Key point

底數與指數 ①

若 a 為整數，則 $\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{n\text{ 個}}$ 可簡記成指數的形式 a^n，

讀作 a 的 n 次方，其中 a 稱為底數，n 稱為指數。

a^n ← 指數
↑
底數（底）

計算機練習 P.254
◆平方與指數

◆搭配習作 P.17 第 1 題

① a^n 中的 a 在本章限定為整數，分數及小數部分於第二章呈現。

隨堂練習

以指數的形式簡記下列各式。

(1) $8\times8\times8\times8\times8=$ 8^5 。

(2) $(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)=$ $(-5)^4$ 。

有些計算機上會有 $\boxed{x^2}$ 或 $\boxed{x^y}$ 的按鍵，分別代表一個數的平方或次方。（操作方式可參閱書末 P.[7]～[8]「計算機教學」）②

② 計算機教學參閱備課用書 P.228～229。

例 1　指數為偶數的乘方計算　學習內容 N-7-6

◆搭配習作 P.17 第 2 題 P.18 第 3 題

計算下列各式的值。

(1) 9^2　(2) $(-2)^4$　(3) -2^4

解 (1) $9^2=9\times9=81$

(2) $(-2)^4=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)=16$

(3) $-2^4=-(2^4)=-(2\times2\times2\times2)=-16$

9 $\boxed{x^2}$ 和
9 $\boxed{\times}$ 9
的結果是一樣的唷！

Hint
$(-2)^4$ 與 -2^4 的意義不同，且值也不同。

隨堂練習

計算下列各式的值。

(1) 3^2 $=9$　(2) $(-3)^2$ $=9$　(3) -3^2 $=-9$

重新布題

以指數的形式簡記下列各式。

(1) $6\times6\times6\times6=$ 6^4 。

(2) $(-3)\times(-3)\times(-3)=$ $(-3)^3$ 。

(3) $-(2\times2\times2\times2\times2)=$ -2^5 。

重新布題

計算下列各式的值。

(1) $3^4=$ 81 。

(2) $-3^4=$ -81 。

(3) $(-3)^4=$ 81 。

(4) $1^{300}=$ 1 。

(5) $0^{100}=$ 0 。

例 2 指數為奇數的乘方計算 學習內容 N-7-6

◆搭配習作
P.17 第 2 題
P.18 第 3 題

計算下列各式的值。

(1) 7^3　　(2) $(-6)^3$　　(3) -6^3

7 x^y 3 和
7 × 7 × 7
的結果是一樣的唷！

解 (1) $7^3=7\times7\times7=343$

(2) $(-6)^3=(-6)\times(-6)\times(-6)=-216$

(3) $-6^3=-(6^3)=-(6\times6\times6)=-216$

Hint
$(-6)^3$ 與 -6^3 的意義不同，但值相同。

隨堂練習

計算下列各式的值。

(1) 2^5　$=32$
(2) $(-2)^5$　$=-32$
(3) -2^5　$=-32$

動動腦 3

3 動動腦的目的是提醒學生負數的奇數次方是負數，負數的偶數次方是正數。

1. 若 n 為偶數，則 $(-1)^n$ 等於多少？ 1
2. 若 n 為奇數，則 $(-1)^n$ 等於多少？ -1

由前面的討論，我們可以發現：

Key point 負數的乘方

負數的偶數次方是正數；負數的奇數次方是負數。

數學好好玩 連乘訣

學完乘方的簡記後，你可以翻到書末 P.[3]「連乘訣」，利用所學的概念，一起挑戰解謎吧！

重新布題

計算下列各式的值。

(1) $-5^3=$ -125。　(2) $(-5)^3=$ -125。
(3) $-7^2=$ -49。　(4) $(-7)^2=$ 49。
(5) $(-1)^{66}=$ 1。　(6) $-(-1)^5=$ 1。

重新布題

$(-1)^{2011}$ 和 $(-1)^{168}$ 何者較大？

答：$(-1)^{168}$

在進行含有乘方的四則運算時，乘方的部分要先計算。

例 3　含乘方的四則運算 學習內容 N-7-6

◆搭配習作 P.18 第 4 題

課外探索 P.239
◆電腦的儲存單位

計算下列各式的值。

(1) $(-5^2)\div 5-3^3$　　(2) $8-2^3\times[10+(-4^2)]$

解 (1) $(-5^2)\div 5-3^3$
$=(-25)\div 5-27$
$=(-5)-27$
$=-32$

(2) $8-2^3\times[10+(-4^2)]$
$=8-8\times[10+(-16)]$
$=8-8\times(-6)$
$=8+48$
$=56$

隨堂練習

計算下列各式的值。

(1) $[-(-3)^2+3]\div 6$
$=[-9+3]\div 6$
$=(-6)\div 6$
$=-1$

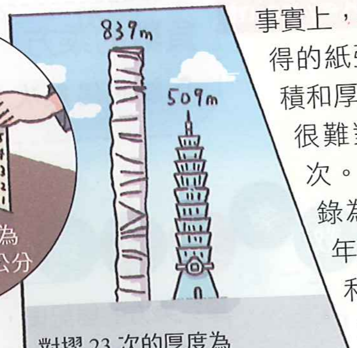
(2) $(-100)-(-75)\div(-5)^2$
$=(-100)-(-75)\div 25$
$=(-100)-(-3)$
$=(-100)+3$
$=-97$

數學好好玩　將紙對摺幾次，厚度才會比 101 大樓高呢？ 1

1 觀察一張紙重複對摺與厚度的指數關係，讓學生藉由數學好好玩產生學習的興趣。

假設一張紙的厚度為 0.01 公分，我們知道每將紙對摺一次，厚度就會變為原來的 2 倍，你認為對摺幾次後，紙的厚度會比 101 大樓還高？


對摺 8 次的厚度為 $0.01\times 2^8=2.56$ 公分



對摺 23 次的厚度為 0.01×2^{23} 公分，約 839 公尺。

事實上，我們隨手取得的紙張受限於面積和厚度的關係，很難對摺超過次。目前世界紀錄為西元 201年美國中學生利用超長的衛生紙對摺 13 次。

計算機操作

0.01 × 2 x^y 8 = 2.56
⋮
0.01 × 2 x^y 23 = 83886.08

重新布題

計算下列各式的值。

(1) $15-(-4)^3+36\div(-3)^2=$ 83 。

(2) $[(-72)\div(-6)^2+5]\times(-3)^3=$ −81 。

重新布題

計算下列各式的值。

(1) $(-2)^5+(-3)^5\div 3^3+4^3=$ 23 。

(2) $[(-11)^2-(2^7-2^6-2^5)\times 3]\div 5^2=$ 1

主題2 10 的次方

課外探索 P.239
◆1 Googol
◆中國的數量單位

2 此表呈現數值與 10 的次方之關係。

觀察下表中的數值變化與指數的關係。

數值	10000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
10 的次方	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
指數	4	3	2	1	0	-1	-2	-3

（數值列：向左 10 倍，向右 $\frac{1}{10}$ 倍；指數列：向左 $+1$，向右 -1）

當以 10 為底數，指數為正整數時：

若數值變為 10 倍，則指數增加 1；若數值變為 $\frac{1}{10}$ 倍，則指數減少 1。

這樣的關係在指數為 0 或負整數時也會成立：

10 的 $\frac{1}{10}$ 倍就是 1，我們可記為「10^0」；

1 的 $\frac{1}{10}$ 倍就是 $\frac{1}{10}$，我們可記為「10^{-1}」；

$\frac{1}{10}$ 的 $\frac{1}{10}$ 倍就是 $\frac{1}{100}$，也就是 $\frac{1}{10^2}$，我們可記為「10^{-2}」；

$\frac{1}{100}$ 的 $\frac{1}{10}$ 倍就是 $\frac{1}{1000}$，也就是 $\frac{1}{10^3}$，我們可記為「10^{-3}」；依此類推。

當 n 為正整數時，$\frac{1}{10^n}$ 可記為 10^{-n}，而 $10^0=1$。

◆搭配習作 P.19 第 5 題

隨堂練習

1. 分別以分數和小數表示 10^{-7}。

$10^{-7}=\frac{1}{10^7}=\frac{1}{10000000}=0.0000001$

2. 在括號內填入適當的數。

$0.000001=\frac{1}{(\ 1000000\ )}=\frac{1}{10^{(\ 6\ )}}=10^{(-6)}$

重新布題

以小數表示下列各數。

(1) $10^{-6}=$ 0.000001 。

(2) $10^{-9}=$ 0.000000001 。

重新布題

以 10 的次方表示下列各數。

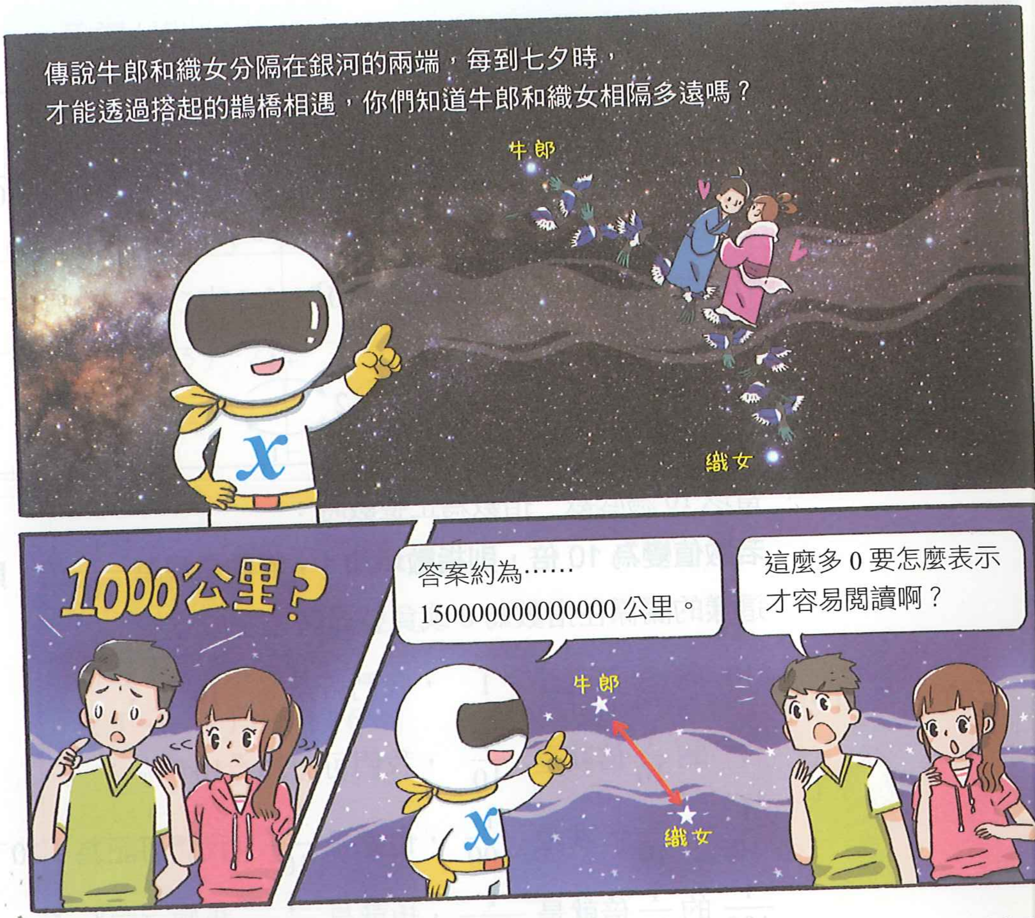
(1) $\frac{1}{100000}=$ 10^{-5} 。

(2) $0.000001=$ 10^{-6} 。

(3) $\frac{1}{10^{13}}=$ 10^{-13} 。

主題 3 科學記號

90 秒學數學 科學記號



1 此處是以長度與質量單位表示成 10 的次方引入科學記號，不宜過分注重單位換算，而應強調科學記號之所以重要在於能更簡潔的表示很大和很小的數。

在科學領域中，我們常會遇到很大或很小的正數，例如：地 的質量約 5970000000000000000000 公噸、電子顯微鏡則可以觀察 0.00000014 公尺大小的細胞，像這樣很大或很小的數，我們很難閱讀， 很容易把 0 的個數寫錯，所以在科學上通常將它們寫成 5.97×10^{21} 公噸 1.4×10^{-7} 公尺，這種記數的方式稱為**科學記號**。1

Key point

科學記號表示法 2

將一個正數表示成 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leq a<10$，且 n 為整數，則 $a\times10^{n}$ 就是這個正數的科學記號表示法。

2 a 不能等於 10 的原因，是為了讓科學記號表示法有唯一性。

重新布題

在空格內填入適當的數字。

(1) $500=5\times10^{\boxed{2}}$

(2) $7000000=7\times10^{\boxed{6}}$

(3) $0.0000006=6\times10^{\boxed{-7}}$

(4) $\dfrac{9}{1000000}=9\times10^{\boxed{-6}}$

重新布題

在空格內填入適當的數字。

(1) $159000=1.59\times10^{\boxed{5}}$

(2) $0.000032=3.2\times10^{\boxed{-5}}$

(3) $0.0001764=1.764\times10^{\boxed{-4}}$

重新布題

在空格內填入適當的數字。

(1) $31.4159\times10^{-7}=3.14159\times$

(2) $\dfrac{13}{100000}=1.3\times10^{\boxed{-4}}$