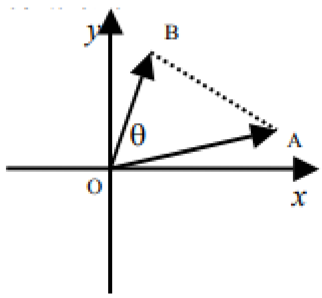
平面向量的內積

一、坐標化的向量內積

設 $\vec{a}=(a_1,a_2),\vec{b}=(b_1,b_2)$，我們如何用 a_1,a_2,b_1,b_2 表示 $a\cdot b$ 呢？ 利用:______________。

證明：



令 $\overline{OA}=(a_1,a_2),\overline{OB}=(b_1,b_2)$

結論：若 $\vec{a}=(a_1,a_2),\vec{b}=(b_1,b_2)$，則 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$_________________。

二、向量內積重點

1. $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=a_1b_1+a_2b_2$

2. 若 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 皆不為 0，則 $\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$（看到 cos 想到內積）

3. 若 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 皆不為 0，$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

4. 若 $\vec{a}=\vec{b}$，夾角 $\theta=0^\circ$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}||\vec{a}|\cos 0^\circ=|\vec{a}|^2$

三、向量內積練習

1. 設 ΔABC 的三頂點為 $A(3,-2),B(-1,-4),C(6,-3)$，求內角 $\angle A$ 的角度。

2. 設向量 $\vec{a}$ 與另一向量 $\vec{b}=(\sqrt{3},1)$ 的夾角是 120° 且 $|\vec{a}|=8$，試求向量 $\vec{a}$。

3. 設$\vec{u}=(k,1),\vec{v}=(2,3)$，求$k$之值

(1)$\vec{u}$和$\vec{v}$垂直（2）$\vec{u}$和$\vec{v}$平行（3）$\vec{u}$和$\vec{v}$的夾角為$60°$

4. ΔABC中，設$A(-2,1),B(1,2),C(-4,3)$，試求ΔABC的垂心H

5. 設$A(4,0),B(0,-3)$，動點P為直線$x+y=0$上之一點。則$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$之最小值為______。

6. 設$A(1,-2),B(0,2),C(-3,4)$為ΔABC之三頂點，求$\sin\angle A$為______。

7. 設$\overrightarrow{OA}=(3,1),\overrightarrow{OB}=(-1,2)$，若$\overrightarrow{OC}\perp\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{BC}\parallel\overrightarrow{OA}$，且$\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}$，則$\overrightarrow{OD}$為______。