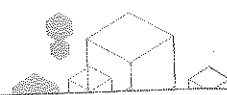




學習前哨站

本單元為學生自我複習，
教師可視班級情況決定如何運用。



國小5年級

教學眉批

■ 國小學過：

- (1) 20 以內的質數和質因數分解；
2、3、5 的質因數判別法。
- (2) 最大公因數與最小公倍數。
- (3) 分數的四則運算。

回顧 1 2 和 5 的倍數判別法

- (1) 如果一個整數的個位數字是 0、2、4、6 或 8，則這個整數是 2 的倍數。
例如：1024、2310。
- (2) 如果一個整數的個位數字是 0 或 5，則這個整數是 5 的倍數。
例如：735、2310。

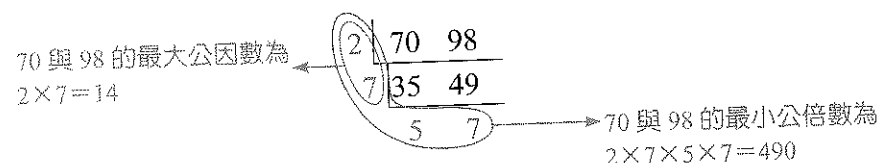
課前練習

(1) 26 是 ☒ 2 的倍數
☐ 5 的倍數

(2) 730 是 ☒ 2 的倍數
☒ 5 的倍數

(3) 2465 是 ☐ 2 的倍數
☒ 5 的倍數

回顧 2 最大公因數與最小公倍數



課前練習

利用短除法求 48、60 的最大公因數與最小公倍數：

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 48 & 60 \\ 2 & 24 & 30 \\ 3 & 12 & 15 \\ & 4 & 5 \end{array}$$

(1) 48、60 的最大公因數為 12。

(2) 48、60 的最小公倍數為 240。

提示：1. (1) 2 的倍數 (2) 2 的倍數 (3) 5 的倍數 (4) 5 的倍數 (5) 12 (6) 12 (7) 240

溫故學習 搭配學習前哨站

1. 寫出下列各數的因數：

(1) 52：1、2、4、13、26、52

(2) 69：1、3、23、69

2. 找出下列各數的最大公因數與最小公倍數：

(1) 12 和 30

$(12, 30) = 6$ $[12, 30] = 60$

(2) 45 和 72

$(45, 72) = 9$ $[45, 72] = 360$

2-1 質因數分解

國小時學過以短除法做質因數分解，本章將從質因數分解出發來學習標準分解式，經由標準分解式認識公因數與公倍數，也可從最小公倍數進行分數的通分。

① 因數與倍數

對應能力指標 N-7-1



$1740 \div 29 = 60$ ，所以一個爌肉便當 60 元。

在左圖中， $1740 \div 29 = 60$ ，

即 $1740 = 60 \times 29$ ，因此：

(1) 29 和 60 都是 1740 的因數。

(2) 1740 是 29 和 60 的倍數。

因數與倍數

如果 $a、b、c$ 為任意三個整數，且 $b \neq 0$ ，若 $a \div b = c$ ，即 $a = b \times c$ ，則

(1) $b、c$ 是 a 的因數。

(2) a 是 $b、c$ 的倍數。

搭配習作 P26 基礎題 3

根據因數、倍數的意義，我們可以來討論 1 和 0 這兩個數的因數與倍數：

① 因為任何整數 a 除以 1 的結果都是 a (即 $a \div 1 = a$)，所以任何整數都是 1 的倍數，1 是任何整數的因數。

② 因為 0 不可以當作除數，所以 0 不是任何整數的因數。

③ 因為 $0 \div a = 0$ ($a \neq 0$)，所以 0 是任何非零整數的倍數。

在國中階段，若沒有特別說明，因數都是指正因數；而倍數指的是正倍數。

教學眉批

■ 因、倍數雖有正、負之區分，但本節重點仍以「正整數」為主要教學範圍。

■ 教師教學時，不必強調所有因數個數、正因數和與正因數之乘積等較為偏難之問題。

考會考觀測站 加強演練題 搭配課文

1. 下列各數中，哪些是 264 的因數？

22、44、33、66、72、132

22、33、44、66、132

2. 寫出 28 在 1 到 200 的倍數。

28、56、84、112、140、168、196

在學習前哨站，已複習曾學過的 2、5 倍數判別法，接下來我們將學習 4、3、9、11 的倍數判別法。

4 的倍數判別法

要判別一個數是不是 4 的倍數，除了直接用除法判別外，還有更簡便的方法。

例如：判別 7528 是不是 4 的倍數時，

因為 $100 = 25 \times 4$ ，所以 100 的倍數都是 4 的倍數，

而 $7528 = 75 \times 100 + 28$ ， 75×100 必為 4 的倍數，末兩位數 28 是 4 的倍數，所以 7528 是 4 的倍數。

4 的倍數判別法

如果一個整數的末兩位數是 4 的倍數，則這個整數是 4 的倍數。

例 1 判別 4 的倍數

搭配習作 P26 基礎題 1(3) 自評 P95 第 1 題

判別下列各數是否為 4 的倍數。

(1) 536

(2) 2370

解 (1) 因為 536 的末兩位數 36 是 4 的倍數，所以 536 是 4 的倍數。

(2) 因為 2370 的末兩位數 70 不是 4 的倍數，所以 2370 不是 4 的倍數。

隨堂練習

有一個四位數 $23\square 4$ ，如果此數是 4 的倍數，則 $\square$ 可以填入哪些數字？
四位數 $23\square 4$ 的末二位數中，04、24、44、64、84 為 4 的倍數，所以可填 0、2、4、6、8。

教學盾批

要判別一個數是否為 8 的倍數，只要判別該數的末三位數是否為 8 的倍數即可。

Thinking

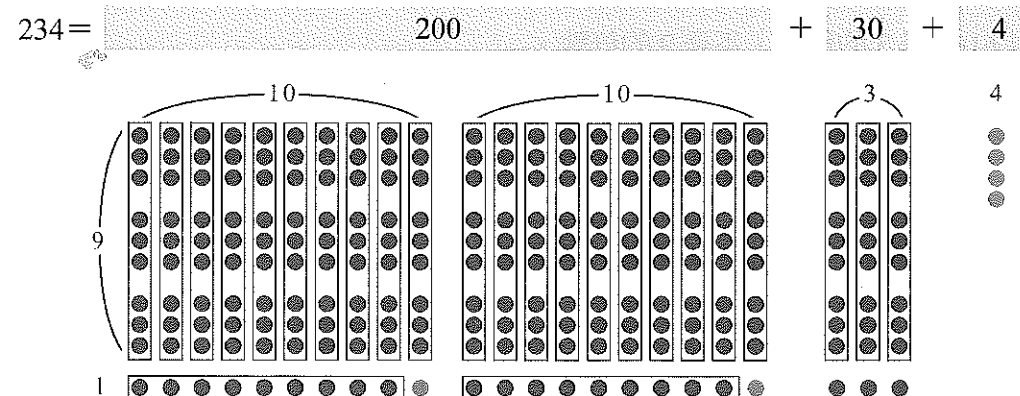
7528 是不是 8 的倍數呢？除了直接利用除法之外，還有沒有更簡便的方法呢？
(提示： $1000 = 125 \times 8$) 是，判別該數的末三位數是否為 8 的倍數即可。

考 會考觀測站 加強演練題 搭配例 1

如果 4 是 $3547\square 4$ 的倍數，則 $\square$ 可以填入哪些數字？
0、2、4、6、8

3、9 的倍數判別法

要判別 234 是不是 3 的倍數或 9 的倍數，可以先將 234 寫成 $200 + 30 + 4$ ，再透過下圖來學習它們的判別法。



$$\begin{aligned} 234 &= 2 \times 100 + 3 \times 10 + 4 \\ &= 2 \times (99 + 1) + 3 \times (9 + 1) + 4 \\ &= 2 \times 99 + 2 + 3 \times 9 + 3 + 4 \\ &= (2 \times 99 + 3 \times 9) + (2 + 3 + 4) \\ &\quad \text{9的倍數, 也是3的倍數} \quad ? \end{aligned}$$

所以要判別 234 是否為 9 的倍數，只要看「 $2+3+4$ 的和」是否為 9 的倍數。
同樣地，要判別 234 是否為 3 的倍數，只要看「 $2+3+4$ 的和」是否為 3 的倍數。
因為 $2+3+4=9$ ，所以 234 是 9 的倍數，也是 3 的倍數。

3、9 的倍數判別法

如果一個整數的各位數字和是 3 的倍數，則這個整數是 3 的倍數；

如果一個整數的各位數字和是 9 的倍數，則這個整數是 9 的倍數。

考 會考觀測站 加強演練題 搭配課文

在下列各數字中，分別找出 3 和 9 的倍數：

69、116、235、288、519、1234、1809

3 的倍數：69、288、519、1809

9 的倍數：288、1809

趣味數學

倍數迷宮：

由起點開始，只有 2、3、5、11 的倍數才能通過，找出一條抵達終點的路線。

起點	37	1	38
4	49	19	79
15	231	41	83
23	36	330	終點

起點	37	1	38
4	49	19	79
15	231	41	83
23	36	330	終點

例2 判別 3、9 的倍數

搭配習作 P26 基礎題 1(2)、(5) 自評 P95 第 1 題

判別 6108 是否為 3 的倍數？是否為 9 的倍數？

解 6108 的各位數字和為 $6+1+0+8=15$ ， $15 \div 3=5$ ； $15 \div 9=1 \cdots 6$
 所以 6108 是 3 的倍數，不是 9 的倍數。

隨堂練習

1. 有一個四位數 $149\square$ 是 3 的倍數，則 $\square$ 可填入哪些數字？1、4、7。
2. 有一個四位數 $149\square$ 是 9 的倍數，則 $\square$ 可填入哪些數字？4。

關鍵提問

■ 如果一個整數是 9 的倍數，則這個整數一定是 3 的倍數嗎？是

Thinking

如果一個整數是 3 的倍數，則這個整數一定是 9 的倍數嗎？
 不一定。例如：12、15、21……是 3 的倍數，但不是 9 的倍數。

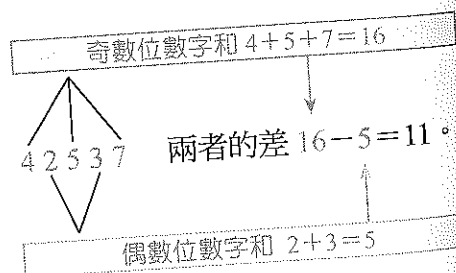
11 的倍數判別法

要判別 42537 是不是 11 的倍數，可以將 42537 寫成

$$\begin{aligned}
 42537 &= 4 \times 10000 + 2 \times 1000 + 5 \times 100 + 3 \times 10 + 7 \\
 &= 4 \times (9999 + 1) + 2 \times (1001 - 1) + 5 \times (99 + 1) + 3 \times (11 - 1) + 7 \\
 &= 4 \times 9999 + 4 + 2 \times 1001 - 2 + 5 \times 99 + 5 + 3 \times 11 - 3 + 7 \\
 &= (4 \times 9999 + 2 \times 1001 + 5 \times 99 + 3 \times 11) + (4 + 5 + 7) - (2 + 3)
 \end{aligned}$$

$\underbrace{(4 \times 9999 + 2 \times 1001 + 5 \times 99 + 3 \times 11)}_{11 \text{ 的倍數 (9999、1001、99、11 都是 11 的倍數)}} + \underbrace{(4 + 5 + 7) - (2 + 3)}_{\text{奇數位數字和 偶數位數字和}}$

所以 42537 除以 11 的餘數與 $(4+5+7)-(2+3)$ 除以 11 的餘數相同。
 因為 $(4+5+7)-(2+3)=11$ ，
 所以 42537 是 11 的倍數。



考 會考觀測站 加強演練題 搭配課文

1. 下列各數中，哪些是 4 的倍數？哪些是 3 的倍數？哪些是 9 的倍數？
 6174、6946、7125、31230、2212
 4 的倍數：2212
 3 的倍數：6174、7125、31230
 9 的倍數：6174、31230
2. 於下列各數字中，找出 11 的倍數：
 11、517、8888、12345、743347、9090906

11 的倍數判別法

如果一個整數的「奇數位數字和」與「偶數位數字和」的差是 11 的倍數或 0，則這個整數是 11 的倍數。

例3 判別 11 的倍數

搭配習作 P26 基礎題 1(6)、2 自評 P95 第 1 題

判別下列各數是否為 11 的倍數。

(1) 9724

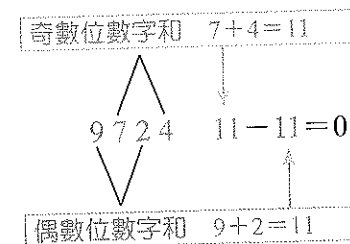
(2) 98760

解 (1) 9724 的奇數位數字和為 $7+4=11$ ，

偶數位數字和為 $9+2=11$ 。

$$11 - 11 = 0,$$

所以 9724 是 11 的倍數。

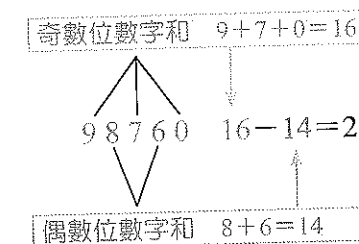


(2) 98760 的奇數位數字和為 $9+7+0=16$ ，

偶數位數字和為 $8+6=14$ 。

$$16 - 14 = 2 \text{ (不是 11 的倍數或 0),}$$

所以 98760 不是 11 的倍數。



隨堂練習

1. 判別 2345、123321 是否為 11 的倍數。

2345 的奇數位數字和是 $3+5=8$ ，偶數位數字和是 $2+4=6$ 。

$8-6=2$ (不是 11 的倍數或 0)，所以 2345 不是 11 的倍數。

123321 的奇數位數字和是 $2+3+1=6$ ，偶數位數字和是 $1+3+2=6$ 。

$6-6=0$ ，所以 123321 是 11 的倍數。

2. 有一個四位數 $7\square 36$ ，如果此數是 11 的倍數，則 $\square = ?$

奇數位數字和： $\square+6$ ，偶數位數字和： $7+3=10$ ，

$\square+6-10=\square-4$ ，則 $\square-4$ 要是 11 的倍數或 0，所以 $\square=4$ 。

考 會考觀測站 加強演練題 搭配例 3

1. 有一個五位數 $1\square 385$ 為 33 的倍數，則 $\square = ?$

1

2. 有一個六位數 $7\square 2\square 49$ 是 11 的倍數，其中 $\square$ 代表同樣的數字，則 $\square = ?$

2

3. 若 $848\square 34$ 可以被 11 除盡，也可以被 3 除盡，則 $\square = ?$

0

教學眉批

■ 講解 11 的倍數判別法時，教師宜強調是「奇數位數字和」與「偶數位數字和」的差，而不要說成「奇數位數字和」減「偶數位數字和」。