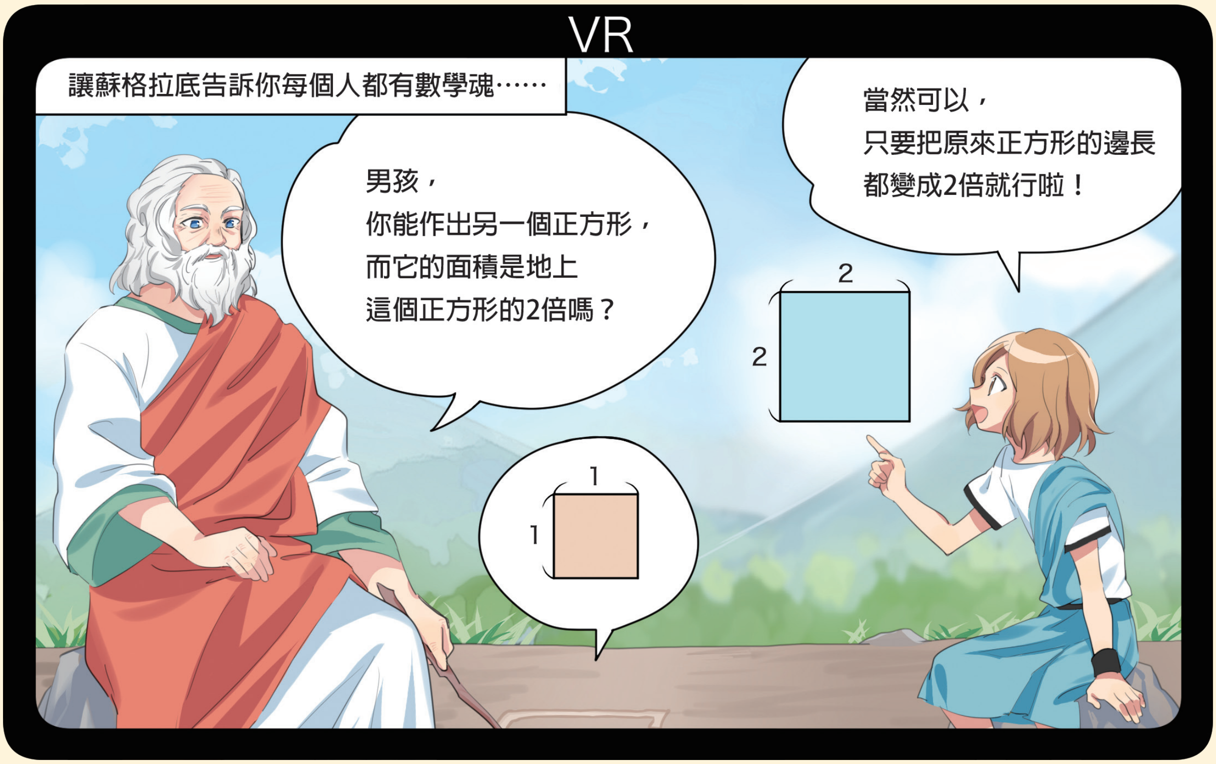
2 平方根與畢氏定理

2-1 平方根與近似值
2-2 根式的運算
2-3 畢氏定理




照你這麼說，
新正方形的面積就會
變成原正方形的4倍了。
4倍大與2倍大一樣嗎？
2
2
1
1
顯然不一樣。
正方形邊長若
變成原來的2倍，
得到的新面積
卻是原來的4倍。
2
?
2
1
因此我們可以知道，
2 倍面積的正方形邊長
會比原正方形邊長大，
但比 4 倍面積的正方形
邊長小。
我想……
確實如此。
也就是說，
面積為2的正方形邊長
會介於1與2之間囉？
根據我過人的領悟力，
答案是肯定的！
大師時光機
VR數位展
喔喔～那想請問
領悟大師，這個邊長
到底有多長呢？
只…只要我知道
如何畫出這個
正方形的話…
浩南面對依霖的問題
究竟該如何招架呢？
學會本章幫助浩南解答吧！

2-1 平方根與近似值

• 認識根號　• 平方根

溫故啟思

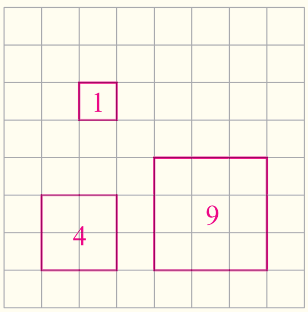
1. (1) 請完成下表：

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
a	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

(2) 面積為 25 的正方形，邊長為 __5__ 。

(3) $\square^2=9$，$\square=$ __3__ 或 __-3__ 。

2. 請在下圖中畫出面積分別為 1、4、9 的正方形：



1 認識根號

由正方形面積與邊長的關係可知，邊長為 1 的正方形，面積為 $1^2=1$，邊長為 2 的正方形，面積為 $2^2=4$，是邊長為 1 的正方形面積的 4 倍，那麼我們要如何作出一個面積是 2 的正方形呢？

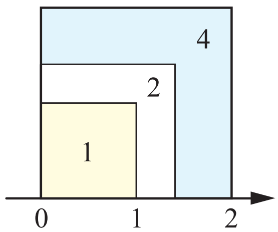
探索活動

作出面積為 2 的正方形

1. 配合附件㈣，試利用 1 張面積為 4 的正方形摺出面積為 2 的正方形。

將面積為 4 的正方形的四個角皆朝中心點內摺即可。

2. 在 **1.** 中所摺出的面積為 2 的正方形，將它與面積為 1、面積為 4 的正方形疊合在一起，如右圖。試比較它們的邊長大小，並回答下列問題：



⑴ 面積為 2 的正方形邊長介於哪 2 個連續整數之間？

答：＿1、2＿。

⑵ 面積為 2 的正方形邊長是不是整數？

答：＿不是＿。

在探索活動中，要怎麼表示這個不是整數的「面積為 2 的正方形邊長」呢？在數學上用 $\sqrt{2}$（讀作**根號 2**）來表示面積為 2 的正方形邊長，換句話說，$\sqrt{2}$ 是一個正數，且 $(\sqrt{2})^2=2$，$1<\sqrt{2}<2$。同樣的道理，面積為 3 的正方形邊長可表示為 $\sqrt{3}$，亦即 $(\sqrt{3})^2=3$。

隨堂練習

用根號表示下列正方形的邊長：

⑴ 面積為 5。

$\sqrt{5}$

⑵ 面積為 12。

$\sqrt{12}$

⑶ 面積為 4。

$\sqrt{4}$（或 2）

在前頁的隨堂練習中，面積為 4 的正方形邊長為 $\sqrt{4}$，但我們也知道它的邊長是 2，亦即 $\sqrt{4}=2$。

例 1 正方形的面積與邊長的關係 (I)

下表為正方形面積與邊長的關係表，依提示在空格中填入適當的數：

正方形面積	4	36	100	$\frac{36}{100}$	8^2
正方形邊長表示式	$\sqrt{4}$				
正方形邊長	2				

解

已知 $36=6^2$，即面積為 36 的正方形邊長 $=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$。

已知 $100=10^2$，即面積為 100 的正方形邊長 $=\sqrt{100}=\sqrt{10^2}=10$。

已知 $\frac{36}{100}=(\frac{6}{10})^2$，

即面積為 $\frac{36}{100}$ 的正方形邊長 $=\sqrt{\frac{36}{100}}=\sqrt{(\frac{6}{10})^2}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$。

面積為 8^2 的正方形邊長 $=\sqrt{8^2}=8$。

由例題 1 的正方形面積與邊長的關係可以發現：若 $a\geq 0$，則 $\sqrt{a^2}=a$。

隨堂練習

求下列各式的值：

(1) $\sqrt{49}$

$\sqrt{49}=\sqrt{7^2}=7$

(2) $\sqrt{81}$

$\sqrt{81}=\sqrt{9^2}=9$

(3) $\sqrt{\frac{49}{81}}$

$\sqrt{\frac{49}{81}}=\sqrt{(\frac{7}{9})^2}=\frac{7}{9}$

例 2　正方形的面積與邊長的關係 (II)

下表為正方形邊長與面積的關係表，依提示在空格中填入適當的數：

正方形邊長	$\sqrt{4}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
正方形面積表示式	$(\sqrt{4})^2$		
正方形面積	4		

解　$\sqrt{5}$ 表示面積為 5 的正方形邊長，因此面積 $(\sqrt{5})^2=5$。

$\sqrt{\frac{1}{2}}$ 表示面積為 $\frac{1}{2}$ 的正方形邊長，因此面積 $(\sqrt{\frac{1}{2}})^2=\frac{1}{2}$。

由例題 2 的正方形邊長與面積的關係可以發現：若 $a\geq 0$，則 $(\sqrt{a})^2=a$。

隨堂練習

求下列各式的值：

(1) $(\sqrt{7})^2$

$(\sqrt{7})^2=7$

(2) $\sqrt{11^2}$

$\sqrt{11^2}=(\sqrt{11})^2=11$

(3) $(\sqrt{\frac{2}{3}})^2$

$(\sqrt{\frac{2}{3}})^2=\frac{2}{3}$

(4) $\sqrt{(\frac{1}{5})^2}$

$\sqrt{(\frac{1}{5})^2}=(\sqrt{\frac{1}{5}})^2=\frac{1}{5}$

2 平方根

由前面的溫故啟思可知 $3^2=9$，$(-3)^2=9$，此時我們將 3 與 -3 都稱為 9 的平方根。一般而言，如果對於一正數 a，若有一數 b 滿足 $b^2=a$，則稱 b 為 a 的**平方根**。當 b 是 a 的平方根時，$(-b)^2=b^2=a$，此時 $-b$ 也是 a 的平方根。

隨堂練習

36 的平方根為何？

因為 $6^2=36$，$(-6)^2=36$，

所以 36 的平方根為 ± 6。

由正方形的面積與邊長的關係可知 $(\sqrt{2})^2=2$，因此 $\sqrt{2}$ 為 2 的平方根（或**二次方根**），且因為 $(-\sqrt{2})^2=(-\sqrt{2})\times(-\sqrt{2})=(\sqrt{2})^2=2$，$-\sqrt{2}$ 也是 2 的平方根，其中 $\sqrt{2}>0$ 稱為 2 的**正平方根**，$-\sqrt{2}<0$ 稱為 2 的**負平方根**；不過只有 0 的平方會等於 0，因此 0 的平方根只有一個數 0。

隨堂練習

3 的平方根為何？

因為 $(\sqrt{3})^2=3$，$(-\sqrt{3})^2=3$，

所以 3 的平方根為 $\pm\sqrt{3}$。

由前面的說明，我們可以得到兩個結論：

1. 一個正數 a 恰有兩個平方根，一為正數（稱為 a 的正平方根），另一為負數（稱為 a 的負平方根），且兩數互為相反數。

2. 對於正數 a，a 的正平方根以 $\sqrt{a}$（讀作**根號 a**，或 **a 的二次方根**）表示，a 的負平方根以 $-\sqrt{a}$（讀作負根號 a）表示。

探索活動

找負數的平方根

你能夠找到 -9 的平方根嗎？為什麼？

不能，沒有一個數的平方會是負數。

由以上討論可知：

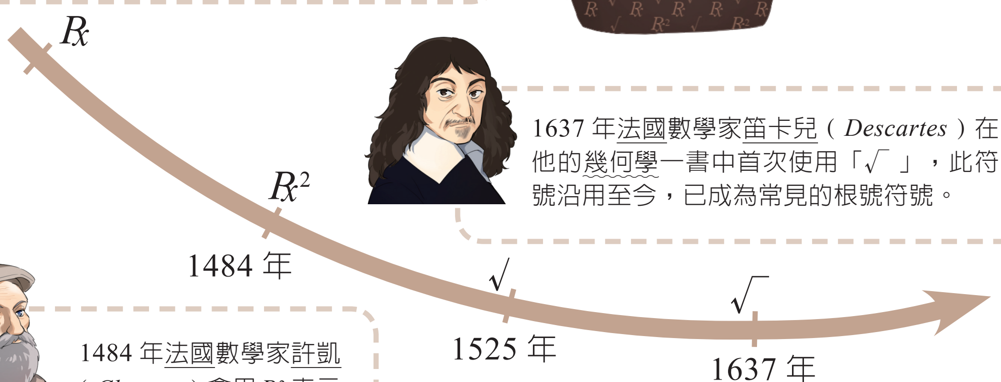
平方根的意義與性質

1. 當 $a>0$ 時，正數 a 的平方根為 $\sqrt{a}$ 與 $-\sqrt{a}$，其中 $\sqrt{a}$ 是正平方根，$-\sqrt{a}$ 是負平方根，此兩數互為相反數。
2. 當 $a=0$ 時，a 的平方根只有一個數 0。
3. 當 $a<0$ 時，負數 a 沒有平方根。(於國中階段)

數養時光機 平方根表示法的演進

中世紀時，阿拉伯文的翻譯者將平方根翻譯成根 (*radix*)，之後再翻譯成拉丁文時將 *radix* 以符號 ℞ 表示。

我們也可以運用數學符號來做設計，如手提包上的圖案都是平方根符號。



1637 年法國數學家笛卡兒 (*Descartes*) 在他的幾何學一書中首次使用「$\sqrt{\ }$ 」，此符號沿用至今，已成為常見的根號符號。

1484 年法國數學家許凱 (*Chuquet*) 會用 ℞² 表示二次方根 (平方根)。

1525 年，德國數學家魯道夫 (*Rudolff*) 的一本代數教科書中首次出現「√ 」這個記號，是由拉丁字母的「r 」轉變而來。

例 3　求正整數的平方根

求下列各數的平方根：

(1) 49　　(2) 17

解

(1) 因為 $7^2=(-7)^2=49$，

所以 49 的平方根為 $\sqrt{49}=7$ 與 $-\sqrt{49}=-7$，

可簡記為 ± 7。

(2) 因為 $(\sqrt{17})^2=(-\sqrt{17})^2=17$，

所以 17 的平方根為 $\sqrt{17}$ 與 $-\sqrt{17}$，

可簡記為 $\pm\sqrt{17}$。

± 7 讀作正負 7，
表示 7 與 -7。

隨堂練習

求下列各數的平方根：

(1) 64

因為 $8^2=(-8)^2=64$，

所以 64 的平方根為 ± 8。

(2) 13

因為 $(\sqrt{13})^2=(-\sqrt{13})^2=13$，

所以 13 的平方根為 $\pm\sqrt{13}$。

在上面的例子中，我們要求得某數 a 的平方根，若 a 是某整數的平方，則我們稱 a 為**完全平方數**(或**平方數**)，例如：1、4、9、64、……均為完全平方數，此時 a 的正平方根 $\sqrt{a}$ 可以輕易化簡成一個正整數。我們可以將一正整數 a 寫成標準分解式來判斷它是否為完全平方數，進而求得 a 的平方根。

例 4 利用標準分解式求完全平方數的平方根

求下列各數的平方根：

(1) $2^2\times3^4\times5^2$　　(2) 1225

解

(1) 因為 $2^2\times3^4\times5^2=(2\times3^2\times5)^2$

故 $2^2\times3^4\times5^2$ 的平方根為

$$\pm\sqrt{2^2\times3^4\times5^2}=\pm\sqrt{(2\times3^2\times5)^2}=\pm(2\times3^2\times5)=\pm90$$

(2) 利用短除法，可將 1225 分解成

$1225=5^2\times7^2=(5\times7)^2$，

故 1225 的平方根為 $\pm\sqrt{1225}=\pm\sqrt{(5\times7)^2}=\pm(5\times7)=\pm35$

$$\begin{array}{r|r} 5 & 1225 \\ \hline 5 & 245 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline & 7 \end{array}$$

隨堂練習

求下列各數的平方根：

(1) $2^6\times3^2$

$2^6\times3^2$ 的平方根

$=\pm\sqrt{2^6\times3^2}$

$=\pm\sqrt{(2^3\times3)^2}$

$=\pm24$

(2) 2025

2025 的平方根

$=\pm\sqrt{2025}$

$=\pm\sqrt{5^2\times9^2}$

$=\pm\sqrt{(5\times9)^2}$

$=\pm(5\times9)$

$=\pm45$

例 5 求分數與小數的平方根

求下列各數的平方根：

(1) $\dfrac{49}{16}$　(2) $2\dfrac{1}{4}$　(3) 0.09

解

(1) $\dfrac{49}{16}$ 的平方根為 $\pm\sqrt{\dfrac{49}{16}}=\pm\sqrt{(\dfrac{7}{4})^2}=\pm\dfrac{7}{4}$。

(2) 因為 $2\dfrac{1}{4}=\dfrac{9}{4}$，

故 $2\dfrac{1}{4}$ 的平方根為 $\pm\sqrt{\dfrac{9}{4}}=\pm\sqrt{(\dfrac{3}{2})^2}=\pm\dfrac{3}{2}$。

(3) 0.09 的平方根為 $\pm\sqrt{0.09}=\pm\sqrt{(0.3)^2}=\pm 0.3$。

隨堂練習

求下列各數的平方根：

(1) $\dfrac{81}{100}$

$\dfrac{81}{100}$ 的平方根為 $\pm\sqrt{\dfrac{81}{100}}=\pm\sqrt{(\dfrac{9}{10})^2}=\pm\dfrac{9}{10}$。

(2) $1\dfrac{7}{9}$

因為 $1\dfrac{7}{9}=\dfrac{16}{9}$，故 $1\dfrac{7}{9}$ 的平方根為 $\pm\sqrt{\dfrac{16}{9}}=\pm\sqrt{(\dfrac{4}{3})^2}=\pm\dfrac{4}{3}$。

(3) 0.25

0.25 的平方根為 $\pm\sqrt{0.25}=\pm\sqrt{(0.5)^2}=\pm 0.5$。

探索活動

根號裡的數

小新上課學到 $\sqrt{3^2}=3$，因此他覺得 $\sqrt{(-3)^2}$ 等於 -3，小新的想法對嗎？為什麼？

不對，因為 $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$。

例 6 平方根的應用

已知 $3x-5$ 的平方根為 $\pm\sqrt{10}$，求 x 的值。

解 因為 $3x-5$ 的平方根為 $\pm\sqrt{10}$，

所以 $(\pm\sqrt{10})^2=3x-5$，

$10=3x-5$，$15=3x$，$x=5$。

隨堂練習

已知 $5x+3$ 的平方根為 $\pm\sqrt{13}$，求 x 的值。

因為 $5x+3$ 的平方根為 $\pm\sqrt{13}$，

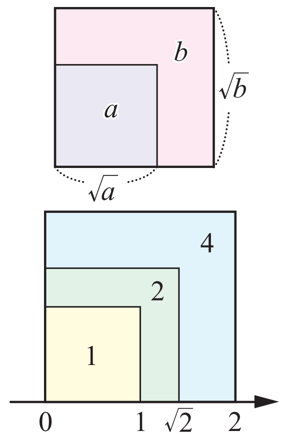
所以 $(\pm\sqrt{13})^2=5x+3$，

$13=5x+3$，$10=5x$，$x=2$。

平方根的近似值

在前面的課文中，我們提到面積 2 的正方形邊長為 $\sqrt{2}$，它也是 2 的正平方根，那麼 $\sqrt{2}$ 這個數字到底有多大呢？

我們可從幾何圖形知道：面積較大的正方形，邊長也比較大。如果兩個正方形的面積分別為 a 與 b，且 $a<b$，那麼 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$。也就是說：若 $0<a<b$，則 $0<\sqrt{a}<\sqrt{b}$。利用這個性質就可以知道二次方根整數部分的值。例如由右圖可知這三個正方形的邊長大小關係為 $1<\sqrt{2}<2$，因此可知 $\sqrt{2}$ 這個數的整數部分為 1。



例 7 平方根的整數部分

已知 m 為正整數，若 $m<\sqrt{10}<m+1$，求 m 的值。

解 因為 $3^2=9$，$4^2=16$，且 $9<10<16$，得 $3^2<10<4^2$，

所以 $\sqrt{3^2}<\sqrt{10}<\sqrt{4^2}$，即 $3<\sqrt{10}<4$，

故 $m=3$，也就是 $\sqrt{10}$ 的整數部分為 3。

隨堂練習

1. 已知 a 為正整數，若 $a<\sqrt{135}<a+1$，求 a 的值。

   因為 $11^2=121$，$12^2=144$，$121<135<144$，所以 $11<\sqrt{135}<12$，

   故 $a=11$。

2. 比較 $\sqrt{78}$ 與 8 的大小。

   因為 $8^2=64$，且 $64<78$，故 $8<\sqrt{78}$。

由前述可知 $1<\sqrt{2}<2$，透過以下探索活動的方法能求得 $\sqrt{2}$ 更精確的值。

探索活動

十分逼近法

1. 將 1 與 2 之間十等分，可得 1.1、1.2、1.3、⋯⋯、1.9，請利用計算機計算下表中各數的平方值：

a	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
a^2	1.21	1.44	1.69	1.96	2.25	2.56	2.89	3.24	3.61

由上表可知 ___1.4___ $<\sqrt{2}<$ ___1.5___ 。

2. 再將 1.4 與 1.5 之間再十等分，得 1.41、1.42、1.43、⋯⋯、1.49，請利用計算機計算下表中各數的平方值：

a	1.4	1.41	1.42	1.43	1.44	1.45	1.46	1.47	1.48	1.49
a^2	1.96	1.9881	2.0164	2.0449	2.0736	2.1025	2.1316	2.1609	2.1904	2.2201

由上表可知 ___1.41___ $<\sqrt{2}<$ ___1.42___ ，故 $\sqrt{2}\fallingdotseq$ ___1.4___ 。

在探索活動中，我們利用將兩數之間十等分來求得 $\sqrt{2}$ 的近似值，這種方法就稱為**十分逼近法**。在探索活動中我們求出了 $\sqrt{2}$ 的近似值到小數點後第一位，如果想要求精確到更多位數的近似值，可以利用同樣的方法繼續進行下去。

事實上，我們也可以利用計算機直接求出 $\sqrt{2}$ 的近似值，在計算機上按下 $\boxed{2}$ 鍵，再按下 $\boxed{\sqrt{\ }}$ 鍵，就可求出 $\sqrt{2}$ 的近似值了，由此可知 $\sqrt{2}\fallingdotseq 1.4142135\cdots\cdots$，我們也可以利用計算機檢驗 $(\sqrt{2})^2=2$。

計算機因廠牌、型號不同而有不同的操作方法，詳細使用方法請參考計算機的使用手冊，而不論計算機可顯示幾位數字，其計算的結果都是 $\sqrt{2}$ 的近似值。

隨堂練習

利用計算機求出下列二次方根的近似值後，再以四捨五入法求至小數點後第二位，並將答案填入方格中：

a	7	20	200	0.2	0.02
$\sqrt{a}$	2.65	4.47	14.14	0.45	0.14

例 8 以十分逼近法求近似值

利用計算機計算，以十分逼近法求 $\sqrt{5}$ 的近似值，並以四捨五入法求至小數點後第一位。

解

(1) 因為 $2^2=4$，$(\sqrt{5})^2=5$，$3^2=9$，

而 $4<5<9$，所以 $2<\sqrt{5}<3$。

(2) 將 2 與 3 之間十等分，

利用計算機計算得

$2.1^2=4.41<5$，$2.2^2=4.84<5$，

$2.3^2=5.29>5$，即 $4.84<5<5.29$，

所以 $2.2<\sqrt{5}<2.3$。

(3) 再將 2.2 與 2.3 之間十等分，

利用計算機計算得 $2.21^2=4.8841<5$，

$2.22^2=4.9284<5$，$2.23^2=4.9729<5$，$2.24^2=5.0176>5$，

可知 $2.23<\sqrt{5}<2.24$，

以四捨五入法求至小數點後第一位可得 $\sqrt{5}\fallingdotseq 2.2$。

> 利用四捨五入法求近似值也可以這麼作：
> 找 2.2 與 2.3 的中點 2.25，
> 以 2.25^2 與 5 比較。
> 因為 $2.25^2=5.0625>5$，
> 所以 $2.20<\sqrt{5}<2.25$。
> 故依四捨五入法，
> 可得 $\sqrt{5}\fallingdotseq 2.2$。

隨堂練習

(1) 利用計算機計算，以十分逼近法求 $\sqrt{3}$ 的近似值，並以四捨五入法求至小數點後第一位。

$1<\sqrt{3}<2$，$1.7^2=2.89$，$1.8^2=3.24$，所以 $1.7<\sqrt{3}<1.8$。

又因為 $1.73^2=2.9929$，$1.74^2=3.0276$，故 $\sqrt{3}\fallingdotseq 1.7$。

(2) 承 (1)，利用計算機將 (1) 所得的近似值平方後，其值為何？是否等於 3？

2.89，其值不等於 3。

(3) 利用計算機計算 $(\sqrt{3})^2$ 的值為何？是否等於 3？

3，其值等於 3。

例 9　正平方根的近似值

曉華家裡有一個正方形的房間，她想要在這個房間鋪上磁磚。已知這個房間面積有 5 坪（1 坪約 3.3058 平方公尺），請問房間邊長約為多少公尺？（以四捨五入法求至小數點後第二位）

解　因為 1 坪 ≒ 3.3058 平方公尺，

而 5 坪 ≒（5×3.3058）平方公尺 $=16.529$ 平方公尺，

因此房間邊長為 $\sqrt{16.529}\fallingdotseq4.07$（公尺）。

一般型計算機

$\boxed{1}\ \boxed{6}\ \boxed{\cdot}\ \boxed{5}\ \boxed{2}\ \boxed{9} \rightarrow \boxed{\sqrt{\ }}$

科學型計算機

$\boxed{1}\ \boxed{6}\ \boxed{\cdot}\ \boxed{5}\ \boxed{2}\ \boxed{9}$

$\rightarrow \boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{x^2}$

隨堂練習

小新聽說爺爺有塊面積為 1 分的正方形土地，他上網查了一下，得知 1 分約為 293.4 坪，請問這塊正方形土地的邊長約為多少公尺？（利用計算機計算，以四捨五入法求至小數點後第二位）

因為 1 分 ≒ 293.4 坪，

而 293.4 坪 ≒（293.4×3.3058）平方公尺

$=969.92172$ 平方公尺，

因此正方形土地的邊長為 $\sqrt{969.92172}\fallingdotseq31.14$（公尺）。

例 10 正平方根的應用

依霖剪出了一系列形狀類似的長方形紙片，所有紙片的長皆為寬的 3 倍。試問：

(1) 若某張紙片的寬為 5 公分，則其面積為何？

(2) 若要剪出一個面積為 50 平方公分的此系列長方形紙片，則這張紙片的寬約為多少公分？（以四捨五入法求至小數點後第一位）

解

(1) 當寬為 5 公分時，長為 $3\times5=15$（公分），
故面積應為 $15\times5=75$（平方公分）。

(2) 若紙片面積為 50 平方公分，
假設紙片的寬為 a 公分，
則長為 $3a$ 公分，

$50=a\times3a=3a^2$，$a^2=\dfrac{50}{3}$，

因為長度為正數，取正平方根，

因此 $a=\sqrt{\dfrac{50}{3}}\fallingdotseq 4.1$（公分），

故寬約為 4.1 公分。

一般型計算機

$\boxed{5}\ \boxed{0} \rightarrow \boxed{\div} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{\sqrt{\ }}$

科學型計算機

$\boxed{〔(---} \rightarrow \boxed{5}\ \boxed{0} \rightarrow \boxed{\div} \rightarrow \boxed{3}$
$\rightarrow \boxed{---)〕} \rightarrow \boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{x^2}$

隨堂練習

承例題 10，已知教室後方有面布告欄，其面積為 600 平方公分，依霖從系列紙片中找出 4 張相同的紙片，恰好能鋪滿整個布告欄，則該長方形紙片的寬應為多少公分？（利用計算機計算，以四捨五入法求至小數點後第一位）

若寬為 a 公分，則長為 $3a$ 公分，

$600=4\times a\times3a$，$a^2=\dfrac{600}{12}=50$，$a=\sqrt{50}\fallingdotseq 7.1$（公分），

故該長方形紙片的寬約為 7.1 公分。

2-1 重點整理

1 $\sqrt{a}$ 與平方根的意義

(1) 若 $a \geq 0$，則 $\sqrt{a^2}=a=(\pm\sqrt{a})^2$。

例 $\sqrt{3^2}=3=(\pm\sqrt{3})^2$。

(2) 對於一正數 a，若一數 b 滿足 $b^2=a$，則稱 b 為 a 的平方根。

(3) 當 $a>0$ 時，正數 a 的平方根為 $\sqrt{a}$ 與 $-\sqrt{a}$，其中 $\sqrt{a}$ 是正平方根，$-\sqrt{a}$ 是負平方根，此兩數互為相反數，可合併簡記為 $\pm\sqrt{a}$。

例 3 的平方根為 $\pm\sqrt{3}$。

(4) 當 $a=0$ 時，a 的平方根只有一個數 0。

(5) 當 $a<0$ 時，負數 a 沒有平方根。（於國中階段）

2 比較平方根的大小

若 $0<a<b$，則 $0<\sqrt{a}<\sqrt{b}$。

例 $0<3<5$，可知 $0<\sqrt{3}<\sqrt{5}$。

3 平方根的近似值

利用十分逼近法或計算機可求得正平方根的值或近似值。

2-1 自我評量

P.61 隨堂練習 P.62 課文 P.63 隨堂練習 P.64 課文 P.65 課文 P.68 例 5

1 下列敘述，正確請在空格中畫○，錯誤請畫 ×：（每小題 **2** 分）

(○)(1) 25 的平方根為 5 與 -5。

(×)(2) 4 為 -16 的平方根。

(×)(3) $\sqrt{9}=\pm 3$。

(×)(4) 面積為 3 的正方形邊長為 $\pm\sqrt{3}$。

(○)(5) $\sqrt{5^2}=5$。

(×)(6) $\sqrt{(-5)^2}=-5$。

(×)(7) $\sqrt{4\frac{1}{9}}=2\frac{1}{3}$。

(○)(8) $(\sqrt{\frac{1}{4}})^2=\frac{1}{4}$。

(×)(9) $\sqrt{2.5}=0.5$。

P.66 例 3 P.67 例 4 P.68 例 5

2 求下列各數的平方根：（每小題 **6** 分）

(1) 196

± 14

(2) $\frac{81}{121}$

$\pm\frac{9}{11}$

(3) 2.25

± 1.5

(4) $2^4\times5^2\times7^2$

$\pm\sqrt{2^4\times5^2\times7^2}=\pm\sqrt{(2^2\times5\times7)^2}$

$=\pm(2^2\times5\times7)$

$=\pm 140$

(5) 15

$\pm\sqrt{15}$

P.62 隨堂練習

3 求下列各式的值：（每小題 **6** 分）

(1) $\sqrt{900}$　　(2) $\sqrt{\dfrac{144}{289}}$

$\sqrt{900}=30$

$\sqrt{\dfrac{144}{289}}=\dfrac{12}{17}$

P.70 隨堂練習

4 比較下列各數的大小：（**10** 分）

$\sqrt{65}$、$\sqrt{70}$、8、9

$(\sqrt{65})^2=65$，$(\sqrt{70})^2=70$，$8^2=64$，$9^2=81$，

因為 $81>70>65>64$，所以 $9>\sqrt{70}>\sqrt{65}>8$。

P.70 例 7

5 (1) 試問 $\sqrt{15}$ 介於哪兩個連續整數之間？（每小題 **10** 分）

(A) 1、2　(B) 2、3　(C) 3、4　(D) 4、5

答：(C)。

P.72 例 8

(2) 已知 $3.8^2=14.44$、$3.85^2=14.8225$，$3.9^2=15.21$，則 $\sqrt{15}$ 的近似值為多少？（以四捨五入法求至小數點後第一位）

(A) 3.7　(B) 3.8　(C) 3.9　(D) 無法確定

答：(C)。

因為 $3.85^2=14.8225<15$，$3.9>\sqrt{15}>3.85$，

故 $\sqrt{15}\doteqdot 3.9$。

P.73 例 9

6 若有一圓面積為 20，其半徑長為 2.52 。（已知圓周率約為 3.14，半徑長以四捨五入法求至小數點後第二位）（**10**分）

設半徑長為 r，$20=3.14\times r^2$，因此 $r^2=\dfrac{20}{3.14}$，

故半徑長 $r=\sqrt{\dfrac{20}{3.14}}\doteqdot 2.52$。