{DE} \perp$

\overline{AC} ，求 $\overline{CF} = ?$

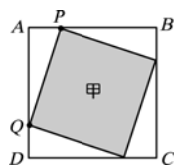


Ans: 2

Ex14. 已知正方形甲是面積為 676

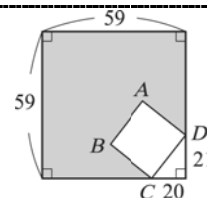
平方公分，若 $\overline{AP} = 10$ 公分，則正方形 **ABCD** 的面積為何？

Ans: 48



Hw14. 如圖，四邊形 **ABCD** 為一正方形，則灰色部分的面積為何？

Ans: 1156

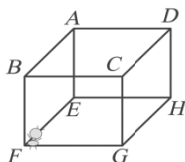


Ex15.

(1). 如圖是一個長方體容器的示意圖，其中 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BF} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ，有一隻螞蟻在 **F** 點想移動到 **D** 點，試問螞蟻最少要移動多少距離？

(2). 一個長方體的盒子內部尺寸是 **3cm**、**4cm**、**12cm**，則可放在盒中，最長細桿的長度為多少？

Ans: $5\sqrt{2}$; 13



Hw15.

(1). 如圖， \overline{PQ} 是正方體的對角線，若 $\overline{PQ} = a$ ，則正方體的表面積為何？

(2). 如圖是一個長方體容器的示意圖，其中

$\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BF} = 3$ ，

$\overline{BC} = 5$ ，有一隻蜜蜂

在 **F** 點想移動到 **D** 點，試問蜜蜂最少要移動多少距離？

Ans: $2a^2$; $\sqrt{38}$

