

二 扇形的弧長與面積公式

■ 已知圓半徑為 r ，扇形 COD 的圓心角 $\angle COD = \theta$ (徑)， $0 \leq \theta < 2\pi$ ，如右圖，令扇形的弧長為 s ，面積為 A ，則：

(1) 扇形的弧長 $s = r\theta$ 。

(2) 扇形的面積 $A = \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} rs$ 。

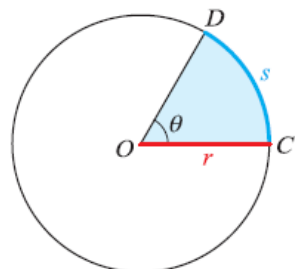
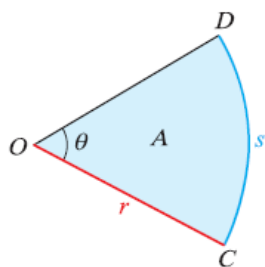
說明： ① 扇形弧長：

設弧 \widehat{CD} 長度為 s ，因為完整圓的圓心角是 2π ，所對應的圓周長是 $2\pi r$ ，故有 $\frac{\theta}{2\pi} = \frac{s}{2\pi r}$ ，則 $s = r\theta$ 。

② 扇形面積：

設扇形 COD 的面積為 A 。因為完整圓的圓心角是 2π ，所對應的圓形面積是 πr^2 ，故有 $\frac{\theta}{2\pi} = \frac{A}{\pi r^2}$ ，

則 $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$ ，又 $s = r\theta$ ，扇形面積 $A = \frac{1}{2} rs$ 。



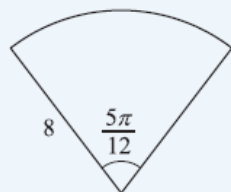
範例 4 扇形的弧長與面積

★ 搭配課本例題 4

有一扇形，其半徑為 8 公分，圓心角為 $\frac{5\pi}{12}$ ，則：

(1) 此扇形之弧長為 _____ 公分。

(2) 扇形面積為 _____ 平方公分。



範例 5 弧長的應用

★ 搭配課本習題 8

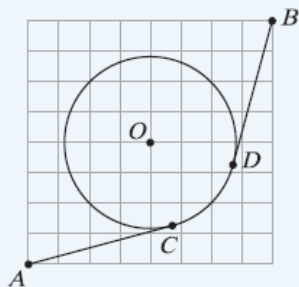
如右圖所示，每個小方格的邊長為 1，圓 O 的圓心為 O ，半徑為

$\frac{1}{2} \overline{OA}$ ； \overrightarrow{AC} 與 \overrightarrow{BD} 均為圓 O 的切線，切點分別為 C 點與 D 點。

則：

(1) $\angle COD =$ _____。

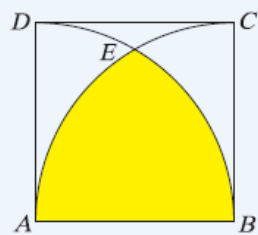
(2) 求線段 \overline{AC} ，圓弧 \widehat{CD} 及線段 \overline{DB} 的長度之和為 _____。



範例 6 陰影面積

★ 搭配課本例題 5

如右圖，正方形邊長為 12，以相鄰兩頂點為圓心作圓相交如右圖，求著色區域面積為_____，周長為_____。



範例 7 時鐘問題

★ 搭配課本習題 6

- (1) 時鐘從 7 點 12 分到 7 點 46 分，分針共繞了_____ 週。
- (2) 時鐘在 7 點 12 分時，時針與分針所夾較小角度為_____ 度。

範例 8 素養題

★ 搭配課本習題 9

如右圖，有一個半徑為 2 公分的圓形硬幣沿著地面一直線向左滾動了 $\frac{4}{3}\pi$ 公分後，則此時 A 點離地面_____ 公分。

素養題

