



## 學習前哨站

本單元為學生自我複習，  
教師可視班級情況決定如何運用。



## 教學眉批

## ■ 國小學過：

- (1) 20 以內的質數和質因數分解；2、3、5 的質因數判別法。
- (2) 最大公因數與最小公倍數。
- (3) 分數的四則運算。

## 回顧 1 2 和 5 的倍數判別法

國小 5 年級

- (1) 如果一個整數的個位數字是 0、2、4、6 或 8，則這個整數是 2 的倍數。  
例如：1024、2310。
- (2) 如果一個整數的個位數字是 0 或 5，則這個整數是 5 的倍數。  
例如：735、2310。

## 課前練習

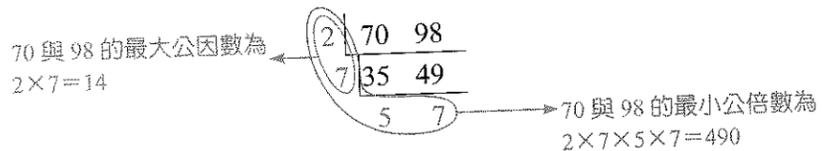
(1) 26 是  2 的倍數  
 5 的倍數

(2) 730 是  2 的倍數  
 5 的倍數

(3) 2465 是  2 的倍數  
 5 的倍數

## 回顧 2 最大公因數與最小公倍數

國小 6 年級



## 課前練習

利用短除法求 48、60 的最大公因數與最小公倍數：

$$\begin{array}{r|l} 2 & 48 \quad 60 \\ 2 & 24 \quad 30 \\ 3 & 12 \quad 15 \\ & 4 \quad 5 \end{array}$$

(1) 48、60 的最大公因數為 12。

(2) 48、60 的最小公倍數為 240。

提示：(1) 1 (2) 2 的倍數 (3) 5 的倍數 (4) 2 的倍數 (5) 3 的倍數 (6) 2 的倍數 (7) 3 的倍數 (8) 5 的倍數 (9) 2 的倍數 (10) 3 的倍數 (11) 5 的倍數 (12) 2 的倍數 (13) 3 的倍數 (14) 5 的倍數 (15) 2 的倍數 (16) 3 的倍數 (17) 5 的倍數 (18) 2 的倍數 (19) 3 的倍數 (20) 5 的倍數 (21) 2 的倍數 (22) 3 的倍數 (23) 5 的倍數 (24) 2 的倍數 (25) 3 的倍數 (26) 5 的倍數 (27) 2 的倍數 (28) 3 的倍數 (29) 5 的倍數 (30) 2 的倍數 (31) 3 的倍數 (32) 5 的倍數 (33) 2 的倍數 (34) 3 的倍數 (35) 5 的倍數 (36) 2 的倍數 (37) 3 的倍數 (38) 5 的倍數 (39) 2 的倍數 (40) 3 的倍數 (41) 5 的倍數 (42) 2 的倍數 (43) 3 的倍數 (44) 5 的倍數 (45) 2 的倍數 (46) 3 的倍數 (47) 5 的倍數 (48) 2 的倍數 (49) 3 的倍數 (50) 5 的倍數 (51) 2 的倍數 (52) 3 的倍數 (53) 5 的倍數 (54) 2 的倍數 (55) 3 的倍數 (56) 5 的倍數 (57) 2 的倍數 (58) 3 的倍數 (59) 5 的倍數 (60) 2 的倍數 (61) 3 的倍數 (62) 5 的倍數 (63) 2 的倍數 (64) 3 的倍數 (65) 5 的倍數 (66) 2 的倍數 (67) 3 的倍數 (68) 5 的倍數 (69) 2 的倍數 (70) 3 的倍數 (71) 5 的倍數 (72) 2 的倍數 (73) 3 的倍數 (74) 5 的倍數 (75) 2 的倍數 (76) 3 的倍數 (77) 5 的倍數 (78) 2 的倍數 (79) 3 的倍數 (80) 5 的倍數 (81) 2 的倍數 (82) 3 的倍數 (83) 5 的倍數 (84) 2 的倍數 (85) 3 的倍數 (86) 5 的倍數 (87) 2 的倍數 (88) 3 的倍數 (89) 5 的倍數 (90) 2 的倍數 (91) 3 的倍數 (92) 5 的倍數 (93) 2 的倍數 (94) 3 的倍數 (95) 5 的倍數 (96) 2 的倍數 (97) 3 的倍數 (98) 5 的倍數 (99) 2 的倍數 (100) 3 的倍數 (101) 5 的倍數 (102) 2 的倍數 (103) 3 的倍數 (104) 5 的倍數 (105) 2 的倍數 (106) 3 的倍數 (107) 5 的倍數 (108) 2 的倍數 (109) 3 的倍數 (110) 5 的倍數 (111) 2 的倍數 (112) 3 的倍數 (113) 5 的倍數 (114) 2 的倍數 (115) 3 的倍數 (116) 5 的倍數 (117) 2 的倍數 (118) 3 的倍數 (119) 5 的倍數 (120) 2 的倍數 (121) 3 的倍數 (122) 5 的倍數 (123) 2 的倍數 (124) 3 的倍數 (125) 5 的倍數 (126) 2 的倍數 (127) 3 的倍數 (128) 5 的倍數 (129) 2 的倍數 (130) 3 的倍數 (131) 5 的倍數 (132) 2 的倍數 (133) 3 的倍數 (134) 5 的倍數 (135) 2 的倍數 (136) 3 的倍數 (137) 5 的倍數 (138) 2 的倍數 (139) 3 的倍數 (140) 5 的倍數 (141) 2 的倍數 (142) 3 的倍數 (143) 5 的倍數 (144) 2 的倍數 (145) 3 的倍數 (146) 5 的倍數 (147) 2 的倍數 (148) 3 的倍數 (149) 5 的倍數 (150) 2 的倍數 (151) 3 的倍數 (152) 5 的倍數 (153) 2 的倍數 (154) 3 的倍數 (155) 5 的倍數 (156) 2 的倍數 (157) 3 的倍數 (158) 5 的倍數 (159) 2 的倍數 (160) 3 的倍數 (161) 5 的倍數 (162) 2 的倍數 (163) 3 的倍數 (164) 5 的倍數 (165) 2 的倍數 (166) 3 的倍數 (167) 5 的倍數 (168) 2 的倍數 (169) 3 的倍數 (170) 5 的倍數 (171) 2 的倍數 (172) 3 的倍數 (173) 5 的倍數 (174) 2 的倍數 (175) 3 的倍數 (176) 5 的倍數 (177) 2 的倍數 (178) 3 的倍數 (179) 5 的倍數 (180) 2 的倍數 (181) 3 的倍數 (182) 5 的倍數 (183) 2 的倍數 (184) 3 的倍數 (185) 5 的倍數 (186) 2 的倍數 (187) 3 的倍數 (188) 5 的倍數 (189) 2 的倍數 (190) 3 的倍數 (191) 5 的倍數 (192) 2 的倍數 (193) 3 的倍數 (194) 5 的倍數 (195) 2 的倍數 (196) 3 的倍數 (197) 5 的倍數 (198) 2 的倍數 (199) 3 的倍數 (200) 5 的倍數

## 溫故學習 搭配學習前哨站

1. 寫出下列各數的因數：

(1) 52：1、2、4、13、26、52

(2) 69：1、3、23、69

2. 找出下列各數的最大公因數與最小公倍數：

(1) 12 和 30

$(12, 30) = 6$   $[12, 30] = 60$

(2) 45 和 72

$(45, 72) = 9$   $[45, 72] = 360$

## 2-1 質因數分解

國小時學過以短除法做質因數分解，本章將從質因數分解出發來學習標準分解式，經由標準分解式認識公因數與公倍數，也可從最小公倍數進行分數的通分。

## ① 因數與倍數

對應能力指標 N-7-1



在左圖中， $1740 \div 29 = 60$ ，

即  $1740 = 60 \times 29$ ，因此：

(1) 29 和 60 都是 1740 的因數。

(2) 1740 是 29 和 60 的倍數。

$1740 \div 29 = 60$ ，所以一個爌肉便當 60 元。

## 因數與倍數

如果  $a、b、c$  為任意三個整數，且  $b \neq 0$ ，若  $a \div b = c$ ，即  $a = b \times c$ ，則

(1)  $b、c$  是  $a$  的因數。

(2)  $a$  是  $b、c$  的倍數。

搭配習作 P26 基礎題 3

根據因數、倍數的意義，我們可以來討論 1 和 0 這兩個數的因數與倍數：

① 因為任何整數  $a$  除以 1 的結果都是  $a$  (即  $a \div 1 = a$ )，所以任何整數都是 1 的倍數，1 是任何整數的因數。

② 因為 0 不可以當作除數，所以 0 不是任何整數的因數。

③ 因為  $0 \div a = 0$  ( $a \neq 0$ )，所以 0 是任何非零整數的倍數。

在國中階段，若沒有特別說明，因數都是指正因數；而倍數指的是正倍數。

## 教學眉批

- 因、倍數雖有正、負之區分，但本節重點仍以「正整數」為主要教學範圍。
- 教師教學時，不必強調所有因數個數、正因數和與正因數之乘積等較為偏難之問題。

## 考會觀測站 加強演練題 搭配課文

1. 下列各數中，哪些是 264 的因數？

22、44、33、66、72、132

22、33、44、66、132

2. 寫出 28 在 1 到 200 的倍數。

28、56、84、112、140、168、196

在學習前哨站，已複習曾學過的 2、5 倍數判別法，接下來我們將學習 4、3、9、11 的倍數判別法。

### 4 的倍數判別法

要判別一個數是不是 4 的倍數，除了直接用除法判別外，還有更簡便的方法。

例如：判別 7528 是不是 4 的倍數時，

因為  $100 = 25 \times 4$ ，所以 100 的倍數都是 4 的倍數，

而  $7528 = 75 \times 100 + 28$ ， $75 \times 100$  必為 4 的倍數，末兩位數 28 是 4 的倍數，所以 7528 是 4 的倍數。

### 4 的倍數判別法

如果一個整數的末兩位數是 4 的倍數，則這個整數是 4 的倍數。

#### 例 1 判別 4 的倍數

搭配習作 P26 基礎題 1(3) 自評 P95 第 1 題

判別下列各數是否為 4 的倍數。

(1) 536

(2) 2370

解 (1) 因為 536 的末兩位數 36 是 4 的倍數，所以 536 是 4 的倍數。

(2) 因為 2370 的末兩位數 70 不是 4 的倍數，所以 2370 不是 4 的倍數。

### 隨堂練習

有一個四位數  $23\square 4$ ，如果此數是 4 的倍數，則  $\square$  可以填入哪些數字？  
四位數  $23\square 4$  的末二位數中，04、24、44、64、84 為 4 的倍數，所以可填 0、2、4、6、8。

### 教學盾批

要判別一個數是否為 8 的倍數，只要判別該數的末三位數是否為 8 的倍數即可。

### Thinking

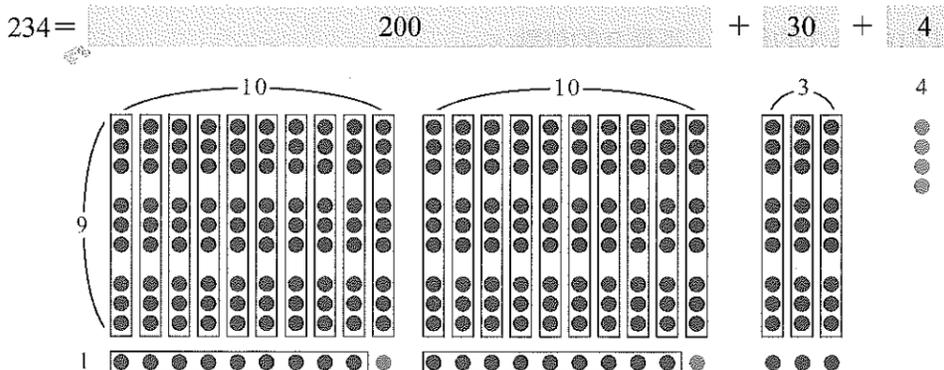
7528 是不是 8 的倍數呢？除了直接利用除法之外，還有沒有更簡便的方法呢？  
(提示： $1000 = 125 \times 8$ ) 是，判別該數的末三位數是否為 8 的倍數即可。

### 考 會考觀測站 加強演練題 搭配例 1

如果 4 是  $3547\square 4$  的倍數，則  $\square$  可以填入哪些數字？  
0、2、4、6、8

### 3、9 的倍數判別法

要判別 234 是不是 3 的倍數或 9 的倍數，可以先將 234 寫成  $200 + 30 + 4$ ，再透過下圖來學習它們的判別法。



$$\begin{aligned} \text{觀察上圖可得, } 234 &= 2 \times 100 + 3 \times 10 + 4 \\ &= 2 \times (99 + 1) + 3 \times (9 + 1) + 4 \\ &= 2 \times 99 + 2 + 3 \times 9 + 3 + 4 \\ &= (2 \times 99 + 3 \times 9) + (2 + 3 + 4) \\ &\quad \text{9的倍數, 也是3的倍數} \quad \quad \quad ? \end{aligned}$$

所以要判別 234 是否為 9 的倍數，只要看「 $2+3+4$  的和」是否為 9 的倍數。同樣地，要判別 234 是否為 3 的倍數，只要看「 $2+3+4$  的和」是否為 3 的倍數。因為  $2+3+4=9$ ，所以 234 是 9 的倍數，也是 3 的倍數。

### 3、9 的倍數判別法

如果一個整數的各位數字和是 3 的倍數，則這個整數是 3 的倍數；  
如果一個整數的各位數字和是 9 的倍數，則這個整數是 9 的倍數。

### 考 會考觀測站 加強演練題 搭配課文

在下列各數字中，分別找出 3 和 9 的倍數：  
69、116、235、288、519、1234、1809  
3 的倍數：69、288、519、1809  
9 的倍數：288、1809

### 趣味數學

倍數迷宮：  
由起點開始，只有 2、3、5、11 的倍數才能通過，找出一條抵達終點的路線。

起點	37	1	38
4	49	19	79
15	231	41	83
23	36	330	終點

起點	37	1	38
4	49	19	79
15	231	41	83
23	36	330	終點

### 例2 判別 3、9 的倍數

搭配習作 P26 基礎題 1(2)、(5) 自評 P95 第 1 題

判別 6108 是否為 3 的倍數？是否為 9 的倍數？

解 6108 的各位數字和為  $6+1+0+8=15$ ， $15 \div 3=5$ ； $15 \div 9=1 \dots 6$

所以 6108 是 3 的倍數，不是 9 的倍數。

#### 隨堂練習

1. 有一個四位數  $149\square$  是 3 的倍數，則  $\square$  可填入哪些數字？ 1、4、7。
2. 有一個四位數  $149\square$  是 9 的倍數，則  $\square$  可填入哪些數字？ 4。

#### 關鍵提問

■ 如果一個整數是 9 的倍數，則這個整數一定是 3 的倍數嗎？是

#### Thinking

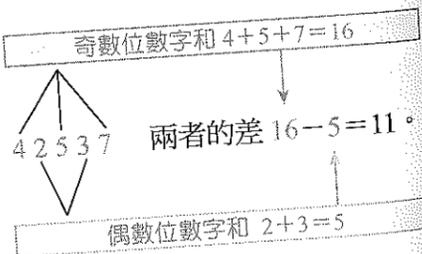
如果一個整數是 3 的倍數，則這個整數一定是 9 的倍數嗎？  
不一定。例如：12、15、21……是 3 的倍數，但不是 9 的倍數。

### 11 的倍數判別法

要判別 42537 是不是 11 的倍數，可以將 42537 寫成

$$\begin{aligned}
 42537 &= 4 \times 10000 + 2 \times 1000 + 5 \times 100 + 3 \times 10 + 7 \\
 &= 4 \times (9999 + 1) + 2 \times (1001 - 1) + 5 \times (99 + 1) + 3 \times (11 - 1) + 7 \\
 &= 4 \times 9999 + 4 + 2 \times 1001 - 2 + 5 \times 99 + 5 + 3 \times 11 - 3 + 7 \\
 &= \underbrace{(4 \times 9999 + 2 \times 1001 + 5 \times 99 + 3 \times 11)}_{11 \text{ 的倍數}} + \underbrace{(4 + 5 + 7)}_{\text{奇數位數字和}} - \underbrace{(2 + 3)}_{\text{偶數位數字和}} \\
 &\quad \quad \quad (9999、1001、99、11 \text{ 都是 } 11 \text{ 的倍數})
 \end{aligned}$$

所以 42537 除以 11 的餘數與  $(4+5+7)-(2+3)$  除以 11 的餘數相同。  
因為  $(4+5+7)-(2+3)=11$ ，  
所以 42537 是 11 的倍數。



#### 考 會考觀測站 加強演練題 搭配課文

1. 下列各數中，哪些是 4 的倍數？哪些是 3 的倍數？哪些是 9 的倍數？  
6174、6946、7125、31230、2212  
4 的倍數：2212  
3 的倍數：6174、7125、31230  
9 的倍數：6174、31230
2. 於下列各數字中，找出 11 的倍數：  
11、517、8888、12345、743347、9090906

### 11 的倍數判別法

如果一個整數的「奇數位數字和」與「偶數位數字和」的差是 11 的倍數或 0，則這個整數是 11 的倍數。

### 例3 判別 11 的倍數

搭配習作 P26 基礎題 1(6)、2 自評 P95 第 1 題

判別下列各數是否為 11 的倍數。

(1) 9724

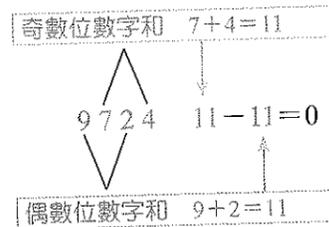
(2) 98760

解 (1) 9724 的奇數位數字和為  $7+4=11$ ，

偶數位數字和為  $9+2=11$ 。

$$11 - 11 = 0,$$

所以 9724 是 11 的倍數。

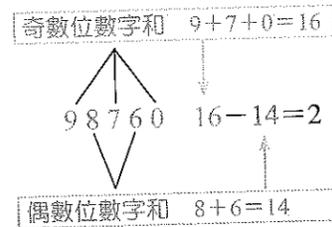


(2) 98760 的奇數位數字和為  $9+7+0=16$ ，

偶數位數字和為  $8+6=14$ 。

$$16 - 14 = 2 \text{ (不是 11 的倍數或 0),}$$

所以 98760 不是 11 的倍數。



#### 隨堂練習

1. 判別 2345、123321 是否為 11 的倍數。  
2345 的奇數位數字和是  $3+5=8$ ，偶數位數字和是  $2+4=6$ 。  
 $8-6=2$  (不是 11 的倍數或 0)，所以 2345 不是 11 的倍數。  
123321 的奇數位數字和是  $2+3+1=6$ ，偶數位數字和是  $1+3+2=6$ 。  
 $6-6=0$ ，所以 123321 是 11 的倍數。
2. 有一個四位數  $7\square 36$ ，如果此數是 11 的倍數，則  $\square = ?$   
奇數位數字和： $\square+6$ ，偶數位數字和： $7+3=10$ ，  
 $\square+6-10=\square-4$ ，則  $\square-4$  要是 11 的倍數或 0，所以  $\square=4$ 。

#### 教學眉批

■ 講解 11 的倍數判別法時，教師宜強調是「奇數位數字和」與「偶數位數字和」的差，而不要說成「奇數位數字和」減「偶數位數字和」。

#### 考 會考觀測站 加強演練題 搭配例 3

1. 有一個五位數  $1\square 385$  為 33 的倍數，則  $\square = ?$   
1
2. 有一個六位數  $7\square 2\square 49$  是 11 的倍數，其中  $\square$  代表同樣的數字，則  $\square = ?$   
2
3. 若  $848\square 34$  可以被 11 除盡，也可以被 3 除盡，則  $\square = ?$   
0