

我是：一年三班_____號_____

 主題一：公因數與最大公因數

【觀念 A】公因數與最大公因數

- ✓ A(12)和 B(18)兩數字，他們有許多共同的因數稱為_____；其公因數有 1 個/很多個在眾多公因數中，其中老大就是當中最大的數，我們稱為_____
- ✓ A 和 B 的所有公因數，都會是_____的因數
- ✓ 兩個數字一定會有公因數，只是當這個公因數為_的時候，我們稱為兩數互質
- ✓ 互質和質數概念不同，兩個質數一定互質；但兩個互質的數，未必都要是質數

▲：請同學們利用上課時間找出答案，並討論形成共識。「每個▲」，老師會抽 1 位 / 點名同學現場報告

1. ▲請列出 12 的所有因數_____
- 請列出 18 的所有因數_____
- 請列出 12 和 18 的公因數_____
- 請列出 12 和 18 的最大公因數_____
- 你發現 12 和 18 的公因數全部都是_____的因數

參考課本

P.112



2. 請列出 16、24、32 的所有公因數後，並找出這三個數的公因數？
- 請列出 16 的所有因數_____
- 請列出 24 的所有因數_____
- 請列出 32 的所有因數_____
- 16、24、32 的公因數_____
- 16、24、32 的最大公因數為_____



16 因數 1,2,4,8,16；24 因數 1,2,3,4,6,8,12,24；32 因數 1,2,4,8,16,32；三者公因數為 1,2,4,8；最大公因數

3. ▲承第二題，請用另外一種方法(就是不要用列表法)，算出 16、24、32 的最大公因數
4. ▲承第二題，請用另外一種方法(就是不要用列表法)，算出 16、24、32 的「第三小」的公因數
5. ▲請計算 35、12 的最大公因數為_____，因此 35 和 12 我們稱為_____。
6. ▲請判斷 1 和 9 是 / 否 互質；請判斷 7 和 356 是 / 否 互質；請判斷 12 和 33 是 / 否 互質？

參考課本 P.113

7. ▲請任意列舉兩個質數，你列舉的兩個質數為_____ & _____，請問這兩個質數是 / 否 互質？
8. ▲請任意列舉兩戶質的數，列舉的兩個互質的數為_____ & _____，這兩個數是一定/不一定是質數。

9. 5、7 的最大公因數為_____，因此 5 和 7 我們稱為_____， $\frac{5}{7}$ 是 / 不是最簡分數。
6、9 的最大公因數為_____，因此 6 和 9 我們稱為_____， $\frac{6}{9}$ 是 / 不是最簡分數。



10. 下列哪個選項中的兩數是互質的？
(A)14 和 35 (B)20 和 21 (C)22 和 33 (D)42 和 51



B

11. 下列哪個選項的觀念是正確的？
(A)任何兩個正整數互質，就是他們的最大公因數為 1
(B)任何兩個偶數一定會互質
(C)任何兩個奇數一定會互質
(D)任何一個奇數和另外一個偶數一定會互質



A

【觀念 B】短除法與最大公因數

- ✓ 不論是求 2 個數或是 3 個數的最大公因數，其過程就是不斷除以這幾個數的公因數，直到沒有共同的_____為止，這些公因數的連乘積就是最大公因數。

12. 請用兩種不同的短除法計算 36 和 84 的最大公因數

答案參考課本 P.114

$$\begin{array}{r} | \quad 36 \quad 84 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | \quad 36 \quad 84 \\ \hline \end{array}$$

所以 36 和 84 的最大公因數為_____，我們簡寫為 $(36, 84) =$ _____

13. 請用短除法計算 a. $(60, 84) = ?$ b. $(56, 98) = ?$

$$\begin{array}{r} | \quad 60 \quad 84 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | \quad 56 \quad 98 \\ \hline \end{array}$$



12 ; 14

14. ▲請用兩種不同的短除法計算 (54, 72, 84)

答案參考課本 P.114

$$\begin{array}{r} \underline{54 \ 72 \ 84} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{54 \ 72 \ 84} \\ \end{array}$$

15. ▲請用第三種、第四種方法計算(54, 72, 84)

答案參考課本 P.114

$$(54, 72, 84) = ((54, 72), 84) = (\underline{\quad}, 84) = \underline{\quad}$$

《提示》三個人都有的共同點，勢必也是兩個人的共同點，可以先縮小範圍找共同點

$$(54, 72, 84) = (54, (72, 84)) = (54, \underline{\quad}) = \underline{\quad}$$



16. 請計算(60, 72, 120) = _____ ? 計算(54, 90, 108) = _____ ?



6 : 18

17. 請計算(24, 32, 56) = _____ ? 計算((24, 32), 56) = _____ ?

8 : 8

18. a 是一個正整數，其所有正因數有：1、2、4、7、14、28。求 $(a, 210) = ?$ 【90年一基】

(A) 4 (B) 7 (C) 14 (D) 28



C

【觀念 C】標準分解式與最大公因數

- ✓ 質因數功用之一：一個數的所有因數，都是用它的質因數排列組合出來的。
- ✓ 如果不需要列出因數，只是想要知道因數有幾個，質因數分解是很快捷的方法。
- ✓ 最大公因數 = 大家都有的共同點，因此找標準分解式中①三個都有的 ②次方最小

的

【請閱讀以下文本，並回答問題】

如果我們用短除法來分解 12 的因數，會得到右面的過程

根據短除法的結果，我們可以寫出下面的算式 $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$
這算式告訴我們，12 是由兩個 2 和一個 3 所拼成的。這是什麼意思呢？
假設這兩個 2 和一個 3 是我們所有的原料，那我們可以製造幾種產品？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ \underline{2} \\ 2 \\ \underline{6} \\ 3 \end{array}$$

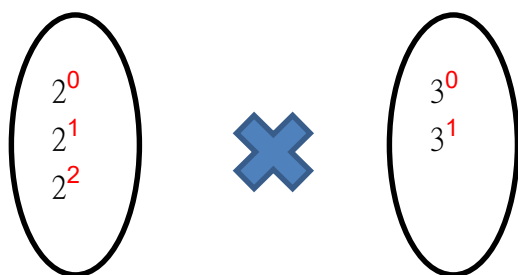
- 第一種：全部丟進去，就會產出 12。因為 $2^2 \times 3^1 = 12$ 。
- 第二種：丟一個 2 和一個 3 進去，其餘不丟，會產出 6。因為 $2^1 \times 3^1 = 6$ 。
- 第三種：兩個 2 都丟進去，但不丟 3，就會產出 4。因為 $2^2 \times 3^0 = 4 \times 1 = 4$ 。
- 第四種：只丟一個 3，2 都不丟，會產出 3。因為 $2^0 \times 3^1 = 1 \times 3 = 3$ 。
- 第五種：只丟一個 2，3 都不丟，會產出 2。因為 $2^1 \times 3^0 = 2 \times 1 = 2$ 。
- 第六種：全部都不丟。會產出 1，因為 $2^0 \times 3^0 = 1 \times 1 = 1$ 。

你有沒有發現，這些拼出來的數 12、6、4、3、2 和 1，其實就是 12 所有的因數。

這就是質因數的妙用 → **一個數的所有因數，都是用它的質因數拼出的。**

因此，當數字很大我們不容易直接找出所有因數時，可以將它的質因數找出來，按所有可能的組合拼出來，就可以找到它所有的因數了。

12 的標準分解式 = $2^2 \times 3^1$ 其實也就是告訴我們 12 這個數字的成分表，它的因數組成來源

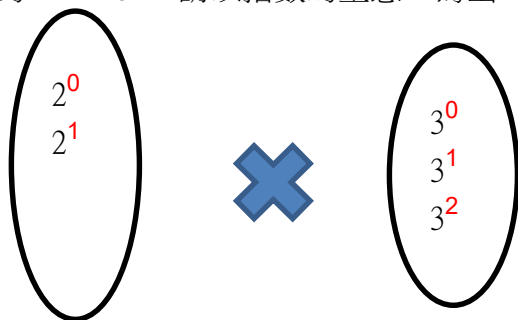


從圖中可以知道 12 的因數有 $3 \times 2 = 6$ 種可能，分別是

$$2^0 \times 3^0 = 1 \quad 2^0 \times 3^1 = 3 \quad 2^1 \times 3^0 = 2 \quad 2^1 \times 3^1 = 6 \quad 2^2 \times 3^0 = 4 \quad 2^2 \times 3^1 = 12$$

《提示》乘法的時候，一個固定不動，左邊先不動，先動右邊，指數由小排到大比較有規律 $00 \rightarrow 01 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 20 \rightarrow 21$

19. ▲18 的標準分解式為 $2^1 \times 3^2$ ，請以指數的型態，寫出 18 所有的因數



將指數部分，有規律由小至大，列出所有組合。 $00 \rightarrow 01 \rightarrow 02 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 12$

$$2^0 \times 3^0 \text{ 得到 18 的因數 } \underline{\hspace{2cm}} \quad 2^0 \times 3^1 \text{ 得到 18 的因數 } \underline{\hspace{2cm}} \quad 2^0 \times 3^2 \text{ 得到 18 的因數 } \underline{\hspace{2cm}}$$

$2^1 \times 3^0$ 得到 18 的因數_____ $2^1 \times 3^1$ 得到 18 的因數_____ $2^1 \times 3^2$ 得到 18 的因數_____

∴18 的因數共 $2 \times 3 = 6$ 種可能。

20. ▲想要知道 18 的因數有哪些，我們學過兩種方法，請問兩種方法有何特點？至少列一個差異處
- 一、利用列表法，成雙成對列出所有 18 的因數
 - 二、利用質因數分解(標準分解式)，組合出所有 18 的因數

21. 下列各數中，哪些是 $2^3 \times 3^2$ 的因數，請圈選

答案參考課本 P.116

(1) 2^4 (2) $2^2 \times 3^2$ (3) 2×3^3 (4) 2×5

22. ▲下列五個數中，哪些是 $2^4 \times 5^2$ 的因數？

(A) 2^4 (B) 2×5^2 (C) 2×5^3 (D) $2^3 \times 3$ (E) $2^5 \times 5$

AB

23. 設 $a = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 13$ ，請問下列選項哪個不是 a 的因數？

(A) $2^3 \times 3$ (B) $3 \times 5 \times 13$ (C) $2^3 \times 3 \times 5^2$ (D) $2 \times 3 \times 5 \times 13$



C

- ▲利用標準分解式求下列各組數的最大公因數。

答案參考課本 P.118

(1) $a = 2^4 \times 3^2$ 、 $b = 2^3 \times 3 \times 5$

(2) $a = 2^4 \times 3^2$ 、 $b = 2^3 \times 3 \times 5$ 、 $c = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$(a, b) = 2^{\square} \times 3^{\square}$

$(a, b, c) = \square^{\square} \times \square^{\square}$

《提示》最大公因數，就是大家都有的因數，也就是你必須要找指數次方比較小的，用眼睛判斷並細心圈出。

《提示》最大公因數，就是大家共同有的，所以你有 5，我卻沒有 5，那麼 5 就不可能是我們的公因數了。

24. 已知 $a = 2^3 \times 3 \times 5$ 和 $b = 2^2 \times 3^2 \times 7$ ，則 a、b 的最大公因數為何？
(請以標準分解式的型態表示)



$(a, b) = 2^2 \times 3$

25. 請計算下列最大公因數，並以標準分解式的型態表示 (圈出相關指數，就是計算過程)

(1) $(2^3 \times 3^2 \times 5, 2 \times 3^3) = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $(2 \times 5 \times 11, 3 \times 5^2 \times 11, 3^2 \times 5 \times 11^2) = \underline{\hspace{2cm}}$

$2 \times 3^2 ; 5 \times 11$

26. 請計算下列最大公因數 (答案可以數字或是標準分解式表示)

(1) $(2^3 \times 3 \times 5^2, 42) = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $(154, 90, 3^2 \times 5 \times 7^2) = \underline{\hspace{2cm}}$

2x3或6:1

27. (難) 甲、乙兩個正整數的乘積是5766，它們的最大公因數是31，且甲 > 乙，則這兩個數分別是多少？

【提示】 $5766 = 31 \times 31 \times 2 \times 3$ ，而且甲和乙的最大公因數為31，代表甲有31 乙也有31

所以甲 = $31 \times 2 \times 3$ ，乙 = 31 或 甲 = 31×3 ，乙 = 31×2

【觀念 D】最大公因數的應用問題

✓ 複習最大公因數計算：

- ① 如果題目是純數字，用短除法除出三個數字都有的共同點，再相乘
- ② 如果題目是標準分解式，用看的，找出三者全部都有的質因數，取次方最小

✓ 最大公因數，因為是取因數，所以是分裝、組隊、切割、固定間距種樹...等問題。

✓ 最大公因數算完後，務必與原數比較並加上單位，比較能理解所算的東西是什麼

28. ▲「分裝」應用問題

水果店老闆想將 36 個梨子和 48 個蘋果分別分裝成梨子禮盒和蘋果禮盒出售，為了公平起見，不管是梨子禮盒或是蘋果禮盒，每盒內的水果個數要一樣多，而且必須全部分裝完，不能有剩。已知每個禮盒裡面水果的數量是個偶數，請寫出老闆所有可能分配的方法：



【提示】 黑板上有真實物品的圖卡，會請同學上來當水果老闆，實際操作分看看，加強理解印象

分法 請留意題目要求!!	來源： 蘋果 48 顆	每盒 蘋果數量 (單位：顆)	共幾盒 蘋果禮盒 (單位：盒)	來源： 梨子 36 顆	每盒 梨子數量 (單位：顆)	共幾盒 梨子禮盒 (單位：盒)
分法 1	48 顆 =	顆/盒	x 盒	36 顆 =	顆 / 盒	x 盒
分法 2	48 顆 =	顆/盒	x 盒	36 顆 =	顆 / 盒	x 盒

分法 3	48 顆 = _____ 顆/盒 x _____ 盒	36 顆 = _____ 顆 / 盒 x _____ 盒
分法 4	48 顆 = _____ 顆/盒 x _____ 盒	36 顆 = _____ 顆 / 盒 x _____ 盒

29. ▲承上，如果老闆手邊沒有那麼多禮盒（或希望客人打開禮盒，看到最多數量的水果），老闆將在每個蘋果和梨子禮盒都裝入_____顆水果。 **答案參考課本 P.125**

此時，共有_____盒蘋果禮盒，共有_____盒梨子禮盒，老闆共有_____盒禮盒等待出售。
《提示》一定要特別注意每個數字的「單位」，才能了解其意義。

30. 將 48 個月餅分裝成禮盒，使每盒月餅的個數相等，且至少有 10 個，但不超過 25 個，共有_____種分裝方法。

《提示》列表，並加上單位有助於思考

- 48 個月餅 = _____ 個/盒 x _____ 盒
 48 個月餅 = _____ 個/盒 x _____ 盒
 48 個月餅 = _____ 個/盒 x _____ 盒

3 種

31. 段考結束後，陳老師為了獎勵 109 班所有成績進步的同學，所以買了一些文具做為獎品送給班上所有進步的同學。如果陳老師共買了 120 支原子筆、96 支自動鉛筆、60 本筆記本，平均發給每一位進步的同學後，還剩下 8 支原子筆、12 支自動鉛筆、4 本筆記本，則進步的同學最多有多少人？

- (A) 24 (B) 28 (C) 32 (D) 36

《提示》老師實際只有發出 112 支原子筆、84 支自動筆、56 本筆記本，請思考單位，112 支 = ?? 支/同學 x ?? 位同學

B

32. 妙妙買了 126 個茶杯，平均分裝於若干個盒子內。若每個盒子內的茶杯數均為 x ， x 不可能為？【96 二基】

- (A) 3 (B) 7 (C) 9 (D) 11



D

33. 將 182 個面積為 1 的正方形，分別緊密的拼成面積為 84 與 98 的兩長方形 $ABCD$ 與 $EFGH$ 。

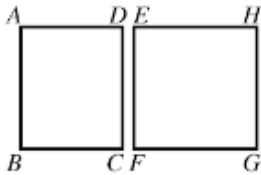
若 $\overline{AB} = \overline{EF}$ 且 $\overline{EF} > 10$ ，則 $\overline{AB} = ?$ 【94 年第一次基本學測】

- (A) 12 (B) 14 (C) 17 (D) 21



B

《提示》老師將圖形畫出，兩個面積共同的邊長，其實就是所謂的公(共同的)因數



34. 「分組」應用問題：分組和分裝是不同的，小心不要弄混

班上有 28 位男生，21 位女生，若要進行混合編隊，讓每隊中的男生、女生人數一樣多，則最多可以編_____隊，每隊有男生_____人，女生_____人。

《提示》每隊中的男女生人數一樣，例如第一隊 男 3 女 4，第二隊也就要跟著男 3 女 4...等等
隊數想要越多，每隊裡面的人數會 越多/ 越少



最多 7 隊；每隊之中有男生 4 人、女生 3 人

35. ▲某班有男生 ♂ 20 人、女生 ♀ 12 人，現將其分成若干組進行烹飪比賽，每組包含男生及女生，而且每組男生人數一樣多、女生人數也一樣多，請問： **參考課本 P.125**

請問，每組男生女生一樣多、女生一樣多，指的是下列哪種意思？

() 假設第一組男生有 5 位，那麼第二組男生也就要 5 位，第三組男生也就要 5 位...

() 假設第一組男生有 5 位，那麼第一組女生也就要 5 位；第二組男生有 3 位，那麼第二組女生也就要有 3 位...

隊數	第一隊	第二隊	第三隊	第四隊	第五隊	第六隊
成員	可先用鉛筆 分配 ♀ ♂ 草稿					
畫圖						
♀ ♂						

36. 有 132 個蘋果，和 156 個梨子，想要把它們分成數堆，每堆都要有蘋果和梨子，而且每堆的蘋果、每堆的梨子也都要一樣多，那麼最多可以分成【 】堆；此時每堆各有蘋果【 】個、梨子【 】個，總共有【 】堆水果，每堆裡面共【 】顆水果(蘋果+梨子)

12 堆；蘋 11；梨 13；共 12 堆；共 24 顆

37. 「間隔」應用問題：有三種名詞小心不要弄混，間距幾公尺？幾個間距？幾個樹？(樹=間距+1)

有一個長方形花圃，長、寬分別是 150 公尺、200 公尺，今小均想在其周圍種樹，且希望相鄰的兩棵之間的距離相等，已知在每個頂點都要各種一棵，請問兩棵樹之間的最長距離為_____公尺

《提示》所有的樹之間距離相等，所以取其公因數。樹的間距又希望最長，所以取其最大公因數。

長方形花圃有長有短，可以把它想成一條直線，只是起點和結束重疊了。



50 公尺

38. ▲有一塊長 315 公尺、寬 135 公尺的長方形土地，王伯伯想在其周圍種樹，相鄰兩棵樹之間的距離要相等，四個頂點都種，則：

相鄰兩棵樹之間的距離最大是_____公尺。參考課本 P.126

請問總共有_____棵樹。

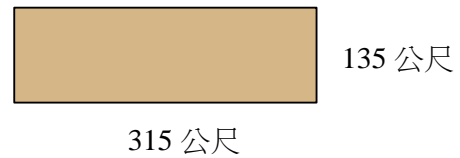
《提示 1》理解長方形可以展開想像成是一條_____公尺的直線，只是頭尾會重疊



《提示 2》理解間隔長度 間隔數量 與樹的數量的不同

樹之間距離相等→取其公因數。間距又希望最長→取其最大公因數 $(315, 135)=45$
全長 900 公尺 $=45$ 公尺 \times 20 個，代表有 20 個(間隔 / 樹)

因為共有 20 個間隔，所以需要_____=顆樹，但是頭尾重複，因此只需要_____顆樹
(請用鉛筆把樹畫在圖上，數看看是否真的 20 個)



39. 有一塊長 462 公尺、寬 168 公尺的長方形土地，王叔叔想在其周圍種樹，相鄰兩棵樹之間的距離要相等，四個頂點也都要種，同時樹木有限，兩樹之間的距離要最大，請問此時共要種幾棵樹？

《提示》長 462，寬 168，展開後相當於一條 1260 公尺的直線，只是頭尾重複要扣 1

總共要種 30 棵樹 (兩樹之間最大距離為 42 公尺)

40. 有一個三角形花圃，其三邊長分別為 72 公尺、60 公尺、48 公尺，想在花圃周圍設立路燈，相鄰兩路燈之間的距離要相等，且三個頂點都要設立，則：

(1)相鄰兩路燈之間的距離最大是_____公尺？

(2)此時 72 公尺這邊，共有_____支路燈。

《提示》72 公尺 $=12$ 公尺 \times 6 個間隔→所以會有_____支路燈

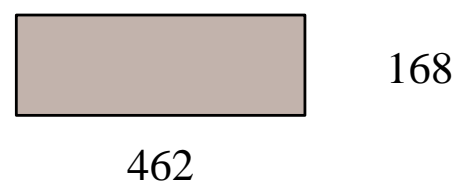
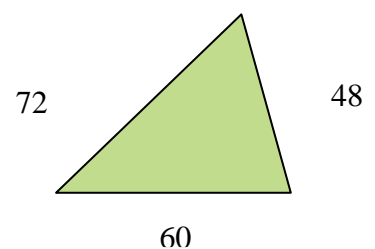
(3)此時全部共有_____支路燈。

《提示》三邊展開成一條 180 公尺直線，180 公尺 $=12$ 公尺 \times 15 個間隔，15 個間隔→16 支燈，但是重複所以剩下？

(4)若決定在三個頂點改放置洗手台而不要放置路燈，請問此時 72 公尺這邊，剩_____支路燈

(5)承上，請問此時全部共有_____支路燈。

《提示》本來需要 15 支路燈，後來有 3 支路燈被置換為洗手台，所以剩下幾支路燈？



12 公尺；7 支；15 支；5 支；12 支

41. ▲有一塊長方形的布，長 126 公分、寬 90 公分，媽媽想把它剪成數個大小相同的正方形做成桌墊，
(1)如果媽媽希望桌墊最大，此時每個桌墊的邊長是幾公分？

18 公分

- (2)如果媽媽希望此正方形桌墊的邊長，最多不要超過 10 公分，請問這樣媽媽可以剪出幾個桌墊？

140 個

42. 以樂和以安在逢大文具買了同一種原子筆，但是兩個人買的支數不同，已知以樂花了 70 元，以安花了 175 元，而且逢大文具裡面的原子筆最便宜是 4 元，最貴是 35 元，請問以樂和以安買的原子筆多少錢？

35 元

《提示》兩個人買的原子筆相同，代表兩個人原子筆單價相同，價格是共同的，所以是公因數



主題二：公倍數與最小公倍數

【觀念 A】短除法與最小公倍數

- ✓ ▲利用短除法求三個數的最小公倍數，要注意二件事情：

參考課本 P.121

①短除法一定要使用 2,3,5,7...等質因數嗎？

②短除法求三數最大公因數，何時停止不除？ Vs 短除法求三數最小公倍數，何時停止不除？

43. 利用短除法求兩數的最小公倍數，以標準分解式表示。

(1) [60, 84]

(2) [56, 98]



$2^2 \times 3 \times 5 \times 7 ; 2^3 \times 7^2$

44. 利用短除法求三數的最小公倍數，以標準分解式表示

(1) [60, 72, 120]

(2) [54, 90, 108]



$2^3 \times 3^2 \times 5 ; 2^2 \times 3^3 \times 5$

45. 如下圖是利用短除法求三數 8、12、18 的最大公因數的過程。利用短除法，求出這三數的最小公倍數為何？

《提示》三個數求最大公因數和最小公倍數，算法有何差異？課本 121

$$\begin{array}{r|rrr}
 2 & 8 & 12 & 18 \\
 \hline
 & 4 & 6 & 9
 \end{array}$$



46. 小琪將 a 、 b 兩個正整數作質因數分解，完整的作法如右。

已知 $a > b$ ， e 是質數，且 a 、 b 的最大公因數是 14，

最小公倍數是 98，則下列哪一個關係是正確的？【91 年第二次基本學測】

(A) $d > e$ (B) $e > f$ (C) $e > g$ (D) $f > d$

《提示》最小公倍數 $98 = 2 \times e(7) \times f \times g$ ，藉此可以推理出 f 和 g ，並還原題目原貌。

$$\begin{array}{r|cc}
 2 & a & b \\
 \hline
 e & c & d \\
 & f & g
 \end{array}$$

C

47. 求 108、72、90 三數的最大公因數：_____，最小公倍數：_____。



18 ; 1080

48. 若 Δ 為正整數，且 $\frac{6}{35} < \frac{\Delta}{105} < \frac{4}{21}$ ，則 $\Delta = ?$

《提示》要比大小，要同類才能比較，分母要一樣要有共識，取三個分母的最小公倍數

- ✓ 若 A 為 B 的倍數，表示 $\frac{A}{B}$ 要能整除，也就是說 A 的質因數總類要夠多 & A 的質因數數量要夠多，才能夠把 B 完全消滅。ex：若 $B = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 若 A 為 B 的倍數請舉出 3 個例子 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ $A = \underline{\hspace{2cm}}$ $A = \underline{\hspace{2cm}}$
- ✓ 利用標準分解式求最小公倍數時，先列出它們的所有質因數(種類夠多)，再取次方最大者相乘(數量夠多)，即為它們的最小公倍數。
ex： $A = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 、 $B = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ ，則 $[A, B] = \underline{\hspace{2cm}}$

我們經常用除法，是否整除，來判斷一個數是否為另外一個數的倍數

$$60 \div 6 = \frac{60}{6} = \frac{2^2 \times 3 \times 5}{2 \times 3}$$



你可以發現當分母的質因數 2 和 3 可以和分子的質因數約分消去時，算式就可以整除了。也就是說，當分子有足夠多的質因數可以將分母所有的質因數消掉時，分母被完全消滅為 1，整除就成立了。

那什麼叫作「足夠多的質因數」呢？

第一是種類要夠多，比方說分母含有質因數 2，分子就也要有質因數 2，才能消滅分母。

第二是數量要夠多，比方說分母有三個 2，分子至少也要有三個 2 才能將分母全部消滅。

49. ▲下列各數中，哪些是 $2^3 \times 5$ 的倍數，請圈出來？

參考課本 P.122

- (1) 2^4 (2) $2^3 \times 5^2$ (3) $2^2 \times 5^2 \times 7$ (4) $2^3 \times 5 \times 7$

50. $A = 3 \times 5^2$ $B = 3^2 \times 5^2$ $C = 3^3$ $D = 3^3 \times 5$ 四個數中，哪些是 $3^2 \times 5$ 的倍數？

《提示》要選種類比 $3^2 \times 5$ 多的；數量次方比 $3^2 \times 5$ 多的，才能把 $3^2 \times 5$ 完全吃掉消滅

BD

51. ▲已知甲 = $2^2 \times 3$ ，請你用標準分解式，寫出 大於甲的倍數 3 個，倍數越小越好。

52. 若 $\frac{1}{16}$ 、 $\frac{1}{24}$ 分別乘上一個正整數後，都會變成整數，則這個所乘的正整數最小為？

《提示》想要都變成整數，代表這個數字可以把分母 16、24 通通消滅掉 (公倍數)

53. ▲利用標準分解式求下列各組數的最小公倍數。

參考課本 P.124

(1) $a=2^3 \times 3^2 \times 5$ 、 $b=3 \times 5^2 \times 7$

(2) $a=2^3 \times 3^2 \times 5$ 、 $b=3 \times 5^2 \times 7$ 、 $c=3^2 \times 5 \times 7$

$[a \cdot b] =$

$[a \cdot b \cdot c] =$

54. 已知 $a=2^3 \times 3^2 \times 7$ 和 $b=3 \times 5^2 \times 7^3$ 的標準分解式，則 a 、 b 的最小公倍數為

《提示》種類要夠多，所以 $[a, b]$ 一定要有 2、3、5、7 才足以把 a 、 b 通通消滅
數量要夠多，所以次方要取各種質因數的最大次方，才能把 a 、 b 通通消滅



$2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^3$

55. 求下列各組的最小公倍數，並以標準分解式表示：

(1) $[2^4, 3^2] =$

(2) $[3 \times 5, 3^2 \times 5^3, 2^2 \times 3 \times 5] =$

$2^4 \times 3^2; 2^2 \times 3^2 \times 5^3$

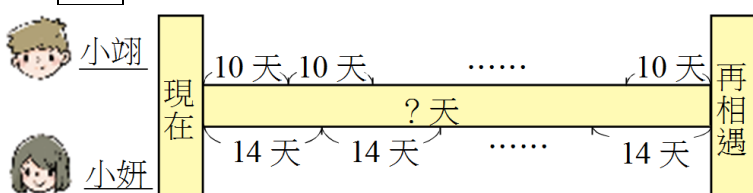
【觀念 C】最小公倍數的應用問題

- ✓ 複習最小公倍數計算：
 - ① 題目是純數字，用短除法除到兩兩數字都互質才停止，然後把所有因數相乘
 - ② 題目是標準分解式，要種類最多、數量最多，用看的列出所有質因數取次方大的
- ✓ 所有公倍數，都會是最小公倍數(1 倍)的倍數，考試不一定是考最小公倍數
- ✓ 最小公倍數，因為是取倍數，所以是相遇問題、堆疊問題...等問題。
也請仿照最大公因數，必須加上單位，才能幫助自己具體理解。

56. 相遇碰面問題

參考課本 P.127

▲小翊每 10 天到公園跑步一次，小妍每 14 天到公園跑步一次。某天兩人都到公園跑步，那麼最少要再幾天，兩人才會再度在同一天到公園跑步？



《提示》留意單位!!10「天」、14「天」、再度同一「天」，給的、問的都是天，單位相同很好處理。

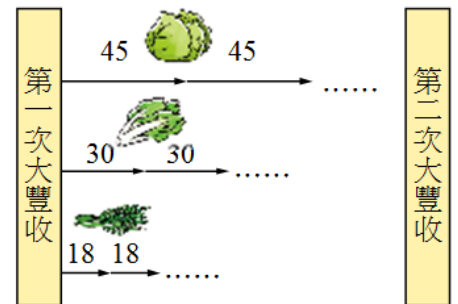
57. 琪琪每 12 天到游泳池游泳一次，小龍每 6 天到游泳池游泳一次，本週日兩人同時到游泳池游泳，那麼最少要再經過幾天，兩人才會同時在週日到游泳池游泳？
 《提示》不僅要相遇，而且相遇這天還必須是禮拜天。可以想像有第三個人(週日)，他每 7 天才會出現一次。

84 天

58. ▲甲、乙、丙三人從同時同地出發，以同方向繞一個周長 600 公尺的環狀步道，甲每分鐘走 100 公尺，乙每分鐘走 50 公尺，丙每分鐘走 60 公尺，則最快在幾分鐘後三者會在原出發地會合。
 《提示》留意單位!! 100「公尺」、50「公尺」、60「公尺」、最後問幾「分鐘」，單位不同要轉換
 《提示》先轉換單位甲每分鐘走 100「公尺」→相當於走一圈要幾「分鐘」



59. 小妍從遊戲《健康農場》中發現，高麗菜每 45 小時可收成一次，小白菜每 30 小時可收成一次，空心菜每 18 小時可收成一次。某次小妍同時收成好三種蔬菜，那麼最少要再幾小時，小妍才可以再度一起收成？



90 小時

60. 甲、乙、丙三家新聞臺每天中午 12:00 同時開始播報新聞，其中：
 甲臺每播報 10 分鐘新聞後就接著播廣告 2 分鐘；
 乙臺每播報 8 分鐘新聞後就接著播廣告 1 分鐘；
 丙臺每播報 15 分鐘新聞後就接著播廣告 3 分鐘。【94.基本學測二】
 請問在 12:47 時，三家新聞臺進行的內容為何？



- (A)甲：廣告；乙：新聞；丙：新聞 (B)甲：新聞；乙：廣告；丙：新聞
 (C)甲：新聞；乙：新聞；丙：廣告 (D)三家新聞台皆正在播報新聞

《提示》可仿照 60 題，把時間軸畫一下，方便自己具體想像，什麼時間誰在做什麼

A

61. 三家新聞臺在哪一個時間廣告同時結束？
 (A)12:33 (B)12:39 (C)13:12 (D)14:00

《提示》甲每 12 分鐘循環、乙每 9 分鐘循環、丙每 18 分鐘循環， $[12, 9, 18]=36$

參考課本 P.128

一個長方體積木其長、寬、高分別為 5 公分、2 公分、6 公分，想以右圖的方式堆疊出一個實心正方體，則：

(1) 所堆疊出的正方體中，體積最小是多少立方公分？

(2) 承(1)，共需多少塊長方體積木？

《提示》正方體，三種邊長長、寬、高都要一樣

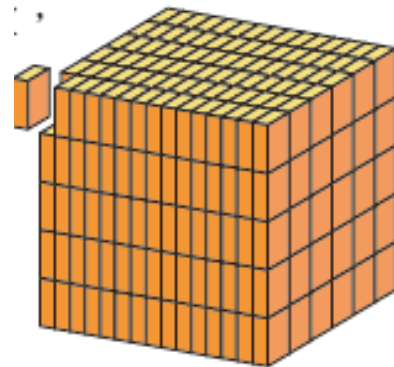
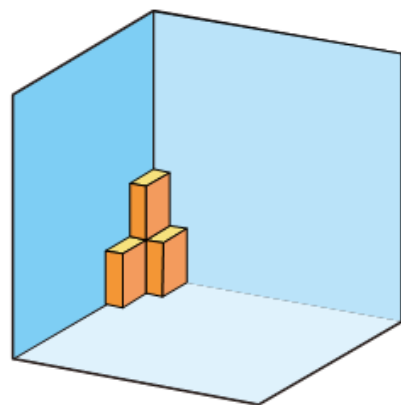
因此正方體的長 = _____ 公分 = 積木 5 公分 × _____ 個

因此正方體的寬 = _____ 公分 = 積木 2 公分 × _____ 個

因此正方體的高 = _____ 公分 = 積木 6 公分 × _____ 個

因此正方體的體積就可以知道是多少立方公分

搭配單位，可以幫助你具體思考，什麼東西要一樣 什麼不一樣



63. 若要用數個長 5 公分、寬 6 公分、高 4 公分的紙盒拼成最小的正立方體，

(1) 則此正立方體的邊長為何？

(2) 需要幾個紙盒？

《提示》正立方體的邊長長寬高都一樣，所以要先找到 5、6、4 的共通點(公倍數)



邊長 60 公分；1800 個

64. ▲ 一張長方形的紙片，其長、寬分別是 12 和 15 公分，利用這些相同的長方形紙片：

(1) 排成一個最小的正方形，此時這個正方形的邊長是【 】，共需要【 】片長方形紙片？

(2) 排成一個第二小正方形，此時這個正方形的邊長是【 】，共需要【 】片長方形紙片？

《提示》正方形邊長，長寬都一樣，所以要先找到 12、15 的共通點(公倍數)

《提示》1 倍的正方形是一個「口」字形；但是 2 倍的正方形，就變成一個「田」字形了

邊長 60 公分；120 公分