

1-1 乘法公式

一、面積與二項式乘積公式：

1. 正方形與長方形的面積公式：

(1) 正方形面積 = 邊長 × 邊長 = $a \times a$ ，可將 $a \times a$ 寫成()。

(2) 長方形面積 = 長 × 寬 = $a \times b$ ，可將 $a \times b$ 寫成()。

= 寬 × 長 = $b \times a$ ，可將 $b \times a$ 寫成()。

2. 二項式相乘公式：

《公式1》二項式乘積： $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

(1) 面積證明：



上圖所示，長為 $a+b$ ，寬為 $c+d$ 的長方形面積為 $(a+b)(c+d)$

四個小長方形的面積分別 ac 、 ad 、 bc 、 bd

而大長方形的面積等於四個小長方形的面積和，即 $(a+b)(c+d)$

= $ac + ad + bc + bd$

(2) 利用分配律證明：

$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$

例1：(1) $(x+3)(x+2) =$

(2) $(5x-3)(x+4) =$

(3) $(5x-2)(3x-4) =$

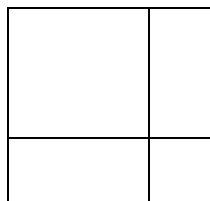
(4) $(-x+5)(-3x+6) =$

二、完全平方公式：

1. 兩數和的平方公式：

《公式2》和的平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(1) 面積證明：



上圖所示，邊長為 $(a+b)$ 的大正方形的面積分成兩個邊長分別為 a 、 b 的正方形面積與另外兩個大小相同的長方形面積和。

(2) 利用分配律證明：

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a(a+b) + b(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

例2：(1) 如果將《公式2》中的 a 用 x ， b 用 y 代替，那麼會得到什麼樣的式子？

(2) 如果將《公式2》中的 a 與 b ，以 $a=200$ ， $b=7$ 代入，那麼會得到什麼樣的式子？

例3：利用公式二求

(1) $103^2 =$

(2) $61^2 =$

(3) $42^2 =$

(4) $(100\frac{1}{2})^2 =$

(5) $(x+3)^2 =$

(6) $(2x+3)^2 =$

$$(7)(3a+4)^2 =$$

$$(8)(8+5a)^2 =$$

例4：如圖，若 $a^2 + b^2 = 12$ ， $a+b=4$ ，求 $ab=$

2. 兩數差的平方公式：

《公式 3》差的平方公式： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(1) 面積證明：



上圖所示，邊長為 $(a-b)$ 的正方形的面積等於

(2) 利用分配律證明：

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a(a-b) + b(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

例5：(1) 如果將《公式3》中的 a 用 x ， b 用 y 代替，那麼會得到什麼樣的式子？

(2) 如果將《公式3》中的 a 與 b ，以 $a=1000$ ， $b=7$ 代入，那麼會得到什麼樣的式子？

例6：利用公式三求

$$(1) 997^2 =$$

$$(2) 38^2 =$$

$$(3) 97^2 =$$

$$(4) 59^2 =$$

$$(5)(0.99)^2 =$$

$$(6)(x-6)^2 =$$

$$(7)(y-5)^2 =$$

$$(8)(4x-7)^2 =$$

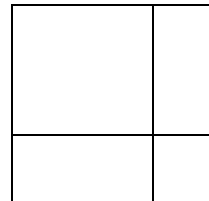
$$(9)(6-5x)^2 =$$

三、平方差公式：

1. 平方差公式：

《公式 4》平方差公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(1) 面積證明：



上圖所示，將邊長為 a 的正方形，剪掉邊長為 b 的正方形，剩下的部分，可以剪成兩個長方形，再拼成一個長為 $(a+b)$ ，寬為 $(a-b)$ 的長方形。

(2) 利用分配律證明：

$$(a+b)(a-b) = a(a-b) + b(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$$

例7：(1) 如果將《公式4》中的 a 用 x ， b 用 y 代替，那麼會得到什麼樣的式子？

(2) 如果將《公式4》中的 a 與 b ，以 $a=100$ ， $b=7$ 代入，那麼會得到什麼樣的式子？

例8：利用《公式4》算出下列各式的值：

$$(1) 104 \times 96 =$$

$$(2) 1007 \times 993 =$$

$$(3) 93 \times 87 =$$

$$(4) 10 \frac{1}{3} \times 9 \frac{2}{3} =$$

$$(5) 543^2 - 457^2 =$$

$$(6) (X+3)(X-3) =$$

$$(7) (2a+3)(2a-3) =$$

$$(8) (3a-5)(3a+5) =$$

$$(9) (10-1)(10+1)(10^2+1)(10^4+1)(10^8+1) =$$

$$(10) (a-b+c)(a+b+c) =$$

馬上演練

一、整合測驗題

1. 展開下列各式：

$$(1) (a+3)(b+5) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}。$$

$$(2) (5x+4)^2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}。$$

$$(3) (4x-5)^2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}。$$

$$(4) (2x-5)(2x+5) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}。$$

2. 求下列各算式的值：

$$(1) 401^2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}。$$

$$(2) 399^2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}。$$

$$(3) 295 \times 305 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}。$$

$$(4) 40.8 \times 39.2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}。$$

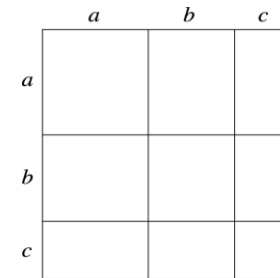
二、計算題

1. 利用直式乘法展開下列各式：

$$(1) (3x-4)(5x-6)$$

$$(2) (-x+9)(-3x-4)$$

2. 如圖所示，請展開 $(a+b+c)^2$ 。



【解】

3. 判別下列各式子的真偽，若是錯誤者，請訂正。

$$(1) (a-b)^2 = a^2 - b^2$$

$$(2) (7-3)(3+7) = 7^2 - 3^2$$

$$(3) 103^2 = 100^2 + 3^2$$

$$(4) 52^2 = (50+2)^2$$

$$(5) (6+4)^2 = 6^2 - 2 \times 6 \times 4 + 4^2$$

$$(6) (5-2)^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 2 - 2^2$$

$$(7) (30+1)^2 = 30^2 + 1^2$$

$$(8) (3+7)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 7 + 7^2$$

$$(9) \left(20\frac{1}{3}\right)^2 = 20^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$(10) (3-2)^2 = 3^2 - 2^2$$

$$(11) (5-3)^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 3 + 3^2$$

$$(12) (2+3)(7+5) = 2 \times 7 + 3 \times 5$$