

1-2 正負數的加減

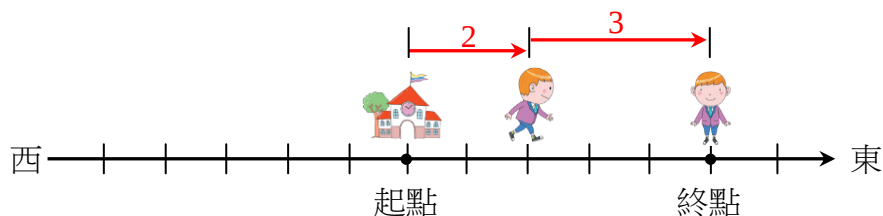
本節將利用數線的概念，逐步發展加法運算的規則，再利用溫差的情境與加法運算規則，學習正負數的減法，並適當使用計算機協助計算、驗算及進行數學探究。

1 正負數的加法

▶ 同號數相加

以校門口為基準，向東為正向，下列是傑克與安琪走路的情況：

- (1) 如下圖，傑克自校門口向東走 2 公里，記作 $+2$ 公里，再向東走 3 公里，記作 $+3$ 公里，則傑克最後的位置相當於自校門口向東走了 $2+3=5$ 公里，記作 $+5$ 公里。

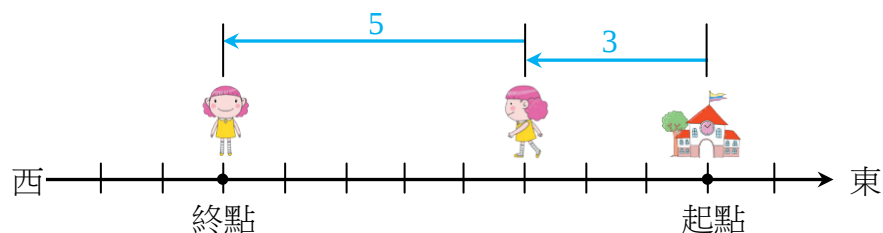


兩正數相加，計算結果為正。

上例也可以用算式表示為 $(+2) + (+3) = +(2+3) = +5$ ，習慣上可將正號省略，記為 $2+3=5$ 。

兩數的絕對值相加

- (2) 如下圖，安琪自校門口向西走 3 公里，記作 -3 公里，再向西走 5 公里，記作 -5 公里，則安琪最後的位置相當於自校門口向西走了 $3+5=8$ 公里，記作 -8 公里。



兩負數相加，計算結果為負。

上例也可以用算式表示為 $(-3) + (-5) = -(3+5) = -8$ 。

兩數的絕對值相加

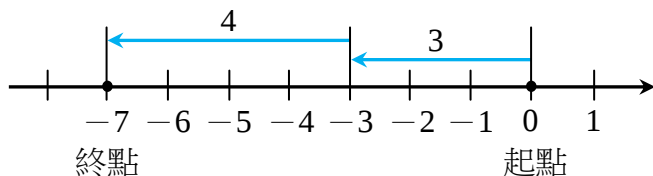
P24**例 1** 圖示同號數相加

自評 P44 第 1 題(1)

在數線上圖示 $(-3) + (-4)$ 的結果，再用算式計算其值。

解

將起點定為原點，從原點向左 3 個單位長後，再向左 4 個單位長。

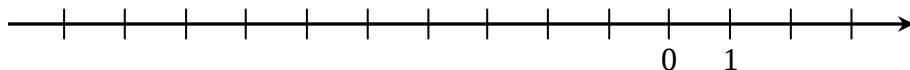


最後的結果相當於從原點向左 $3+4=7$ 個單位長。

算式： $(-3) + (-4) = -(3+4) = -7$

隨堂練習

在數線上圖示 $(-4) + (-2)$ ，並計算其結果。

**【同號數相加】**

兩同號數相加等於兩數的絕對值相加，再冠上原來的性質符號。

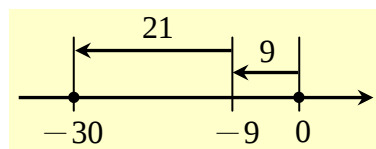
例 2 同號數相加

自評 P44 第 1 題(1)

計算 $(-9) + (-21)$ 的值。

解

$$\begin{aligned} & (-9) + (-21) \\ &= -(9+21) \\ &= -30 \end{aligned}$$



P25**隨堂練習**

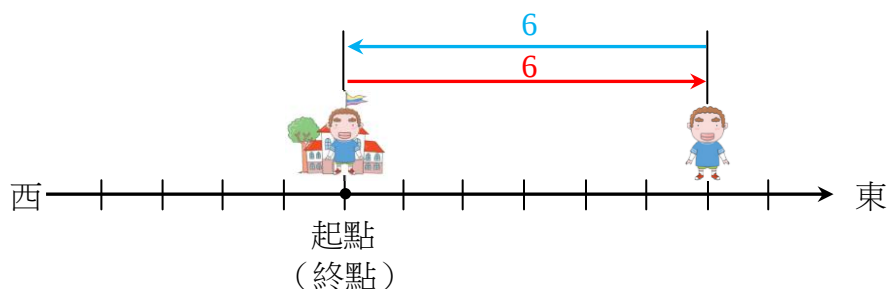
計算下列各式的值：

(1) $(-29) + (-41)$

(2) $(-52) + (-19)$

如下圖，威利自校門口向東走 6 公里，記作 **+6** 公里，再向西走 6 公里，記作 **-6** 公里，則威利最後的位置，就在校門口。

自評 P44 第 1 題(6)



上例可以用算式表示為 $6 + (-6) = 0$ 。同理，任意數與其相反數的和為 0。

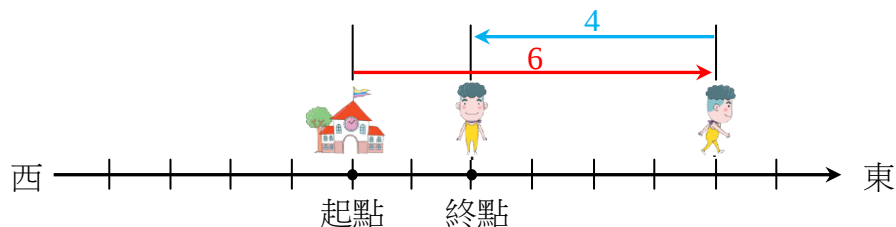
【兩相反數的和】

無論 a 為正數、0 或負數， a 與其相反數的和為 0，即 $a + (-a) = 0$ 。

►異號數相加

以校門口為基準，向東為正向，下列是洛基與艾美走路的情況：

- (1) 如下圖，洛基自校門口向東走 6 公里，記作 **+6** 公里，再向西走 4 公里，記作 **-4** 公里，則洛基最後的位置相當於自校門口向東走了 $6 - 4 = 2$ 公里，記作 **+2** 公里。



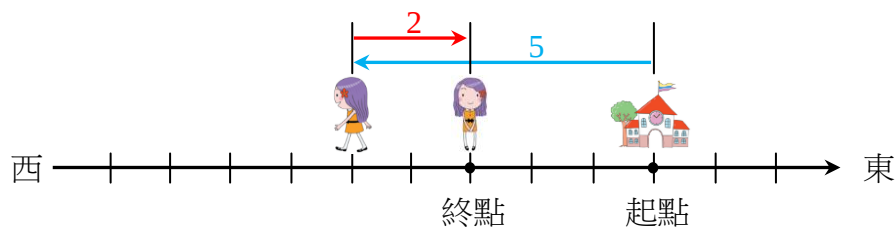
6 比 4 大，抵消後的結果與 6 的性質符號相同。

上例可以用算式表示為 $6 + (-4) = +(6 - 4) = +2$ 。

較大的絕對值 - 較小的絕對值

P26

- (2) 如下圖，艾美自校門口向西走 5 公里，記作 -5 公里，再向東走 2 公里，記作 $+2$ 公里，則艾美最後的位置相當於自校門口向西走了 $5-2=3$ 公里，記作 -3 公里。



5 比 2 大，抵消後的結果與 -5 的性質符號相同。

上例可以用算式表示為 $(-5) + (+2) = -(5-2) = -3$ 。

較大的絕對值－較小的絕對值

例 3 圖示異號數相加

自評 P44 第 1 題(2)~(5)

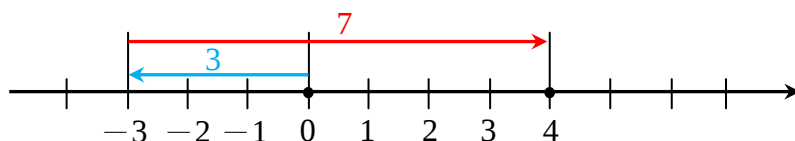
在數線上圖示下列各式的結果，再用算式計算其值。

(1) $(-3) + 7$

(2) $3 + (-5)$

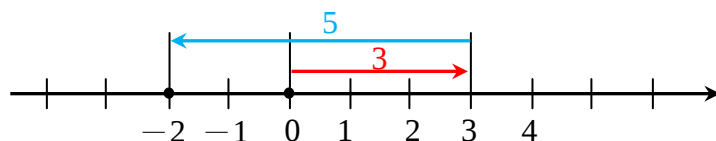
解

(1)



$$\begin{aligned} \text{算式：} (-3) + 7 &= + (7-3) \quad \leftarrow 7 > 3, \text{抵} \\ &= 4 \end{aligned}$$

(2)



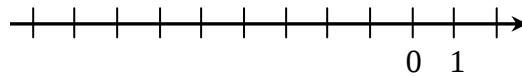
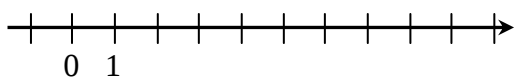
$$\begin{aligned} \text{算式：} 3 + (-5) &= - (5-3) \quad \leftarrow 5 > 3, \text{抵} \\ &= -2 \end{aligned}$$

P27**隨堂練習**

在數線上圖示下列各式的結果，並在□中填入性質符號，且求出其值：

(1) $9 + (-2)$

(2) $(-7) + 2$



$$\begin{aligned} \text{算式：} 9 + (-2) &= \square (9 - 2) \\ &= \underline{\hspace{2cm}}。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{算式：} (-7) + 2 &= \square (7 - 2) \\ &= \underline{\hspace{2cm}}。 \end{aligned}$$

Thinking

甲數為正數，乙數為負數，則：

(1) 如果 $|\text{甲數}| > |\text{乙數}|$ ，則甲數 + 乙數的結果是正數或負數？

試舉出一個例子。

(2) 如果 $|\text{甲數}| < |\text{乙數}|$ ，則甲數 + 乙數的結果是正數或負數？

試舉出一個例子。

例 4 異號數相加

自評 P44 第 1 題(2)~(5)

計算下列各式的值：

(1) $27 + (-38)$

(2) $(-11) + 36$

解

(1) $27 + (-38)$

$$\begin{aligned} &= - (38 - 27) \quad \leftarrow 38 > 27, \text{計算結果} \\ &= -11 \quad \text{為負。} \end{aligned}$$

(2) $(-11) + 36$

$$\begin{aligned} &= + (36 - 11) \quad \leftarrow 36 > 11, \text{計算結果} \\ &= 25 \quad \text{為正。} \end{aligned}$$

【異號數相加】

兩異號數相加的結果，等於較大的絕對值減去較小的絕對值，再冠上絕對值較大的性質符號。

隨堂練習

1. 在□中填入性質符號，並求出其值：

$$(1) 4 + (-42) = \square (42 - 4) \\ = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) (-40) + 60 = \square (60 - 40) \\ = \underline{\hspace{2cm}}。$$

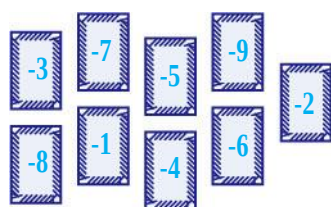
2. 計算下列各式的值：

$$(1) 30 + (-18)$$

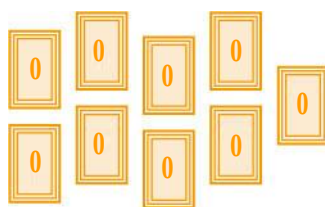
$$(2) (-17) + 15$$

探索活動 被加數與和的大小

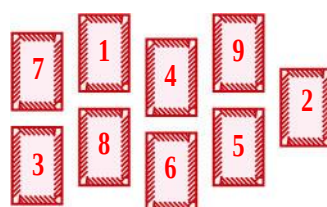
將數字牌上的數分為以下三堆：



負數



0



正數

(1) 先在心中想一個數，此數是_____。

(2) 從正數牌堆中任選一張牌，此牌的數為_____，則心中想的數與此數相加的結果_____心中想的數。（填大於、小於或等於）

(3) 從負數牌堆中任選一張牌，此牌的數為_____，則心中想的數與此數相加的結果_____心中想的數。（填大於、小於或等於）

(4) 將心中想的數與 0 相加的結果_____心中想的數。（填大於、小於或等於）。

事實上，若 a 為任意數，則(1) $a + \text{正數}$ ，其結果比 a 大；

(2) $a + \text{負數}$ ，其結果比 a 小；

(3) $a + 0$ ，其結果與 a 相等。

►加法交換律

兩個正數相加合乎加法交換律，例如： $3+8=8+3$ 。事實上，對於任意兩數相加時也合乎加法交換律。例如： $3+(-2)=(-2)+3=1$ 。

►加法結合律

三個正數相加合乎加法結合律，例如： $(5+7)+9=5+(7+9)$ 。事實上，對於任意三數相加時也合乎加法結合律。

例如： $[2+(-3)]+(-4)=(-1)+(-4)=-5$ ，

$$2+[(-3)+(-4)]=2+(-7)=-5，$$

所以 $[2+(-3)]+(-4)=2+[(-3)+(-4)]$ 。

【加法交換律與結合律】

1. 如果 $a、b$ 為任意兩數，則 $a+b=b+a$ 。(交換律)
2. 如果 $a、b、c$ 為任意三數，則 $(a+b)+c=a+(b+c)$ 。(結合律)

例 5 利用交換律與結合律解題

計算下列各式的值：

(1) $(-410)+52+410$

(2) $300+(-3.2)+(-6.8)$

解

$$\begin{aligned} (1) \quad & (-410)+52+410 \\ &= (-410)+410+52 \\ &= 0+52 \\ &= 52 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 300+(-3.2)+(-6.8) \\ &= 300+[(-3.2)+(-6.8)] \\ &= 300+(-10) \\ &= 290 \end{aligned}$$

隨堂練習

計算下列各式的值：

(1) $(-256)+478+256$

(2) $(-49)+(-49.7)+59.7$

2 正負數的減法

► 減去正數

國小學過 $7-3=4$ ，那麼 $3-7$ 要如何計算呢？



$3-7=?$



以下面的例子來說明：

合歡山某日早晨的氣溫為 3°C ，中午的氣溫為 7°C 。因此，中午的氣溫比早晨的氣溫高 4°C ，可記為 $7-3=4$ ，即：

「最後溫度減原來溫度等於溫度的變化量」。

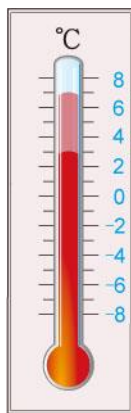
因此，若合歡山某日中午的氣溫為 7°C ，傍晚的氣溫為 3°C ，則溫度的變化量為 $3-7$ 。由溫度計的標示可知，傍晚的氣溫比中午的氣溫低 4°C ，可記為

$$3-7=-4\cdots\cdots\text{①}$$

另外從加法的計算可得：

$$3+(-7)=-4\cdots\cdots\text{②}$$

由①、②兩式可知 $3-7=3+(-7)$



原來溫度 (中午)

最後溫度 (傍晚)

P31

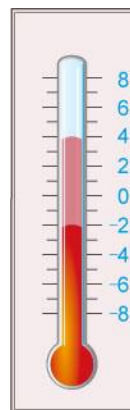
若合歡山某日中午的氣溫為 4°C ，下午的氣溫為 -2°C 。因此，溫度的變化量可記為

$$(-2) - 4 = -6 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

另外，從加法的計算可得：

$$(-2) + (-4) = -6 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

由①、②兩式可知 $(-2) - 4 = (-2) + (-4)$ 。



原來溫度
(中午)
6
最後溫度
(下午)

由上面的討論可知：減去一個正數就相當於加上這個正數的相反數。

例 6 減去正數

自評 P44 第 2 題(1)~(2)

計算下列各式的值：

(1) $25 - 87$

(2) $(-23) - 56$

解

(1) $25 - 87$

$$\begin{aligned} &= 25 + (-87) \quad \leftarrow \text{「減 } 87\text{」} \\ &= -(87 - 25) \quad \leftarrow \text{看成「加 } (-87)\text{」} \\ &= -62 \end{aligned}$$

(2) $(-23) - 56$

$$\begin{aligned} &= (-23) + (-56) \quad \leftarrow \text{「減 } 56\text{」} \\ &= -(23 + 56) \quad \leftarrow \text{看成「加 } (-56)\text{」} \\ &= -79 \end{aligned}$$

隨堂練習

填入適當的數，以完成下列各式的計算：

(1) $38 - 4 = 38 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $(-73) - 19 = (-73) + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

「 $1 + (-44)$ 」，猜一座山的名稱。

P32

▶減去負數

將一個數減去負數，例如： $4 - (-2)$ 、 $(-2) - (-6)$ ，要如何計算呢？
可利用「最後溫度減原來溫度等於溫度的變化量」說明如下：

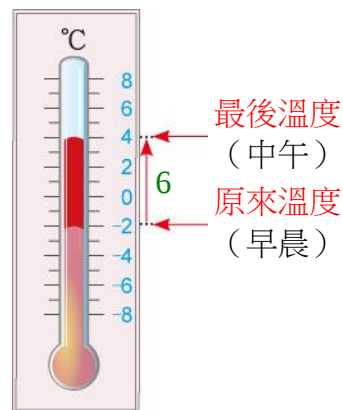
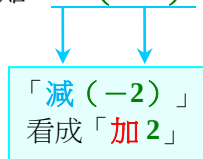
若合歡山某日早晨的氣溫為 -2°C ，中午的氣溫為 4°C 。因此，溫度的變化量可記為

$$4 - (-2) = 6 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

另外，從加法的計算可得：

$$4 + 2 = 6 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

由①、②兩式可知 $4 - (-2) = 4 + 2$ 。



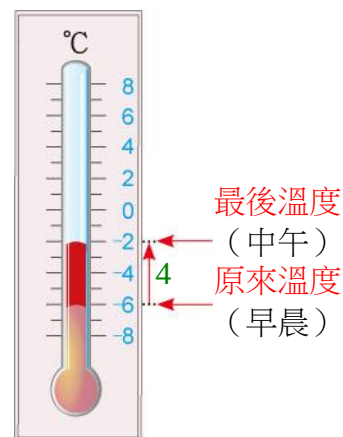
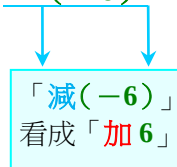
若合歡山某日早晨的氣溫為 -6°C ，中午的氣溫為 -2°C 。因此，溫度的變化量可記為

$$(-2) - (-6) = 4 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

另外，從加法的計算可得：

$$(-2) + 6 = 4 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

由①、②兩式可知 $(-2) - (-6) = (-2) + 6$ 。



由上面的討論可知：減去一個負數就相當於加上這個負數的相反數。

例 7 減去負數

自評 P44 第 2 題(3)~(4)

計算下列各式的值：

(1) $6 - (-15)$

(2) $(-25) - (-3)$

解

(1) $6 - (-15)$

$$= 6 + 15 \leftarrow \text{「減}(-15)\text{」}$$

$$= 21 \quad \text{看成「加}15\text{」。}$$

(2) $(-25) - (-3)$

$$= (-25) + 3 \leftarrow \text{「減}(-3)\text{」}$$

$$= -(25 - 3) \quad \text{看成「加}3\text{」。}$$

$$= -22$$

P33**隨堂練習**

填入適當的數，以完成下列各式的計算：

(1) $8 - (-8) = 8 + \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$ 。

(2) $(-11) - (-87) = (-11) + \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$ 。

(3) $0 - (-13.5) = 0 + \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$ 。

【正負數的減法】

↙ 相 ↘

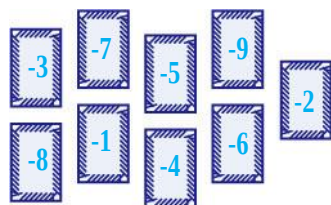
↙ 相 ↘

若 a 、 b 為任意兩數，則(1) $a - b = a + (-b)$ ； (2) $a - (-b) = a + b$ 。

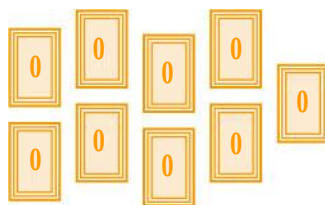
即減去一個數就相當於加上這個數的相反數。

**探索活動 被減數與差的大小**

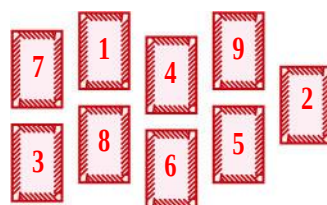
將數字牌上的數分為以下三堆：



負數



0



正數

- (1) 先在心中想一個數，此數是_____。
- (2) 從**正數**牌堆中任選一張牌，此牌的數為_____，則心中想的數減去此數的結果_____心中想的數。（填大於、小於或等於）
- (3) 從**負數**牌堆中任選一張牌，此牌的數為_____，則心中想的數減去此數的結果_____心中想的數。（填大於、小於或等於）
- (4) 將心中想的數減去 **0** 的結果_____心中想的數。（填大於、小於或等於）。

事實上，若 a 為任意數，則(1) $a - \text{正數}$ ，其結果比 a 小；

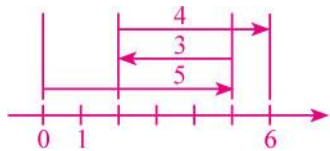
(2) $a - \text{負數}$ ，其結果比 a 大；

(3) $a - 0$ ，其結果與 a 相等。

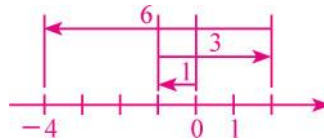
會考觀測站 加強演練題

■ 在數線上圖示下列各式的結果，並計算其值：

(1) $5 + (-3) + 4 = 6$



(2) $(-1) + 3 + (-6) = -4$

**會考觀測站** 加強演練題

■ 計算下列各式的值：

(1) $4 + (-7) = -3$

(2) $(-8) + 7 = -1$

(3) $5 + (-3) = 2$

(4) $2 + (-8) = -6$

會考觀測站 基礎演練題

■ 計算下列各式的值：

(1) $(-193) + 968 - (-193) = 968$

(2) $(-2.6) + 87 + (-7.4) + 113 = 190$

(3) $(589 + 147) + (553 + 311) = 1600$

會考觀測站 加強演練題

■ 計算下列各式的值：

(1) $35 - (-6) = 41$

(2) $7 - (-2.1) = 9.1$

(3) $(-4) - (-9) = 5$

(4) $(-15) - (-8) = -7$

(5) $26 - (-7) = 33$

(6) $(-45) - (-6) = -39$