2-1

質因數分解



国點 因數與倍數

●配合課本 P80 ~ 82

- ① 設 $a \cdot b \cdot c$ 是三個正整數,若 $a = b \times c$,則 a 是 $b \cdot c$ 的倍數, $b \cdot c$ 是 a 的因數。
- 2 一個正整數的最小正因數為 1,最大正因數為本身。
- 2 若 42 可分解為 $a \times b$,其中 $a \times b$ 均為正整數,則 a + b 可能是多少?(8分) 6分 因為 $42 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14 = 6 \times 7$, 所以 a + b = 1 + 42 = 43 或 2 + 21 = 23 或 3 + 14 = 17 或 6 + 7 = 13 。 故 a + b 可能等於 $43 \times 23 \times 17 \times 13$ 。
- **3** 將正整數 N 的所有正因數由小而大排列為 $1 \cdot a \cdot 4 \cdot b \cdot c \cdot 10 \cdot d \cdot N$,則此正整數 N 為多少? c 為多少? (8分) **6**分 因為 $N=1 \times N=a \times d=4 \times 10=b \times c$,

所以 $N=4\times10=40$ 。

又 40 的所有正因數由小而大排列為 $1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 8 \times 10 \times 20 \times 40$,故 c=8。

電腦 倍數的簡易判別法

●配合課本 P83 ~ 88

- ① 2 的倍數判別法:個位數字是 0、2、4、6、8。
- 2 5的倍數判別法:個位數字是0或5。
- 3 4的倍數判別法:末兩位數是4的倍數或皆為0。
- 4 9的倍數判別法:各個數字和是9的倍數。
- **5** 3 的倍數判別法:各個數字和是 3 的倍數。

P.83 隨堂

4 如果五位數 2357□是 2 的倍數,又是 5 的倍數,那麼 □ 內可以填入哪些數字? 因為 2357□是 2 的倍數,所以□=0、2、4、6、8。 (8分) 6分 因為 2357□是 5 的倍數,所以□=0、5。 故□=0。

(P.85 例 2)

5 如果六位數 300□55 是 9 的倍數,那麼 □ 內可以填入哪些數字? (8分) 6分 因為 300□55 是 9 的倍數, 所以 3+0+0+□+5+5=13+□是 9 的倍數,

所以 $3+0+0+\square+5+5=13+\square$ 是 9 的倍數,故 $\square=5$ 。

P.88 隨堂

6 如果七位數 5□94320 是 11 的倍數,那麼 □ 內可以填入哪些數字?(8分) **6分** 因為 5□94320 是 11 的倍數,

所以 $(5+9+3+0)-(\Box+4+2)=17-6-\Box=11-\Box$ 是 11 的倍數, 故 $\Box=0$ 。

重點 質數與合數

●配合課本 P88 ~ 91

- 質數:大於1的整數,除了1與本身以外,沒有其他因數。
- 2 合數:大於1的整數,除了1與本身以外,還有其他因數。
- 7 請將下表的質數圈出來。

(8分) 7分

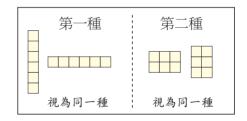
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
(31)	32	33	34	35	36	37)	38	39	40

重點 標準分解式

●配合課本 P91 ~ 95

每一個合數都可以分解成質因數乘積,並寫成標準分解式。

8 有大小相同的正方形紙牌若干張,且可以緊密的排出不同形狀的長方形。若拿 6 張,則可排出兩種形狀,如右圖。(每小題 7 分)每小題 6 分



(1) 若小君拿 28 張紙牌,則最多可以排出幾種不同形狀的長方形?

因為 $28=1\times 28=2\times 14=4\times 7$,所以可以排出 3 種。

(2) 若小善拿 20 幾張紙牌,但只能排出 1 種長方形,請問小善可能拿了幾張紙牌?

因為只可以排 1 種,表示為質數, 所以在 20~29 之內的質數為 23 或 29, 故小善可能拿了 23 張或 29 張。 9 求下列各數的標準分解式:

(每小題7分) 每小題7分

(1) 1575

 $1575 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

(2) 666

 $666 = 2 \times 3^2 \times 37$

10 將 45864 做質因數分解後可得 $2^a \times 3^2 \times c^2 \times 13$,則 a + c = 10。 (8分) 7分 因為 $45864 = 2^3 \times 3^2 \times 7^2 \times 13$,

所以 a=3, c=7, 故 a+c=3+7=10。

11 某生將一正整數 a 分解成質因數相乘,計算過程如右圖。 則 g = ? a = ? (8分) 8分 $g = 5 \times 7$ (或 35),

 $a = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ (或 12600) \circ

$$\begin{array}{c|cccc}
2 & a \\
2 & b \\
2 & c \\
3 & d \\
3 & e \\
5 & f \\
5 & g \\
7
\end{array}$$



- 已知某文具店販售的原子筆每支售價均相等且超過10元,<u>小量和小善</u>在此文 具店分別購買若干支原子筆。
 - (1) 若小量購買原子筆的花費為 36 元,請問原子筆的售價可能為多少元?
 36=1×36=2×18=3×12=4×9=6×6
 因為原子筆每支售價超過 10 元
 所以原子筆售價可能為 12、18、36 元。
 - (2) $\mathbb{A}(1)$, 小善購買原子筆的花費在 $40\sim50$ 元間,請問小善的花費可能為多少元?

18 的倍數為 $18 \times 36 \times 54$; 36 的倍數為 36×72 ; 故不會在 $40 \sim 50$ 元間,其中 $48 = 12 \times 4$,在 $40 \sim 50$ 元間,因此可能花費為 48 元。

2 林老師忘記自己的銀行保險箱密碼,只記得保險箱密碼有四碼 abcd,分別藏在 831a 的標準分解式 $2^b \times c^3 \times d \times 11$ 中,請你幫忙<u>林</u>老師找出她的保險箱密碼為 何?

因為 831a 是 11 的倍數,

所以(8+1)-(3+a)=0,

9-3-a=0, $a=6 \circ \mathbb{Z} 8316=2^2 \times 3^3 \times 7 \times 11$,

則 b=2, c=3, d=7, 故保險箱密碼為 6237。



公因數與公倍數



最大公因數

●配合課本 P100 ~ 107

- 允將每個正整數寫成標準分解式,再從共同質因數的乘方中取出 「次方最低者」相乘,即為最大公因數。
- ② 當兩個正整數的最大公因數為 1 時,這兩個數互質。

(6分) 6分

■ 將下列各數中與 44 互質的數圈起來。

2 (3) 10 (21) 30 (37) (43) (45)

55

44的所有因數為 1、2、4、11、22、44; 質因數為 2、11。 故與 44 互質的數有 3、21、37、43、45。

2 求下列各組數的最大公因數:

(1)
$$2 \times 3 \times 3 \times 13 \cdot 2 \times 2 \times 5 \times 13$$
 (2) $2^{3} \times 3^{2} \cdot 2^{4} \times 3^{4} \times 7^{2} \cdot 2 \times 3^{3} \times 5^{4}$ (2) $2^{3} \times 3^{2} \cdot 2^{4} \times 3^{4} \times 7^{2} \cdot 2 \times 3^{3} \times 5^{4}$ (2) $2^{3} \times 3^{2} \cdot 2^{4} \times 3^{4} \times 7^{2} \cdot 2 \times 3^{3} \times 5^{4}$ (2) $2^{3} \times 3^{2} \cdot 2^{4} \times 3^{4} \times 7^{2} \cdot 2 \times 3^{3} \times 5^{4}$ (2) $2^{3} \times 3^{2} \cdot 2^{4} \times 3^{4} \times 7^{2} \cdot 2 \times 3^{3} \times 5^{4}$ (2) $2^{3} \times 3^{2} \cdot 2^{4} \times 3^{4} \times 7^{2} \cdot 2 \times 3^{3} \times 5^{4}$ (2) $2^{3} \times 3^{2} \cdot 2^{4} \times 3^{4} \times 7^{2} \cdot 2 \times 3^{3} \times 5^{4}$ (2) $2^{3} \times 3^{2} \cdot 2^{4} \times 3^{4} \times 7^{2} \cdot 2 \times 3^{3} \times 5^{4}$ (2) $2^{3} \times 3^{2} \cdot 2^{4} \times 3^{4} \times 7^{2} \cdot 2 \times 3^{3} \times 5^{4}$ (2) $2^{3} \times 3^{2} \cdot 2^{4} \times 3^{4} \times 7^{2} \cdot 2 \times 3^{3} \times 5^{4}$ (2) $2^{3} \times 3^{2} \cdot 2^{4} \times 3^{4} \times 7^{2} \cdot 2 \times 3^{3} \times 5^{4}$

[P.104 例 4~P.105 例 5] (每小題6分) 每小題6分

 $(2^3 \times 3^2, 2^4 \times 3^4 \times 7^2, 2 \times 3^3 \times 5^4)$

$$=2\times3^2=18$$

 $(3) 175 \times 210$

$$(175, 210) = 5 \times 7 = 35$$

(4) 156 \ 104 \ 130

$$(156, 104, 130) = 2 \times 13 = 26$$

3 若 a 是一個正整數,且其所有因數有 $1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 8 \times 10 \times 20 \times 40$,則 a 與 60 的最大公因數為 20 。 (6分)6分

因為 a 的所有因數為 $1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 8 \times 10 \times 20 \times 40$

所以 a = 40,故 (a, 60) = (40, 60) = 20。

- 4 將 72 個巧克力甜甜圈、60 個草莓甜甜圈分裝在幾個盒子裡,使每個盒裡的同 一種口味的甜甜圈數量都一樣多。試問最多可以裝成幾盒?此時每個盒子中的 巧克力甜甜圈、草莓甜甜圈各有幾個? (8分)6分
 - 最多可分裝成 $2\times2\times3=12$ (盒), 2 72 60 2 36 30 每個盒子中的巧克力甜甜圈有6個,草莓甜甜圈有5個。 3 18 15
- **5** 南官國中的行政大樓是一棟綠建築,今想在邊長為 105 公尺、135 公尺及 150 公尺的三角形生態池各邊種植綠色植物。若希望相鄰兩棵綠色植物間的距離皆 相等且三個頂點都要種,則此距離最大為多少公尺?且此生態池可種植幾棵綠 色植物? (8分) 6分

 $(105, 135, 150) = 3 \times 5 = 15$

故每兩棵的距離最大為 15 公尺,共可種植 7+9+10=26(棵)綠色植物。

P.101 課文

▲ 若兩正整數 a 和 b 的最大公因數為 105,請寫出 a 和 b 的所有公因數。 (8分) 兩正整數的公因數是其最大公因數的因數, 6分

105的因數為1、3、5、7、15、21、35、105,

所以 a 和 b 的所有公因數為 $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 15 \times 21 \times 35 \times 105$ 。

最小公倍數

●配合課本 P108 ~ 115

先將每個正整數寫成標準分解式,找出全部的質因數,再從所有的質因數 中取「次方最高者」相乘,即為最小公倍數。

7 求下列各組數的最小公倍數:(以計算機來做驗算) (每小題6分) 每小題6分



$$[2 \times 3 \times 5^{2} \times 11, 2^{2} \times 5 \times 7]$$

$$= 2^{2} \times 3 \times 5^{2} \times 7 \times 11 \text{ (} \text{$\vec{0}$ 23100) }$$

$$= 2^{3} \times 7^{2} \times 11^{3} \times 17 \text{ (} \text{$\vec{0}$ 8869784) }$$

(1) $2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 11 \cdot 2 \times 2 \times 5 \times 7$ (2) $2^3 \times 11 \cdot 2 \times 7^2 \times 11^3 \cdot 2^2 \times 11^2 \times 17$ $[2\times3\times5^2\times11, 2^2\times5\times7]$ $[2^3\times11, 2\times7^2\times11^3, 2^2\times11^2\times17]$

$$\begin{array}{c|cccc}
2 & 190 & 152 \\
19 & 95 & 76 \\
\hline
5 & 4 \\
\end{array}$$

$$(190, 152) = 2 \times 19 \times 5 \times 4$$

$$=2^3 \times 5 \times 19 \text{ (} \vec{\text{g}} \text{ 760)}$$

[36,48,72]

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 1 \times 2 \times 1$$

$$=2^4\times3^2$$
 (或 144)

❸ 小宇使用手機 App 查詢蘭宜客運公司的公車時刻表如右圖所 示,已知甲、乙兩班車發車間隔時間相同,若早上5:40 從 總站同時發第一班的甲、乙線公車後,則這兩線公車最快何 時會再同時從總站發車? (8分) 6分 由時刻表可知,甲線每12分鐘、乙線每16分鐘發一班車, $[12, 16] = 2 \times 2 \times 3 \times 4 = 48$

16 5 時 40 分 + 48 分 = 6 時 28 分 , 6 8 3 故這兩線公車在6時28分會再同時從總站發車。



P.114 例 13)

9 若正整數 $N \triangleq 65 \times 104 \times 260$ 三個數的公倍數, 且介於 9000 和 10000 之間, 則 N 可能為多少?(以計算機來做驗算) (8分)6分

13 65 104 260 4 5 8 20 5 5

 $[65, 104, 260] = 13 \times 4 \times 5 \times 1 \times 2 \times 1 = 520$

N可能為 520、1040、1560、2080、……, 且介於 9000 和 10000 之間, $10000 \div 520 = 19...120$,

 $\nabla 520 \times 19 = 9880 \times 520 \times 18 = 9360 \times 520 \times 17 = 8840 < 9000$ 故 N 為 9360、9880。



小玲將 $a \cdot b$ 兩個正整數做質因數分解,完整的做法如右圖。 已知 g > f > 1,且 $a \cdot b$ 的最大公因數是 21,最小公倍數是

$$\begin{array}{c|cccc}
3 & a & b \\
e & c & d \\
\hline
f & g
\end{array}$$

5分

 $3 \times e = 21 \Rightarrow e = 7$

 $126 \cdot \| a = ? b = ?$

 $3 \times 7 \times f \times g = 126$, $f \times g = 6 = 2 \times 3$, $\nabla g > f > 1$, $\Leftrightarrow f = 2$, g = 3,

因此 $a = 3 \times 7 \times 2 = 42$, $b = 3 \times 7 \times 3 = 63$ 。

2 南官國中的七年級學生人數超過 100 人,本次七年級全體學生要進行童軍露營 活動,發現每6人一個帳棚會多1人、每7人一組參加探索活動也會多1人, 每8人一桌吃飯也會多1人,試問南官國中七年級的學生最少有多少人?

先不考慮多出的1人,

5分

則十年級學生人數為6、7、8的公倍數。

 $[6,7,8] = 2 \times 3 \times 7 \times 4 = 168$

因為都會多出 1 人,所以最少有 168+1=169(人)。

分數的四則運算



川 等值分數與最簡分數

●配合課本 P119 ~ 120

① 設 $\frac{a}{b}$ 是任意一個分數 $(a \cdot b)$ 皆為整數目 b 不為 0 ,若整數 c 不為 0 ,

$$\exists ||: (1) \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} \circ$$

$$(2) \frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c} \circ$$

② 已知 $\frac{a}{b}$ 為分數,若(a,b)=1,則此分數為最簡分數。

在下面括號內,填入適當的整數:

(每格2分) 每格2

(1)
$$-\frac{(20)}{28} = \frac{-10}{(14)} = -\frac{5}{7}$$

(1)
$$-\frac{(20)}{28} = \frac{-10}{(14)} = -\frac{5}{7}$$
 (2) $-\frac{15}{6} = \frac{(-5)}{2} = -\frac{10}{(4)}$

2 若 $\frac{()}{12}$ 是一個小於 1 的最簡分數,則 () 內可以填入哪些正整數 ?

12的因數有1、2、3、4、6、12。

因此 1~11 的數字中,與 12 互質的數有 1、5、7、11,

故()內可以填入1、5、7、11。

●配合課本 P121 ~ 122

- 2 正分數的絕對值愈大,其值愈大;負分數的絕對值愈大,其值愈小。
- 3 在下列的空格中填入>、=或<:

(每小題2分) 每小題2分

$$(1) -\frac{2}{5} > -\frac{3}{5}$$

(2)
$$-\frac{5}{7} < -\frac{3}{7}$$

(3)
$$\frac{4}{5} \le \frac{5}{6}$$

$$(4) -\frac{4}{5} > -\frac{5}{6}$$

(5)
$$-\frac{2}{3} \ge -\frac{3}{4} \ge -\frac{4}{5}$$

(6)
$$-\frac{3}{2} \ge -\frac{5}{3} \ge -\frac{7}{4}$$

4 試回答下列問題:

(每小題3分) 每小題3分

(1) 請將 $1 \times \frac{101}{100} \times \frac{99}{100} \times \frac{100}{99}$ 按大小順序排列。

$$\frac{101}{100} = 1 + \frac{1}{100} , \frac{100}{99} = 1 + \frac{1}{99} , \boxed{2} \frac{1}{100} < \frac{1}{99} ,$$

因此
$$\frac{101}{100} < \frac{100}{99}$$
,又 $\frac{99}{100} < 1$,故 $\frac{100}{99} > \frac{101}{100} > 1 > \frac{99}{100}$ 。

(2) 已知數線上的 $A \times B \times C \times D$ 四點分別表示 $-1 \times -\frac{101}{100} \times -\frac{99}{100} \times -\frac{100}{99}$, 試問 $A \times B \times C \times D$ 四點中,哪一點的位置離原點最近?

$$A \boxtimes : |-1| = 1$$
, $B \boxtimes : |-\frac{101}{100}| = \frac{101}{100}$,

$$C$$
點: $|-\frac{99}{100}| = \frac{99}{100}$, D 點: $|-\frac{100}{99}| = \frac{100}{99}$,

曲
$$(1)$$
可知 $\frac{100}{99} > \frac{101}{100} > 1 > \frac{99}{100}$,

因此
$$|-\frac{100}{99}|>|-\frac{101}{100}|>|-1|>|-\frac{99}{100}|$$
,故 C 點離原點最近。

自己 分數的加減運算

●配合課本 P123 ~ 127

幾個異分母分數相加減時,可先將它們化成同分母分數再相加減。

 $(2) - \frac{4}{15} - 2\frac{5}{6}$

(4) $2\frac{2}{15} + (-1\frac{1}{9})$

5 計算下列各式:

(每小題3分) 每小題3分

(1)
$$\frac{5}{10} + \frac{3}{10} - \frac{1}{5}$$

$$\mathbb{R} \vec{x} = \frac{8}{10} - \frac{1}{5} = \frac{8}{10} - \frac{2}{10} \\
= \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$
(3) $\frac{7}{12} - (-1\frac{1}{0})$

原式 =
$$-\frac{4}{15} - \frac{17}{6} = -\frac{8}{30} - \frac{85}{30}$$

= $-\frac{93}{30} = -\frac{31}{10}$ (或 $-3\frac{1}{10}$)

原式 =
$$\frac{7}{12} + 1\frac{1}{9} = \frac{7}{12} + \frac{10}{9}$$

= $\frac{21}{36} + \frac{40}{36} = \frac{61}{36}$ (或 $1\frac{25}{36}$)

$$\exists \frac{7}{12} + 1\frac{1}{9} = \frac{7}{12} + \frac{10}{9} \qquad \qquad \exists \exists \frac{2}{15} - 1\frac{1}{9} = \frac{32}{15} - \frac{10}{9} \\
= \frac{21}{36} + \frac{40}{36} = \frac{61}{36} \ (\vec{\boxtimes} 1\frac{25}{36}) \qquad \qquad = \frac{96}{45} - \frac{50}{45} = \frac{46}{45} \ (\vec{\boxtimes} 1\frac{1}{45})$$

(6) $\left(14\frac{3}{8}+4\frac{1}{9}\right)-\left(-2\frac{1}{9}+12\frac{3}{8}\right)$

原式 =
$$\frac{7}{11} - \frac{6}{13} + \frac{4}{11}$$

= $(\frac{7}{11} + \frac{4}{11}) - \frac{6}{13}$
= $1 - \frac{6}{13} = \frac{7}{13}$

 $(5) \frac{7}{11} - (\frac{6}{13} - \frac{4}{11})$

原式 =
$$14\frac{3}{8} + 4\frac{1}{9} + 2\frac{1}{9} - 12\frac{3}{8}$$

= $(14\frac{3}{8} - 12\frac{3}{8}) + (4\frac{1}{9} + 2\frac{1}{9})$
= $2 + 6\frac{2}{9} = 8\frac{2}{9}$ (或 $\frac{74}{9}$)

6 求數線上 $A(-3\frac{1}{4})$ 與 $B(-1\frac{2}{3})$ 兩點的距離。

(4分) 3分

所求 =
$$\left|-3\frac{1}{4} - \left(-1\frac{2}{3}\right)\right|$$

= $\left|-\frac{13}{4} + \frac{5}{3}\right|$
= $\left|-\frac{39}{12} + \frac{20}{12}\right|$
= $\left|-\frac{19}{12}\right| = \frac{19}{12}$ (或 $1\frac{7}{12}$)

国際 分數的乘法與除法

●配合課本 P128 ~ 133

- ① 互為倒數的兩個數,其乘積等於1。
- 2 除以一個不為 0 的數等於乘以該數的倒數,亦即

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c} (b \cdot c \cdot d$$
 均不為 0)

 $7 \frac{2}{5} \times \left(-\frac{3}{11}\right)$ 的值和下列哪一個式子的值相等?

(3分) 2分

(A)
$$\left(-\frac{2}{5}\right) \times \frac{11}{3}$$
 (B) $\left(-\frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{11}$ (C) $\left(-\frac{3}{11}\right) \div \frac{2}{5}$ (D) $\left(-\frac{3}{11}\right) \times \frac{5}{2}$

(B)
$$\left(-\frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{11}$$

(C)
$$\left(-\frac{3}{11}\right) \div \frac{2}{5}$$

(D)
$$\left(-\frac{3}{11}\right) \times \frac{5}{2}$$

答: (B) 。

 $8 6\frac{1}{3} \div 1\frac{3}{5}$ 的值和下列哪一個式子的值<u>不相等</u>?

P.132 例 10 (3分) 2分

(A)
$$(6 + \frac{1}{3}) \div (1 + \frac{3}{5})$$
 (B) $\frac{19}{3} \div \frac{8}{5}$ (C) $\frac{19}{3} \div 8 \times 5$ (D) $\frac{19}{3} \times \frac{8}{5}$

(B)
$$\frac{19}{3} \div \frac{8}{5}$$

(C)
$$\frac{19}{3} \div 8 \times 5$$

(D)
$$\frac{19}{3} \times \frac{8}{5}$$

答: (D) 。

9 埴埴看:

(每小題2分) 每小題2分

(1)
$$3\frac{2}{5}$$
的倒數是 $\frac{5}{17}$ ° (2) $(-2\frac{1}{3}) \times (-\frac{3}{7}) = 1$ °

$$=-\frac{7}{3}$$
的倒數 $=-\frac{3}{7}$

P.130 例 9、P.132 例 10、P.133 例 11

(每小題3分) 每小題3分

(3)
$$\frac{2}{3} \div (-6)$$
原式 =
$$\frac{2}{3} \times (-\frac{1}{6})$$
=
$$-\frac{1}{9}$$

(4)
$$3\frac{2}{3} \div \left(-\frac{5}{6}\right) \div \left(-\frac{11}{8}\right)$$

$$\mathbb{R} : = 3\frac{2}{3} \div \frac{5}{6} \div \frac{11}{8}$$

$$= \frac{11}{3} \times \frac{6}{5} \times \frac{8}{11} = \frac{16}{5} (\vec{x} 3\frac{1}{5})$$

(5)
$$\frac{14}{15} \div (-\frac{7}{9}) \times (-1\frac{1}{4})$$
 (6) $(-\frac{14}{15}) \div (\frac{14}{15}) \div \frac{7}{9} \times 1\frac{1}{4}$ $(\frac{14}{15}) \div \frac{9}{7} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{2} (\vec{1}) \cdot \vec{1}$

重點 數的四則運算

●配合課本 P134 ~ 137

- ① 四則混合運算,若有乘方先做乘方,再做乘、除,最後做加、減; 若有括號時,應先做括號内的計算。
- ② 設 a \ b \ c 是任意數,則:

(1)
$$(a+b) \times c = a \times c + b \times c$$
, $(a-b) \times c = a \times c - b \times c$

(2)
$$c \times (a+b) = c \times a + c \times b$$
, $c \times (a-b) = c \times a - c \times b$

(每小題4分) 每小題3分

(1)
$$\frac{1}{3} - \frac{3}{5} \times (\frac{7}{12} + \frac{1}{4})$$

$$\mathbb{R} : \exists \frac{1}{3} - \frac{3}{5} \times \frac{10}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{1}{6}$$



1 甲、乙、丙三兄弟分遺產,甲分到全部遺產的 $\frac{1}{3}$,乙分到全部遺產的 $\frac{3}{8}$,剩下的都留給丙,則此三人誰分到的最多?

甲分到 $\frac{1}{3}$,乙分到 $\frac{3}{8}$,

丙分到
$$1 - \frac{1}{3} - \frac{3}{8} = 1 - \frac{8}{24} - \frac{9}{24} = \frac{7}{24}$$
,

因為
$$\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$$
, $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$,所以 $\frac{9}{24} > \frac{8}{24} > \frac{7}{24}$,

即
$$\frac{3}{8} > \frac{1}{3} > \frac{7}{24}$$
,故乙分到的最多。

2 職棒選手<u>羅大勝</u>在第一年的年薪是 800 萬元。因為這一年表現良好,所以第二年加薪 $\frac{1}{4}$,但接著因傷表現欠佳,於是第三年又減薪 $\frac{1}{4}$,此後更陷入低潮,因此第四年的年薪為第三年的 $\frac{3}{5}$,試問第四年的年薪為多少元?

解1

分段列式, $800 \times (1 + \frac{1}{4}) = 800 \times \frac{5}{4} = 1000 \text{ (萬元)}$,

$$1000 \times (1 - \frac{1}{4}) = 1000 \times \frac{3}{4} = 750 \text{ (萬元)}$$

 $750 \times \frac{3}{5} = 450$ (萬元),故第四年年薪為 450 萬元。

解 2

$$800 \times (1 + \frac{1}{4}) \times (1 - \frac{1}{4}) \times \frac{3}{5} = 800 \times \frac{5}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = 450$$
 (萬元)。

2-4

指數律



基礎練習●

重點 數的乘方與指數運算

●配合課本 P141 ~ 149

- ② 若 a 、 b 皆不為 0 , 且 m 、 n 為非負整數 , 則 :

(1)
$$a^m \times a^n = a^{m+n} \circ$$

(2)
$$a^m \div a^n = a^{m-n} \circ (m \ge n)$$

(3)
$$(a^m)^n = a^{m \times n} \circ$$

(4)
$$(a \times b)^m = a^m \times b^m \circ$$

(5)
$$a^0 = 1$$
 °

(6)
$$(\frac{b}{a})^n = \frac{b^n}{a^n}$$

1 試在 □ 內填入>、<或=:

(每小題 5 分) 每小題 4 分

$$(1) \left(\frac{9}{11}\right)^3 \ge \left(\frac{9}{11}\right)^5$$

(2)
$$(\frac{7}{4})^6 \le (\frac{7}{4})^7$$

2 試在□內填入適當的數:

(1)
$$(-\frac{7}{10})^6 \times (-\frac{7}{10})^3 = (-\frac{7}{10})^9$$

(2)
$$(-\frac{3}{2})^5 = -\frac{3^{5}}{2^{5}}$$

(3)
$$(-\frac{1}{3})^9 \div (-\frac{1}{3})^4 = (-\frac{1}{3})^{\boxed{5}}$$

(4)
$$7^6 \div 7^3 \times 7 = 7$$

P.141 例 1、P.143 例 3、P.144 例 4

(每格2分) 每格2分

- **3** $(-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^3$ 經計算之後,可得下列哪一個結果?
- (10分) 8分

- (A) $\frac{3}{8}$ (B) $-\frac{3}{8}$ (C) $-\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{8}$
- 答: (D) 。

原式=
$$(\frac{1}{2})^2-(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$$

故骥(D)。

4 30+(-5)0經計算之後,可得下列哪一個結果?

(10分) 8分

- (A) -2 (B) 0 (C) 1

- (D) 2

答: (D) 。

原式=1+1=2

- (10分) 8分

- **5** 算式 2⁷×5³ 之值為何?

 - (A) 100 (B) 210
 - (C) 16000 (D) 21000

答: (C)。

原式= $2^4 \times 2^3 \times 5^3 = 2^4 \times (2 \times 5)^3 = 16 \times 1000 = 16000$

故撰(C)∘

P.147 隋堂

(10分) 8分

6 求
$$(-\frac{3}{4})^2 \div (\frac{9}{2})^2$$
 的值。

$$(-\frac{3}{4})^2 \div (\frac{9}{2})^2 = \frac{3^2}{4^2} \div \frac{9^2}{2^2} = \frac{3^2}{4^2} \times \frac{2^2}{9^2} = \frac{9 \times 4}{16 \times 81} = \frac{1}{36}$$

P.145 例 5

7 求
$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^2 \times \left(\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^3$$
的值。

(10分) 8分

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\right)^{2} \times \left(\left(\frac{3}{2}\right)^{2}\right)^{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{6} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{4} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{2}$$
$$= \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\right)^{4} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{9}{4}$$

8 計算下列各式:

(每小題10分) 每小題8分

(1) $(3^4 \times 5^3)^2 \times (3^2 \times 5^4)$ 請將答案以標準分解式呈現。 P.143 例 $3 \times P.146$ 例 6 原式 = $(3^8 \times 5^6) \times (3^2 \times 5^4) = (3^8 \times 3^2 \times 5^6 \times 5^4) = 3^{10} \times 5^{10}$

P.148 例 8

(2)
$$3^4 \times 3 - 3^4 \div 3^0$$

 $\text{Fightarpoonup} = 3^{4+1} - 3^{4-0} = 3^5 - 3^4 = 2 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162$

P.148 例 8



已知電腦儲存的最小單位是 Bytes,其單位換算如下: 每小題 6分

1 KB = 2^{10} Bytes \ 1 MB = 2^{10} KB \ 1 GB = 2^{10} MB \ 1 TB = 2^{10} GB \ \circ

(1) 現在市面上常見的 1 TB 行動硬碟的容量是多少 Bytes? (以指數表示)

1 TB =
$$2^{10}$$
 GB = $2^{10} \times 2^{10}$ MB = $2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10}$ KB = $2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10}$ Bytes = 2^{40} Bytes

- (2) 一張高書質照片大約 16 MB, 請問一張 64 GB 的記憶卡可以儲存多少張高
- 畫質照片? $16 \text{ MB} = 2^4 \text{ MB},$ $64 \text{ GB} = 2^6 \text{ GB} = 2^6 \times 2^{10} \text{ MB} = 2^{16} \text{ MB},$ $2^{16} \div 2^4 = 2^{12} (張) = 4096 (張) (使用計算機得到的答案)$
- **2** 已知 $a = (-\frac{1}{2})^{31}$, $b = (-\frac{1}{2})^{32}$, $c = (-\frac{1}{2})^{33}$,請寫出 $a \cdot b \cdot c$ 三數的大小關係。

 (請嘗試使用計算機檢查。)
 - **自數的偶數次方結果會是正數,自數的奇數次方結果會是自數。**

$$\Rightarrow b > 0$$
, $a < 0$, $c < 0$

又因為
$$\frac{1}{2} < 1 \Rightarrow (\frac{1}{2})^{31} > (\frac{1}{2})^{33} \Rightarrow (-\frac{1}{2})^{31} < (-\frac{1}{2})^{33} \Rightarrow b > c > a$$

以計算機計算:

$$(-\frac{1}{2})^{31}$$
約 -4×10^{-10} 、 $(-\frac{1}{2})^{32}$ 約 2×10^{-10} 、 $(-\frac{1}{2})^{33}$ 約 -1×10^{-10}

以科學記號比較大小 $\Rightarrow b > c > a$



選擇題(每題6分,共36分)

1 若 $A=3^4\times5^3\times7^2$,則下列選項中所表示的數,何者是 A 的因數?

- (A) $3^4 \times 11$ (B) $5^2 \times 7^3$ (C) $3^2 \times 5^3 \times 7$ (D) $3^5 \times 5^4 \times 7^3$

答: (C) 。

可以用是否整除來判斷

- (A) $\frac{3^4 \times 5^3 \times 7^2}{3^4 \times 11} = \frac{5^3 \times 7^2}{11}$; (B) $\frac{3^4 \times 5^3 \times 7^2}{5^2 \times 7^3} = \frac{3^4 \times 5}{7}$;
- (C) $\frac{3^4 \times 5^3 \times 7^2}{3^2 \times 5^3 \times 7} = \frac{3^2 \times 7}{1}$; (D) $\frac{3^4 \times 5^3 \times 7^2}{3^5 \times 5^4 \times 7^3} = \frac{1}{3 \times 5 \times 7}$
- 2 若 $A=3^4\times5^3\times7^2$,則下列選項中所表示的數,何者是 A 的倍數?

- (A) $5^3 \times 7^3$ (B) $3^2 \times 5^3 \times 7^2 \times 11$ (C) $3 \times 5^2 \times 7$ (D) $3^5 \times 5^4 \times 7^3$

答: (D) 。

可以用是否整除來判斷

- (A) $\frac{5^3 \times 7^3}{3^4 \times 5^3 \times 7^2} = \frac{7}{3^4}$; (B) $\frac{3^2 \times 5^3 \times 7^2 \times 11}{3^4 \times 5^3 \times 7^2} = \frac{11}{3^2}$;
- (C) $\frac{3 \times 5^2 \times 7}{3^4 \times 5^3 \times 7^2} = \frac{1}{3^3 \times 5 \times 7}$; (D) $\frac{3^5 \times 5^4 \times 7^3}{3^4 \times 5^3 \times 7^2} = \frac{3 \times 5 \times 7}{1}$
- 3 下列哪一選項中的兩數互質?

(A) 14×35 (B) 16×21 (C) 22×33 (D) 42×51

答: (B) 。

(A) (14, 35) = 7; (B) (16, 21) = 1; (C) (22, 33) = 11; (D) (42, 51) = 3

- 4 下列何者可表示成兩個質數的乘積?
- (A) 39 (B) 40 (C) 41
- (D) 42

答: (A) 。

- (A) $39 = 3 \times 13$ (3 和 13 都是質數); (B) $40 = 2^3 \times 5$;
- (C) 41 是質數; (D) $42 = 2 \times 3 \times 7$, 故選(A)。
- 5 算式 2⁴×5⁴ 之值為何?

- (A) 40 (B) 160 (C) 10000 (D) 100000000

答: (C) 。

- **6** 已知 $a = (\frac{3}{16} \frac{2}{15}) \frac{1}{14}$, $b = \frac{3}{16} (\frac{2}{15} \frac{1}{14})$, $c = \frac{3}{16} \frac{2}{15} \frac{1}{14}$,判 斷下列敘述何者下確?
 - (A) a = c, b = c (B) a = c, $b \neq c$
 - (C) $a \neq c$, b = c (D) $a \neq c$, $b \neq c$

答: (B) 。

$$a = \frac{3}{16} - \frac{2}{15} - \frac{1}{14}$$
, $b = \frac{3}{16} - \frac{2}{15} + \frac{1}{14}$, $c = \frac{3}{16} - \frac{2}{15} - \frac{1}{14}$

 $\Rightarrow a = c$, $b \neq c$, $\Re(B)$ ∘

- **一 埴 充 題**(每題 4 分,共 40 分)
- ↑ 若五位數 7491□是 2 的倍數,也是 3 的倍數,則 □ 可填入的數字為 0 或 6 。 因為 7491 □ 是 2 的倍數,所以 $\Box = 0 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \circ$ 因為 7491 □ 是 3 的倍數,所以 7+4+9+1+ □ = 21+ □ 是 3 的倍數。 故□=0、6。
- 2 將 2040 寫成標準分解式可得 2³×3×5×17 。

5

9 10 15

9 2

3 小亮想用 36 塊邊長為 1 的正方形紙板,緊密地拼成面積為 36 的長方形,則此長方形的周長最小為 24 。

因為 $36=1\times36=2\times18=3\times12=4\times9=6\times6$

所以周長為 2(1+36)=74 或 2(2+18)=40 或 2(3+12)=30 或 2(4+9)=26 或 2(6+6)=24。

故周長最小為24。

 4 右圖是小娟利用短除法求最大公因數與最小公倍數的過程。
 3 54 60 90

 根據此過程,可求得:
 2 18 20 30

(1)
$$(54,60,90) = 6$$

$$(2) (54, 60, 90) = 540$$
 °

5 若一個三位數同時可以被 4、6、15 這三個數整除,則這個三位數最大是 960。 [4,6,15]=2×3×2×1×5=60, 2 4 6 15 60 的倍數都可以同時被 4、6、15 整除, 3 2 3 15 但是 60 不是三位數, 2 1 5

所以最大的三位數是 60×16=960。

6 <u>南宜童軍團</u>有 30 個男童軍與 42 個女童軍。營火烤肉分組時,已知每組男童軍 數量相同,女童軍數量也相同,則營火烤肉最多能分成 <u>6</u> 組。

 $(30,42)=2\times 3=6$

8
$$\frac{2}{3} \times (\frac{1}{2} + 1) - \frac{3}{2} \div (1 - \frac{1}{2}) = \underline{-2}$$
。

原式 = $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \div \frac{1}{2} = 1 - \frac{3}{2} \times \frac{2}{1} = 1 - 3 = -2$

9
$$(-\frac{7}{9})^5 \times (-\frac{9}{7})^6 = \frac{9}{7}$$
。

原式= $(-\frac{7}{9})^5 \times (-\frac{9}{7})^5 \times (-\frac{9}{7})^5 \times (-\frac{9}{7}) = -\frac{9}{7}$

三 計算題(每題8分,共24分)

1 將 $\frac{1}{15}$ 與 $\frac{1}{18}$ 兩個分數分別乘上一個正整數 N 之後,結果都為正整數,則 N 的最小值為何?

因為N與 $\frac{1}{15}$ 、 $\frac{1}{18}$ 的乘積都是整數,

所以N為15、18的最小公倍數的倍數,

又 [15,18] = 90,故N的最小值為90。

- 2 水果宅配公司送貨車的貨櫃內部長為540公分,寬為240公分,高為180公分。 今水果店老闆預備將水果禮盒做成正方體紙箱,且為了降低成本,希望將貨櫃 內部盡量裝滿紙箱,且不留任何空隙,則:
 - (1) 可使用的正方體紙箱,其邊長最大為幾公分?
 540=2²×3³×5,240=2⁴×3×5,180=2²×3²×5,
 (540,240,180)=2²×3×5=60,
 故最大邊長(即最大公因數)為60公分。
 - (2) 承(1),此時需要多少個紙箱才能填滿整個貨櫃? $(540 \div 60) \times (240 \div 60) \times (180 \div 60) = 9 \times 4 \times 3 = 108 ,$ 故需要 108 個紙箱。
- 3 古老的<u>伊斯蘭</u>數學書有提到一個當時遺產分配的案例:當一位婦女過世時,留下丈夫、一個兒子和三個女兒,丈夫可以取得全部財產的 $\frac{1}{4}$,兒子可以取得丈夫分完後剩下財產的 $\frac{2}{5}$,三個女兒則均分最後剩下的財產。請計算丈夫、兒子及其中一位女兒誰分得最多?

丈夫取得 $\frac{1}{4}$,

兒子取得
$$(1-\frac{1}{4}) \times \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$$
,

一位女兒取得
$$(1-\frac{1}{4}-\frac{3}{10})\times\frac{1}{3}=\frac{9}{20}\times\frac{1}{3}=\frac{3}{20}$$
,

其中丈夫分得 $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$,兒子分得 $\frac{3}{10} = \frac{6}{20}$,女兒分得 $\frac{3}{20}$,

所以兒子分得最多。



1 甲、乙、丙三家新聞臺每天 19:00 同時開始播報新聞,其中:

甲臺每播報 12 分鐘新聞後就接著播廣告 3 分鐘;

乙臺每播報8分鐘新聞後就接著播廣告2分鐘;

丙臺每播報 14 分鐘新聞後就接著播廣告 4 分鐘。

- (1) 在 19:52 時, 丙臺進行的內容是新聞還是廣告?
- (2) 三家新聞臺在 $23:00\sim24:00$ 的哪一個時間廣告同時結束?

KEY

計算各臺新聞加上廣告所播出的時間。

- m (1) 14+4=18, $52 \div 18=2...16$, 此時 18>16>14, 故丙臺播廣告。
 - (2) 12+3=15, 8+2=10, 14+4=18, 因為 [15,10,18]=90,

所以90分後又會同時播放新聞,且90分=1時30分,

又19時00分+1時30分=20時30分,

20 時 30 分 + 1 時 30 分 = 22 時 00 分 ,

22 時 00 分 + 1 時 30 分 = 23 時 30 分。

故三家新聞臺在23時30分(23:30)廣告同時結束。

- 2 將甲、乙、丙三個正分數化為最簡分數後,其分子分別為6、15、10,其分母 的最小公倍數為 540。

 - (1) 請寫出 540 的所有質因數。 (2) 判斷甲、乙、丙三數的大小關係為何?

KEY

將 540 先作質因數分解。

- 解 (1) $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$,質因數為 $2 \times 3 \times 5$ 。
 - (2) 設甲 = $\frac{6}{a}$, $Z = \frac{15}{b}$, 丙 = $\frac{10}{c}$, 且 $[a, b, c] = 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 。

因為甲、乙、丙為最簡分數,所以a=5, $b=2^2$, $c=3^3$ 。

因此甲 $=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$, $Z=\frac{15}{4}=3\frac{3}{4}$,丙 $=\frac{10}{27}$,故Z>甲>丙。