



# 重點整理

## 1 利用平方根概念解一元二次方程式

形如  $x^2=k$  ( $k \geq 0$ ) 及  $(ax+b)^2=c$  ( $a \neq 0, c > 0$ ) 的一元二次方程式，可以利用平方根的概念來求解。

例  $(2x+3)^2=8, 2x+3=\pm 2\sqrt{2}, x=-\frac{3}{2}\pm\sqrt{2}$ ，  
所以方程式的解為  $-\frac{3}{2}\pm\sqrt{2}$ 。

## 2 將 $x^2 \pm px$ 配成完全平方式

將形如  $x^2 \pm px$  的式子加上  $(\frac{p}{2})^2$ ，可以配成完全平方式。

例  $x^2+14x+(\frac{14}{2})^2=x^2+14x+7^2=(x+7)^2$ 。

## 3 利用配方法解一元二次方程式

利用配方法解一元二次方程式的步驟如下： 例  $3x^2+6x-6=0$

- (1) 利用等量公理使  $x^2$  項的係數變為 1。  $x^2+2x-2=0$
- (2) 將方程式整理為  $x^2+px=c$  的形式。  $x^2+2x=2$
- (3) 等號兩邊同加  $(\frac{p}{2})^2$ 。  $x^2+2x+(\frac{2}{2})^2=2+(\frac{2}{2})^2$
- (4) 等號左邊配成完全平方式。  $(x+1)^2=3$
- (5) 利用平方根概念解出  $x$ 。  $x+1=\pm\sqrt{3}, x=-1\pm\sqrt{3}$

## 4 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ ( $a \neq 0$ ) 的判別式與其解

判別式 $b^2-4ac$	解的情形	解的值
(1) $b^2-4ac > 0$	兩個相異的根	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
(2) $b^2-4ac = 0$	兩根相等 (重根)	$x = -\frac{b}{2a}$ (重根)
(3) $b^2-4ac < 0$	無解	

### 趣味數學

123456798 = 100

一個式子中，如何不改變數字排列順序，在左邊適當加上一些運算符號(+、-、×、÷)，使得成立？

參考答案：123+45-67-9+8=100 或 12÷3+4-5+6-7+98=100



## 自我評量



遊戲評量

貪食蛇 (配方法)

P.164 例 3

1 在下列各空格中分別填入適當的數，使各式成為完全平方式。

$$(1) x^2 + 18x + \underline{81} = (x + \underline{9})^2$$

$$(2) x^2 - x + \underline{\frac{1}{4}} = (x - \underline{\frac{1}{2}})^2$$

2 解下列各一元二次方程式。

$$(1) (x+3)^2 = 19$$

P.161 例 1

$$x+3 = \pm\sqrt{19}$$

$$x = -3 \pm\sqrt{19}$$

所以方程式的解為  $-3 \pm\sqrt{19}$

$$(2) (3x-2)^2 - 16 = 0$$

P.162 例 2

$$(3x-2)^2 = 16$$

$$3x-2 = \pm 4$$

$$3x = 2 \pm 4$$

$$x = 2 \text{ 或 } x = -\frac{2}{3}$$

所以方程式的解為 2 和  $-\frac{2}{3}$

$$(3) 2x^2 - 8x - 1792 = 0 \quad \text{P.166 例 5、P.167 例 6}$$

$$x^2 - 4x - 896 = 0$$

$$x^2 - 4x + 2^2 = 896 + 2^2$$

$$(x-2)^2 = 900$$

$$x-2 = \pm 30$$

$$x = 2 \pm 30$$

$$x = 32 \text{ 或 } x = -28$$

所以方程式的解為 32 和 -28

$$(4) 3x^2 + 5x + 1 = 0$$

P.171 例 7

$$\text{令 } a=3, b=5, c=1$$

$$b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 3 \times 1 = 13 > 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

所以方程式的解為  $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$

$$(5) 9x^2 + 4 = 12x$$

P.172 例 8

$$9x^2 - 12x + 4 = 0$$

$$\text{令 } a=9, b=-12, c=4$$

$$b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \times 9 \times 4 = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-12)}{2 \times 9} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \text{ (重根)}$$

所以方程式的解為  $\frac{2}{3}$  (重根)

$$(6) -5x^2 + 2x - 3 = 0$$

P.173 例 9

$$\text{令 } a=-5, b=2, c=-3$$

$$b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times (-5) \times (-3) = -56 < 0$$

所以方程式無解

## 題觀摩

一元二次方程式  $x^2 - 8x = 48$  可表示成  $(x-a)^2 = 48+b$  的形式，其中  $a, b$  為整數。求  $a+b$  之值為何？

【106 年教育會考】

A) 20

B) 12

C) -12

D) -20

判斷一元二次方程式  $x^2 - 8x - a = 0$  中的  $a$  為下列哪一個數時，可使得此方程式的兩根均為整數？

A) 12

B) 16

C) 20

D) 24

【104 年教育會考】