

1

乘法公式與多項式

1-1 乘法公式

1-2 多項式與其加減運算

1-3 多項式的乘除運算

1 中 1 上

- 能理解若 a 、 b 為兩個數，則有乘法對加法的分配律 $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ 、 $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$ 。
- 能利用代數符號表徵數學中常見的運算規律。

2 中 1 上

- 能針對一次算式中的同類項進行化簡及合併。

3 中 1 上

- 能用代數算式記錄生活情境中的數學問題。

Are You Ready?

+++ 分配律 —1—

利用分配律完成下列各式的化簡。

(1) $5 \times (x+3) = \underline{5x+15}$ 。

(2) $(y+4) \times 6 = \underline{6y+24}$ 。

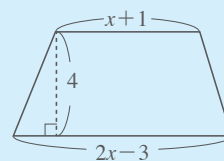
+++ 一元一次式的化簡 —2—

化簡下列各式。

(1) $5x-4-3x+1 = \underline{2x-3}$ 。

(2) $-2(x-3)+3(x-1) = \underline{x+3}$ 。

+++ 以文字符號列式並化簡 —3—

如下圖，梯形面積 = $\underline{6x-4}$ 。

課前回顧

+++ 分配律

- 乘法對加法的分配律：

(1) 甲 \times (乙 + 丙) = 甲 \times 乙 + 甲 \times 丙。

(2) (甲 + 乙) \times 丙 = 甲 \times 丙 + 乙 \times 丙。

+++ 一元一次式的化簡

- 相同文字符號稱為同類項，同類項才能進行加法或減法的運算。

例如：化簡 $7x+8-3x+3$

$$= 7x-3x+8+3$$

$$= (7x-3x)+(8+3)$$

$$= (7-3)x+11$$

$$= 4x+11。$$



引起動機
稻田的巡禮

臺灣有多美？我們透過空拍的角度俯瞰新竹關西鎮的稻田，此處的天空、山巒與田野構成一幅大自然的山水畫，被線條切割後的田地如拼圖般，錯落有致的拼貼大地。如果田間小路的寬度都相同，你知道如何用此寬度表達出稻田的總面積嗎？ [▶ P.50 6](#)

4



4 位於新竹關西的「上南片」，有著絕佳的地理環境與人文，此處的羅屋書院是間擁有百年歷史的三合院古厝，並於西元 2010 年正式登錄為歷史建築。而書院附近，則有一大片如棋盤般的方格稻田，更是當地著名的觀光景點。

+++ 以文字符號列式並化簡

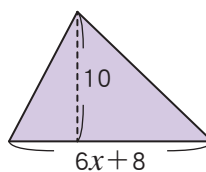
- 依題意列出一元一次式，再進行化簡。

例如：如右圖，三角形面積 = $\frac{\text{底} \times \text{高}}{2}$

$$= \frac{(6x+8) \times 10}{2}$$

$$= (6x+8) \times 5$$

$$= 30x+40$$

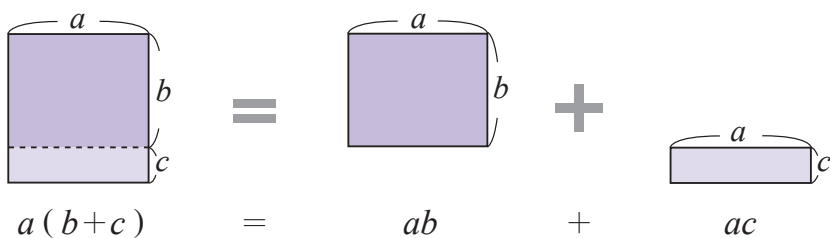


主題 1 分配律

在七年級時，曾經學過乘法對加（減）法的分配律，現在我們透過長方形的面積公式來說明此分配律。

1. $a(b+c)=ab+ac$

下圖的長方形中，長是 a 、寬是 $(b+c)$ ，面積表示成 $a(b+c)$ 。
經由面積計算，可以知道：

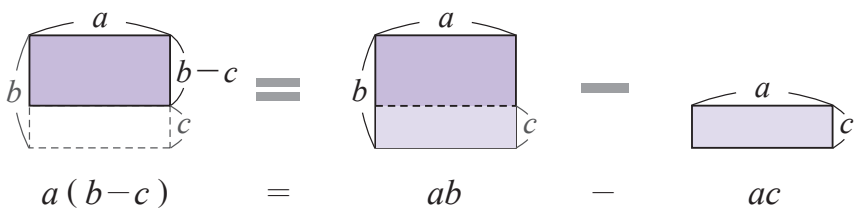


$a(b+c)=ab+ac$ ，這就是乘法對加法的分配律。

例如： $16 \times (100+2) = 16 \times 100 + 16 \times 2$ 。

2. $a(b-c)=ab-ac$

下圖的長方形中，長是 a 、寬是 $(b-c)$ ，面積表示成 $a(b-c)$ 。
經由面積計算，可以知道：



$a(b-c)=ab-ac$ ，這就是乘法對減法的分配律。

例如： $16 \times (100-2) = 16 \times 100 - 16 \times 2$ 。

1 圖形的面積都是以兩個文字符號的乘積表示，且將 $a \cdot b$ 寫成 ab ，看起來很像兩個文字並排，學生對這種形式的經驗不是很充足，請教師確認學生的學習狀況。

我叫做「木(2+3+1)」，那你知道我的名字嗎？



答案請見第 10 頁

學習內容

A-8-1 二次式的乘法公式： $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ； $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ； $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ； $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 。

2 學生對於純數字的運算已經十分純熟，但對於文字符號的運算依然很生疏。對於未知數之間的乘法交換律與分配律，教師還是需要仔細說明。

3 讓學生可以透過具體表徵，來了解 $(a+b) \times a = a^2 + ab$ 。

事實上， a 、 b 、 c 為任意數時，下列式子仍成立：

$$a(b+c) = ab+ac \quad ; \quad a(b-c) = ab-ac,$$

因為乘法具有交換律，所以下列式子也恆成立：

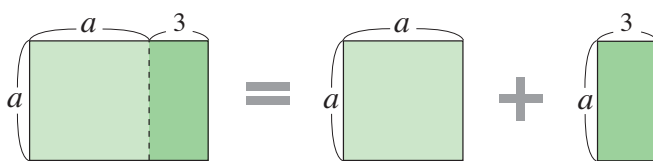
$$(b+c)a = ba+ca \quad ; \quad (b-c)a = ba-ca。$$



隨堂練習

— 3 —

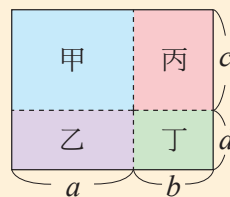
下圖中，將一個長為 $(a+3)$ 、寬為 a 的大長方形，分割成邊長為 a 的正方形與長為 a 、寬為 3 的長方形。請在空格中填入適當的數或文字符號，以表示圖中的面積關係。



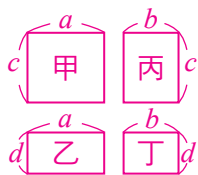
$$\text{面積} = (\underline{a} + \underline{3}) \times \underline{a} = \underline{a^2} + \underline{3a}。$$

問題探索 透過面積分割，認識 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$

右圖中，將一個大長方形分割成甲、乙、丙、丁四塊小長方形，請觀察圖形並完成下面表格。(以 a 、 b 、 c 、 d 表示) — 4 —



4 問題探索分割的圖形：

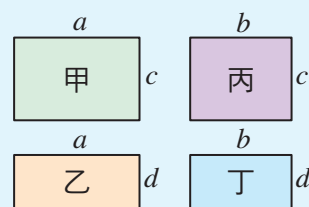


以大長方形計算	以四塊小長方形計算
大長方形的長、寬分別為 $\underline{a+b}$ 、 $\underline{c+d}$ 。	甲面積 = \underline{ac} 。 丙面積 = \underline{bc} 。 乙面積 = \underline{ad} 。 丁面積 = \underline{bd} 。
大長方形面積 = 長 \times 寬 = $(a + \underline{b})(c + \underline{d})$ 。	四塊小長方形面積和 = 甲面積 + 乙面積 + 丙面積 + 丁面積 = $\underline{ac} + \underline{ad} + \underline{bc} + \underline{bd}$ 。

重新布題

如右圖，將四塊小長方形合併成一個大長方形，並完成下列表格。

以大長方形計算	以四塊小長方形計算
大長方形面積 = 長 \times 寬 = $(a + \underline{b})(\underline{c} + \underline{d})$	四塊小長方形面積和 = 甲面積 + 乙面積 + 丙面積 + 丁面積 = $\underline{ac} + \underline{ad} + \underline{bc} + \underline{bd}$



1 教師可視學生學習情況補充，在做 $(a+b)(c+d)$ 時，可先將 $(c+d)$ 看成一個數，例如：
 $(a+b)(c+d)$
 $= (a+b)M$
 $= aM + bM$ ，最後再將 M 用 $(c+d)$ 代入即可。

由大長方形面積 = 四塊小長方形面積的和，可以知道：

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd。$$

也可以利用乘法對加法的分配律：

$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd，$$

$$\text{得出 } (a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd。$$

事實上， a 、 b 、 c 、 d 為任意數時，下式仍成立。

Key point

分配律

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd。$$

例 1

利用分配律求值 學習內容 A-8-1 — 2 —

利用分配律計算 99×501 的值。

可用計算機來幫助驗算喔！



計算機操作



2 在此以分配律來計算，學生只要能了解其規律即可，不需要死記公式。

解

$$\begin{aligned} 99 \times 501 &= [100 + (-1)](500 + 1) \\ &= 100 \times 500 + 100 \times 1 + (-1) \times 500 + (-1) \times 1 \\ &= 100 \times 500 + 100 \times 1 - 1 \times 500 - 1 \times 1 \\ &= 50000 + 100 - 500 - 1 \\ &= 49599 \end{aligned}$$

Hint

也可以寫成

$$\begin{aligned} 99 \times 501 &= (100 - 1)(500 + 1) \\ &= 100 \times 500 + 100 \times 1 - 1 \times 500 - 1 \times 1 \\ &= 50000 + 100 - 500 - 1 \\ &= 49599 \end{aligned}$$



隨堂練習

利用分配律計算 89×102 的值。

$$\begin{aligned} 89 \times 102 &= (90 - 1)(100 + 2) \\ &= 90 \times 100 + 90 \times 2 - 1 \times 100 - 1 \times 2 \\ &= 9000 + 180 - 100 - 2 \\ &= 9078 \end{aligned}$$

重新布題

利用分配律計算下列各式的值。

(1) 49×101 (2) 203×52

(3) 105×302 (4) 81×201

答：(1) 4949 (2) 10556

(3) 31710 (4) 16281

重新布題

利用分配律計算下列各式的值。

(1) $100\frac{1}{3} \times 72\frac{1}{5}$ (2) 9.9×20.2

(3) $39\frac{3}{4} \times 80\frac{1}{4}$ (4) 59.9×10.1

答：(1) $7244\frac{1}{15}$ (2) 199.98

(3) $3189\frac{15}{16}$ (4) 604.99

主題 2 乘法公式



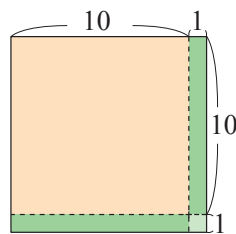
3 乘法公式是學生這個階段的重要開頭，它的重要功能包括：數值的計算、多項式的展開和因式分解。

和的平方公式

《可搭配附件 1 操作》

1. 用面積說明

一個邊長為 11 公分的正方形，它的面積是 11^2 平方公分。將這個正方形分割成一個邊長為 10 公分的正方形及兩個長為 10 公分、寬為 1 公分的長方形和一個邊長為 1 公分的正方形。

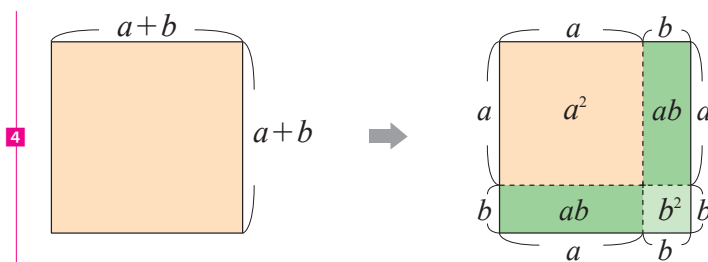


從面積來看可以得到：

$$11^2 = (10 + 1)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 1 + 1^2。$$

同樣的，下圖為邊長 $(a + b)$ 的大正方形，將它分割成一個邊長為 a 的正方形及兩個長為 a 、寬為 b 的長方形和一個邊長為 b 的正方形。

4 以數個長方形面積和來推導乘法公式時，須詳註各邊的邊長，這樣才能讓學生感受到乘法公式。



從面積來看可以得到： $(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2。$

2. 用分配律說明

$(a + b)^2$ 可以表示成 $(a + b) \times (a + b)$ ，用分配律的規則來計算：

$$\begin{aligned} (a + b)(a + b) &= a \times (a + b) + b \times (a + b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

事實上， a 、 b 為任意數時，下式仍成立。



Key point

和的平方公式

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2。$$

重新布題

和的平方公式 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 中， a 、 b 分別用不同的數代入，等號兩邊是否依然相等？

答：是

1 這裡希望學生熟悉代入技巧，而非推演新公式，因此此處不宜評量「若將和的平方公式中的 a 與 b 分別用 x 與 $-y$ 代入，可寫成什麼樣的式子？」

例 2

◆ 搭配習作
P.3 第 1 題
P.4 第 4 題

計算機操作



2 利用和的平方公式計算 504^2 之值，學生可能會認為過程複雜。教師可與學生一起討論直接計算與代入公式的優缺點。

3 關於和的平方公式，學生錯誤類型為：將 $(a+b)^2$ 展開成 a^2+b^2 ，教師可用例子 $(5+1)^2 \neq 5^2+1^2$ 來說明。

答對了嗎？

答案：林森木。

公式中的 a 、 b 也可以用其他文字符號代替，

例如： a 、 b 分別用 x 、 y 代替，

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{array}{ccccccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow\uparrow & \uparrow & & \\ x & y & x & xy & y & & \end{array}$$

$$\text{得 } (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2。$$

和的平方公式 學習內容 A-8-1 — 2 —

利用和的平方公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，計算 504^2 的值。

解 由 $504 = 500 + 4$ ，

將 $a = 500$ 、 $b = 4$ 代入 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$\begin{aligned} \text{可得} \quad 504^2 &= (500 + 4)^2 = 500^2 + 2 \times 500 \times 4 + 4^2 \\ &= 250000 + 4000 + 16 \\ &= 254016 \end{aligned}$$



在例 2 中，利用和的平方公式計算 504^2 時，是將 504 看成 $500 + 4$ 。如果將 504 看成 $498 + 6$ ，再利用和的平方公式來算，答案會一樣嗎？哪種比較好算？說說你的想法。

如果拆成其他兩數的和，再利用和的平方公式來算，算出來的值都是一樣的，我們將 504 拆解成 500 與 4 的和，是因為 500^2 比較容易計算



隨堂練習 — 3 —

利用和的平方公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，計算 201^2 的值。

$$\begin{aligned} 201^2 &= (200 + \underline{\quad 1 \quad})^2 \\ &= \underline{\quad 200^2 \quad} + 2 \times \underline{\quad 200 \quad} \times \underline{\quad 1 \quad} + \underline{\quad 1^2 \quad} \\ &= \underline{\quad 40401 \quad} \end{aligned}$$

重新布題

利用和的平方公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

計算下列各式的值。

(1) 302^2 (2) 405^2

答：(1) 91204

(2) 164025

重新布題

利用和的平方公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

計算下列各式的值。

(1) 300.1^2 (2) $(60\frac{3}{4})^2$

答：(1) 90060.01

(2) $3690\frac{9}{16}$

重新布題

$$999.5^2 = 999^2 + a, \text{ 則 } a = ?$$

(A) 0.25

(B) 0.5

(C) 1998

(D) 999.25

答：(D)

2. 用分配律說明

$(a-b)^2$ 可以表示成 $(a-b) \times (a-b)$ ，用分配律的規則來計算：

$$\begin{aligned}(a-b) \times (a-b) &= a \times (a-b) - b \times (a-b) \\ &= a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

事實上， a 、 b 為任意數時，下式仍成立。



Key point

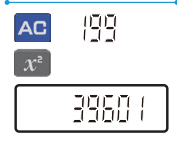
差的平方公式

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2。$$

例 3

◆ 搭配習作
P.3 第 2 題
P.4 第 4、5 題

計算機操作



1 利用差的平方公式計算 199^2 之值，學生可能會認為過程複雜。教師可與學生一起討論直接計算與代入公式的優缺點。

差的平方公式 學習內容 A-8-1 — 1 —

利用差的平方公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，計算 199^2 的值。

解 由 $199 = 200 - 1$ ，
將 $a = 200$ 、 $b = 1$ 代入 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
可得 $199^2 = (200 - 1)^2 = 200^2 - 2 \times 200 \times 1 + 1^2$
 $= 40000 - 400 + 1$
 $= 39601$



在例 3 中，利用差的平方公式計算 199^2 時，是將 199 看成 $200 - 1$ 。如果將 199 看成 $206 - 7$ ，再利用差的平方公式來算，答案會一樣嗎？哪種比較好算？說說你的想法。

如果拆成其他兩數的差，再利用差的平方公式來算，算出來的值都是一樣的，我們將 199 拆解成 200 與 1 的差，是因為 200^2 比較容易計算

重新布題

利用差的平方公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，計算下列各式的值。

- (1) 49^2 (2) 58^2 (3) 76^2
(4) 99^2 (5) 295^2 (6) 499^2
答：(1) 2401 (2) 3364 (3) 5776
(4) 9801 (5) 87025 (6) 249001

重新布題

利用差的平方公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，計算下列各式的值。

- (1) 299.8^2 (2) $(49\frac{9}{10})^2$
答：(1) 89880.04 (2) $2490\frac{1}{100}$



隨堂練習

2 關於差的平方公式，學生錯誤類型為：將 $(a-b)^2$ 展開成 a^2-b^2 或 $a^2-2ab-b^2$ 。

利用差的平方公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，計算 498^2 的值。

$$\begin{aligned} 498^2 &= (500 - \underline{2})^2 \\ &= \underline{500^2} - 2 \times \underline{500} \times \underline{2} + \underline{2^2} \\ &= \underline{248004} \end{aligned}$$

如果將差的平方公式的等號兩邊對調，可以得到等式

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2。$$

我們也可以利用這個等式計算下式，

例如： $161^2 - 2 \times 161 \times 61 + 61^2 = (161 - 61)^2 = 100^2 = 10000。$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a^2 & -2 & \cdot & a & \cdot & b & + b^2 = (a - b)^2 \end{array}$$

◆ 搭配習作
P.3 第 2 題



隨堂練習

1. 計算 $93^2 - 2 \times 93 \times 3 + 3^2$ 的值。

$$\begin{aligned} 93^2 - 2 \times 93 \times 3 + 3^2 &= (93 - 3)^2 \\ &= 90^2 \\ &= 8100 \end{aligned}$$

2. 判斷下表的等式是否正確，正確的打「○」；錯誤的打「×」，並在更正欄中加以更正。(等式正確就無需更正)

等式	更正
(×)(1) $(7-2)^2 = 7^2 - 2^2$	$(7-2)^2 = 7^2 - 2 \times 7 \times 2 + 2^2$
(○)(2) $(8-4)^2 = 8^2 - 2 \times 8 \times 4 + 4^2$	
(×)(3) $(9-3)^2 = 9^2 - 2 \times 9 \times 3 - 3^2$	$(9-3)^2 = 9^2 - 2 \times 9 \times 3 + 3^2$

● 重新布題

利用差的平方公式

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

計算下列各式的值。

(1) $123^2 - 2 \times 123 \times 23 + 23^2$

(2) $81.7^2 - 2 \times 81.7 \times 1.7 + 1.7^2$

答：(1) 10000 (2) 6400

● 重新布題

判斷下列等式是否正確，如果不正確，請寫出正確的等式。

(1) $(10-4)^2 = 10^2 - 2 \times 10 \times 4 - 4^2$

正確

不正確，應為 $(10-4)^2 = 10^2 - 2 \times 10 \times 4 + 4^2$ 。

(2) $6.9^2 + 2 \times 6.9 \times 3.1 + 3.1^2 = (6.9 - 3.1)^2$

正確

不正確，應為 $6.9^2 + 2 \times 6.9 \times 3.1 + 3.1^2 = (6.9 + 3.1)^2$ 。



平方差公式

你知道嗎？

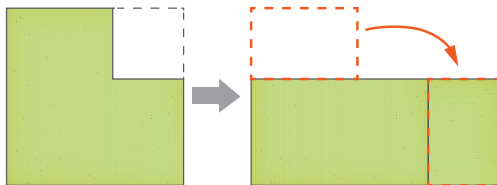
珍珠板又稱為合成板，是美術設計及勞作常使用的材料，主要用來墊高厚度，讓圖面更有層次感。常見於模型及廣告立牌。

課外探索 P.238

- ◆平方差公式面積分割
- ◆胃痛拼圖

1 教師可以詢問學生：「如果大小正方形的邊長都不是整數，那麼剩餘的部分是否依然可以重組成長方形？」

小妍想利用一塊正方形珍珠板布置教室，他先在珍珠板右上角切下一個小正方形，剩下的 L 型珍珠板再切割重組為一個長方形，如下圖。



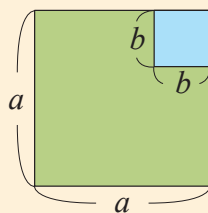
你能看出上面左、右兩塊珍珠板面積有什麼關係嗎？

經過切割重組，上面左、右兩塊珍珠板面積相等

《可搭配附件 3 操作》

問題探索 平方差公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ — 1 —

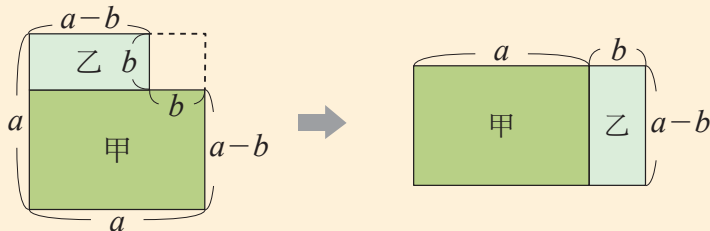
1. 在一張邊長為 a 的大正方形紙片中，將藍色區域邊長為 b 的小正方形剪下，剩餘的面積該如何用 a 和 b 來表示？



$$a^2 - b^2$$

2. 如下圖，將剩餘的部分分割成甲和乙，並重新組合成一個長方形，那麼組合後的長方形面積該如何用 a 和 b 來表示？

$$(a+b)(a-b)$$



3. 比較前兩題 a 、 b 的式子有何關係？

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

由問題探索可知切割重組後，L 型與長方形的面積相等，所以 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 。

我們也可以將 $(a+b)(a-b)$ 用分配律的規則來計算：

$$\begin{aligned} (a+b)(a-b) &= a(a-b) + b(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

重新布題

有一張大正方形紙片，若從一個角落剪去一個小正方形，剩餘的部分經分割後，可以重新組合成一個長為 7 cm 、寬為 3 cm 的長方形，那麼大、小正方形的邊長分別是多少？

$$\text{答：} 7 \times 3 = (5+2)(5-2) = 5^2 - 2^2$$

大正方形的邊長為 5 cm

小正方形的邊長為 2 cm



Key point

平方差公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2。$$

例 4

◆搭配習作
P.3 第3題
P.4 第4題

計算機操作



2 教師可提醒學生與直接計算來進行比較。此處評量時以明顯能找到合適的 a 跟 b 為主。例如：「用平方差公式來計算 99×94 之值」，即為不適宜的評量，因為 $a = 96.5$ 、 $b = 2.5$ 時，並無計算上之便利性可言。

3 可讓學生做上、下隨堂練習的比較，發現兩者用的雖是同一個式子，但計算方向相反。

◆搭配習作
P.3 第3題

平方差公式 學習內容 4-8-1 — 2 —

利用平方差公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ，計算 203×197 的值。

解

由 $203 = 200 + 3$ 、 $197 = 200 - 3$ ，

將 $a = 200$ 、 $b = 3$ 代入 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$$\begin{aligned} \text{可得} \quad 203 \times 197 &= (200+3)(200-3) = 200^2 - 3^2 \\ &= 40000 - 9 \\ &= 39991 \end{aligned}$$



隨堂練習 — 3 —

利用平方差公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ，計算 301×299 的值。

$$\begin{aligned} 301 \times 299 &= (300 + \underline{1})(300 - \underline{1}) \\ &= (\underline{300})^2 - (\underline{1})^2 \\ &= \underline{89999} \end{aligned}$$

如果將平方差公式的等號兩邊對調，可以得到等式

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)。$$

我們也可以利用這個等式計算下式，

例如： $101^2 - 100^2 = (101 + 100)(101 - 100) = 201 \times 1 = 201$ 。

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a^2 & - & b^2 & = & (a + b) & (a - b) \end{array}$$



隨堂練習 — 3 —

計算 $64^2 - 36^2$ 的值。

$$64^2 - 36^2 = (64 + 36)(64 - 36) = 100 \times 28 = 2800$$

● 重新布題

利用平方差公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ，計算下列各式的值。

- (1) 194×206
(2) 308×292
(3) 398×402

答：(1) 39964 (2) 89936
(3) 159996

● 重新布題

利用平方差公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ，計算下列各式的值。

- (1) 9.9×10.1 (2) $49\frac{1}{5} \times 50\frac{4}{5}$

答：(1) 99.99 (2) $2499\frac{9}{25}$

● 重新布題

計算下列各式的值。

- (1) $189^2 - 11^2$
(2) $129^2 - 29^2$
(3) $493^2 - 7^2$

答：(1) 35600
(2) 15800
(3) 243000

綜合應用

乘法公式除了可以幫助計算，也可以用來解生活中的問題。

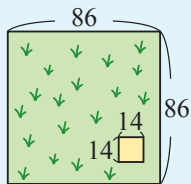
例 5

◆搭配習作
P.4 第 5 題

1 教師可提醒學生，此頁重點為乘法公式的應用，所以例 5 進行平方差公式的應用，隨堂練習進行和的平方公式應用。

乘法公式解應用問題 學習內容 A-8-1 — 1 —

邊長為 86 公尺的正方形公園預定地，要在園內圈出一塊邊長為 14 公尺的正方形土地蓋遊樂設施，如右圖，則剩餘土地面積為多少平方公尺？



解 剩餘土地面積 = $86^2 - 14^2$

$$= (86 + 14)(86 - 14)$$

$$= 100 \times 72$$

$$= 7200$$

所以剩餘土地面積為 7200 平方公尺。



隨堂練習

瑩芳在邊長 80 公分的正方形桌墊外加了一條寬為 $\frac{9}{5}$ 公分的 L 型拼布，如右圖，則加了拼布後的桌墊面積為多少平方公分？

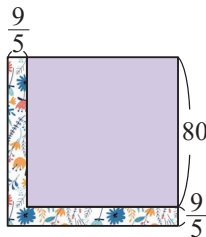
加了拼布的桌墊面積 = $(80 + \frac{9}{5})^2$

$$= 80^2 + 2 \times 80 \times \frac{9}{5} + (\frac{9}{5})^2$$

$$= 6400 + 288 + \frac{81}{25}$$

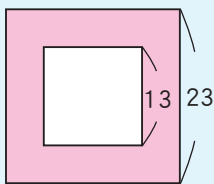
$$= 6691\frac{6}{25}$$

所以加了拼布後的桌墊面積為 $6691\frac{6}{25}$ 平方公分



重新布題

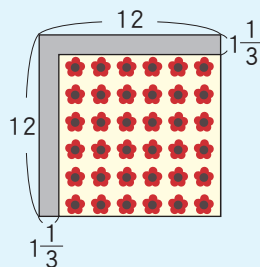
如右圖，兩個正方形的邊長分別是 23 公分和 13 公分，則紅色部分的面積為多少平方公分？



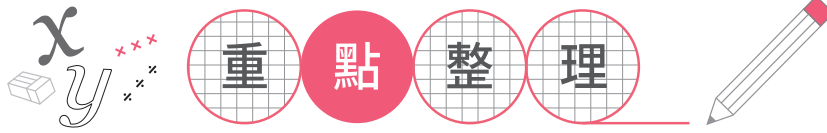
答：360 平方公分

重新布題

如右圖，阿力有一塊邊長 12 公尺的正方形花園，他規畫在花園內部開闢一條寬為 $1\frac{1}{3}$ 公尺的 L 型道路，則剩餘的花園面積是多少平方公尺？



答：113 $\frac{7}{9}$ 平方公尺



1 分配律

a 、 b 、 c 、 d 為任意數時， $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 。

$$\begin{aligned}\text{例 } 99 \times 501 &= [100 + (-1)](500 + 1) \\ &= 100 \times 500 + 100 \times 1 + (-1) \times 500 + (-1) \times 1\end{aligned}$$

2 和的平方公式

a 、 b 為任意數時， $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 。

$$\begin{aligned}\text{例 } 504^2 &= (500 + 4)^2 \\ &= 500^2 + 2 \times 500 \times 4 + 4^2\end{aligned}$$

3 差的平方公式

a 、 b 為任意數時， $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ 。

$$\begin{aligned}\text{例 } 199^2 &= (200 - 1)^2 \\ &= 200^2 - 2 \times 200 \times 1 + 1^2\end{aligned}$$

4 平方差公式

a 、 b 為任意數時， $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 。

$$\begin{aligned}\text{例 } 203 \times 197 &= (200 + 3)(200 - 3) \\ &= 200^2 - 3^2\end{aligned}$$

趣味數學

1 (1) 「四三二一」射一個數學名詞。

(2) 「1000 的四次方 = 10000 的三次方」
射一個中文成語。

答：(1) 倒數

(2) 千變萬化

2 有三個算式分別為：

$$11^2 = 121$$

$$111^2 = 12321$$

$$1111^2 = 1234321$$

則 111111^2 是多少？

答：12345654321



自 我 評 量



1 把相等的式子連起來。

P.10 例 2、P.12 例 3、P.15 例 4

- | | |
|-------------------|--|
| (1) $(200+4)^2$ | <ul style="list-style-type: none"> • 200^2+4^2 • $200^2+2\times 200\times 4+4^2$ • 300^2-6^2 |
| (2) $(300-6)^2$ | <ul style="list-style-type: none"> • $300^2-2\times 300\times 6+6^2$ • $300^2-2\times 300\times 6-6^2$ |
| (3) 319^2-119^2 | <ul style="list-style-type: none"> • $2\times (319-119)$ • $(319-119)^2$ • $(319+119)(319-119)$ |

2 計算下列各式的值。

(1) 43^2

P.10 例 2

$$\begin{aligned} &= (40+3)^2 \\ &= 40^2 + 2 \times 40 \times 3 + 3^2 \\ &= 1600 + 240 + 9 \\ &= 1849 \end{aligned}$$

(2) $293^2 + 2 \times 293 \times 7 + 7^2$

P.11 隨堂

$$\begin{aligned} &= (293+7)^2 \\ &= 300^2 \\ &= 90000 \end{aligned}$$

(3) 97^2

P.12 例 3

$$\begin{aligned} &= (100-3)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 100 \times 3 + 3^2 \\ &= 10000 - 600 + 9 \\ &= 9409 \end{aligned}$$

(4) $954^2 - 2 \times 954 \times 54 + 54^2$

P.13 下方隨堂

$$\begin{aligned} &= (954-54)^2 \\ &= 900^2 \\ &= 810000 \end{aligned}$$

(5) 248×252

P.15 例 4

$$\begin{aligned} &= (250-2)(250+2) \\ &= 250^2 - 2^2 \\ &= 62500 - 4 \\ &= 62496 \end{aligned}$$

(6) $888^2 - 112^2$

P.15 下方隨堂

$$\begin{aligned} &= (888+112)(888-112) \\ &= 1000 \times 776 \\ &= 776000 \end{aligned}$$

歷屆試題觀摩

(D) 1. 若 a 、 b 為兩質數且相差 2，則 $ab+1$ 之值可能為下列何者？

【106 年教育會考】



數位備課

- (A) 39^2
(C) 41^2

- (B) 40^2
(D) 42^2

(B) 2. 判斷下列各式的值，何者最大？

【104 年教育會考】



數位備課

- (A) $25 \times 13^2 - 15^2$
(C) $9 \times 21^2 - 13^2$

- (B) $16 \times 17^2 - 18^2$
(D) $4 \times 31^2 - 12^2$

3 回答下列問題：

P.15 例 4

- (1) 化簡 $(a+1)(a-1)-a^2$ 。
 (2) 利用(1)的結果，計算 $2007 \times 2005 - 2006^2$ 的值。

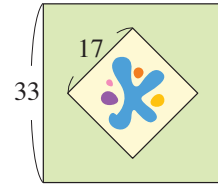
$$(1) (a+1)(a-1)-a^2 = a^2 - 1 - a^2 = -1$$

$$(2) \text{ 因為 } (a+1)(a-1)-a^2 = -1$$

將 $a=2006$ 代入

$$\begin{aligned} \text{所以 } 2007 \times 2005 - 2006^2 \\ &= (2006+1)(2006-1) - 2006^2 \\ &= 2006^2 - 1 - 2006^2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

4 世均為自創品牌設計商標，此商標由兩個正方形組成，其邊長分別為 33 公分和 17 公分，如右圖，則這兩個正方形之間的綠色區域面積為多少平方公分？



P.16 例 5

$$\begin{aligned} \text{兩正方形之間的綠色區域面積} &= \text{大正方形面積} - \text{小正方形面積} \\ &= 33^2 - 17^2 \\ &= (33+17)(33-17) \\ &= 50 \times 16 \\ &= 800 \end{aligned}$$

所以兩正方形之間的綠色區域面積為 800 平方公分

挑錯題

小妍和小翊利用乘法公式計算「 $(90-8)^2$ 」的過程如下。判斷他們的解法是否正確？若不正確，請標出開始發生錯誤的部分，並寫出正確的解法。

<p>小妍：</p> $\begin{aligned} (90-8)^2 &= 90^2 - 8^2 \\ &= 8100 - 64 \\ &= 8036 \end{aligned}$	<p>小翊：</p> $\begin{aligned} (90-8)^2 &= 90^2 - 2 \times 90 \times 8 - 8^2 \\ &= 8100 - 1440 - 64 \\ &= 6596 \end{aligned}$
--	--

正確解法如下：

$$\begin{aligned} (90-8)^2 &= 90^2 - 2 \times 90 \times 8 + 8^2 \\ &= 8100 - 1440 + 64 \\ &= 6724 \end{aligned}$$

教學提醒

小妍的錯：寫成平方差公式

小翊的錯：差的平方公式應為

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(D) 3. 計算 $(250+0.9+0.8+0.7)^2 - (250-0.9-0.8-0.7)^2$ 之值為何？【100 年第二次基本學測】



數位備課

- (A) 11.52 (B) 23.04
 (C) 1200 (D) 2400

(C) 4. 若 a 滿足 $(383-83)^2 = 383^2 - 83 \times a$ ，則 a 值為何？

【99 年第二次基本學測】



數位備課

- (A) 83 (B) 383
 (C) 683 (D) 766