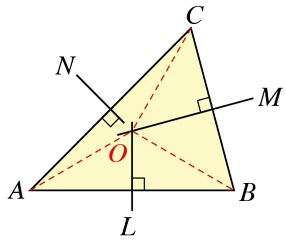
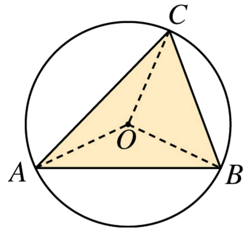
Ch 3.2 外心、內心與重心

重點 1：三角形的外心

1.定義：①三角形三邊中垂線的交點，稱為外心

②也是三角形外接圓的圓心，簡稱為外心





2.性質：

(1)三角形的三條中垂線會交於一點，此點為外心 O

(2)外心 O 到三角形的三頂點等距離

⇒如右圖，若 O 點為△ABC 的外心，則$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

3.三角形外心位置：

(1)銳角三角形的外心在三角形內部

(2)鈍角三角形的外心在三角形外部

(3)直角三角形的外心在斜邊中點上

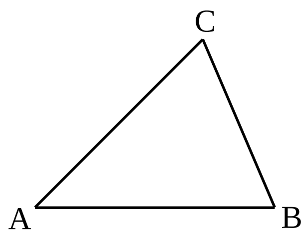
註：直角三角形斜邊中點到三頂點等距離，斜邊為外接圓的直徑

例 1.1：試在右圖之△ABC 中，

(1)分別作$\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$之中垂線 L、M、N

(2)說明中垂線 L、M、N 會交於一點 O

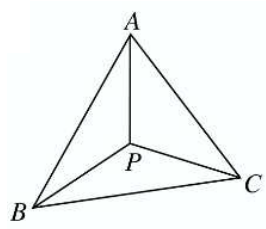
(3)說明$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$，並以 O 為圓心，$\overline{OA}$為半徑作一圓



Ex1.1：如右圖，△ABC 是由三個等腰三角形所拼成的，其三個頂點的會合處

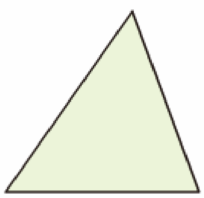
為 P 點，則 P 點必為△ABC 的哪一種心？

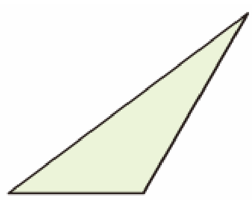
(A)重心 (B)內心 (C)外心 (D)以上皆非

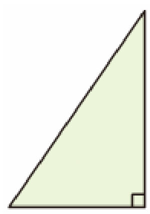


例 1.2：試在下列各三角形中，求其外心，並繪其外接圓：

(1)銳角三角形 (2)鈍角三角形 (3)直角三角形





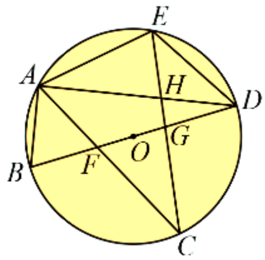


Ex1.2：下列有關外心的敘述，何者錯誤？

(A)三角形的外心必在三角形的內部　　(B)三角形的外心是三條中垂線交點

(C)外心到三角形的三頂點等距　　(D)每個三角形都有外心

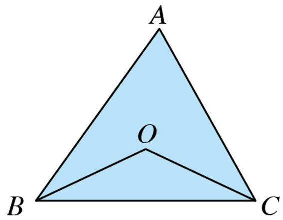
Ex：如右圖，圓 O 中有多個三角形，則 O 點為哪些三角形的外心？



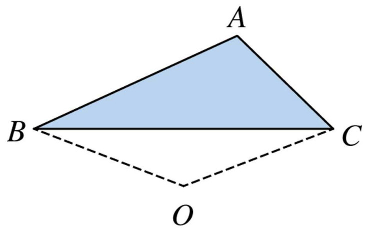
重點 2：三角形外心的應用

設圓 O 為△ABC 的外接圓，O 為外心，則：

(1)若∠A 為銳角，則∠BOC＝2∠A

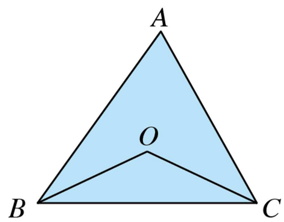


(2)若∠A 為鈍角，則∠BOC＝360°－2∠A



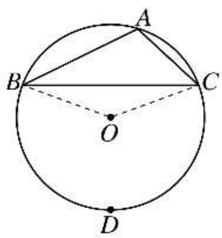
性質 1：如右圖，在銳角△ABC 中，O 為外心，試證∠BOC＝2∠A

證明：

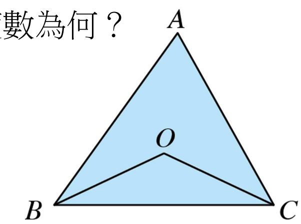


性質 2：如右圖，在鈍角△ABC 中，圓 O 為△ABC 的外接圓，試證∠BOC＝360°－2∠A

證明：



例 2.1：如右圖，在銳角△ABC 中，O 為外心，若∠BAC＝65°，則∠BOC 的度數為何？

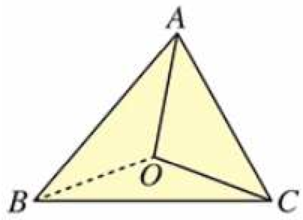


Ex2.1：如右圖，在銳角△ABC 中，O 為外心，若∠AOC＝100°，則：

(1)∠BAC 的度數為_____

(2)若∠ABO＝30°，則∠AOB 的度數為_____

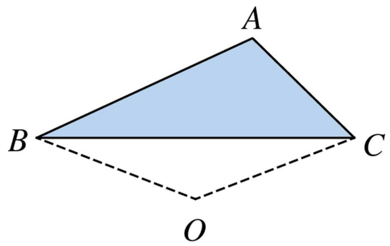
(3)承(2)，∠ACB 的度數為_____



Ex：若△ABC 為銳角三角形，O 點為△ABC 的外心，∠A＝70°，則∠BOC 的度數為何？

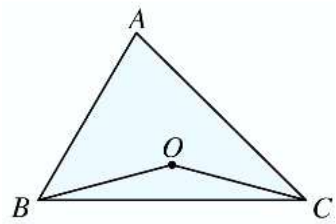
例 2.2：如右圖，在鈍角△ABC 中，O 為外心，若∠BAC＝110°，

則∠BOC 的度數為何？



Ex2.2：若△ABC 為鈍角三角形，O 點為△ABC 的外心，∠BAC＝150°，

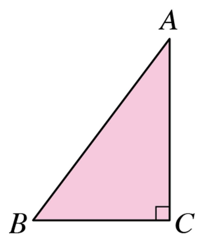
則∠A＝______？



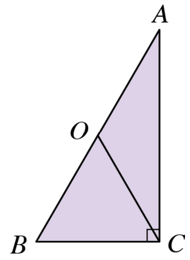
Ex：在△ABC 中，O 點為外心，若∠BOC＝140°，則∠BOC 的度數為何？(外部或內部)

例 2.3：如右圖，直角△ABC 中，∠C＝90°，若 $\overline{AC}$ ＝8， $\overline{BC}$ ＝6

則其外接圓半徑為多少？



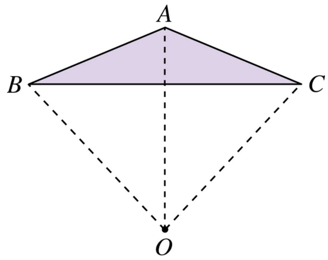
Ex2.3：如右圖，直角△ABC 中，∠C＝90°，O 點為外心，若 $\overline{OC}=\overline{BC}=6$
則△ABC 的面積為多少？



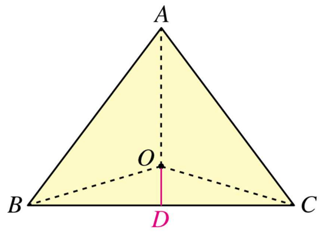
例 2.4：已知△ABC 為直角三角形，且∠B＝90°，$\overline{OB}=3$，$\overline{BC}=4$
若 O 點為△ABC 的外心，則 $\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC}=$？

Ex2.4：在△ABC 中，∠A＝90°，若 O 為外心，$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC}=15$，且 $\overline{AB}=8$，
則△ABC 的面積為多少？？

例 2.5：如右圖，O 為鈍角△ABC 的外心，若 $\overline{AB}=\overline{AC}=13$
$\overline{BC}=24$，則其外接圓半徑為多少？



Ex2.5：如右圖，O 為等腰△ABC 的外心，若 $\overline{AB}=\overline{AC}=5$
$\overline{BC}=6$，則其外接圓半徑為多少？



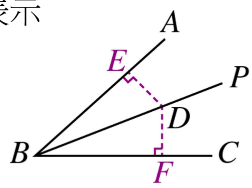
Ex：若△ABC 為一個等腰三角形，其中 $\overline{AB}=\overline{AC}=10$，的外心，$\overline{BC}=12$，則△ABC 其外接圓半徑
為多少？

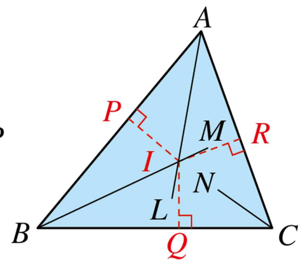
Ex：有一個等腰三角形，其外心到三頂點的距離和為 12，則此三角形的外接圓面積為多少？

重點 3：三角形的內心

1.定義：①三角形三內角平分線的交點，稱為內心，以 I 表示

②也是三角形內切圓的圓心，簡稱為內心





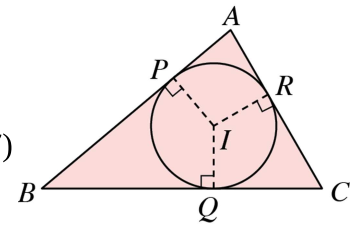
2.性質：

(1)三內角平分線會交於一點，此點稱為內心 I

(2)內心到三角形的三邊等距離，$\overline{IP}=\overline{IQ}=\overline{IR}$

註：(1)三角形面積＝$\dfrac{1}{2}$×(周長)×(內切圓半徑)　(參閱重點 6)

(2)直角三角形中，內切圓半徑＝$\dfrac{\text{兩股長和}-\text{斜邊長}}{2}$ (參閱重點 7)

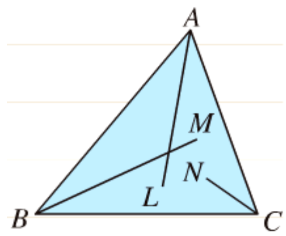


3.內心必在三角形的內部(因內心為三角形內切圓的圓心)

例 3.1：如右圖，△ABC 中，L、M、N 分別為三內角的角平分線

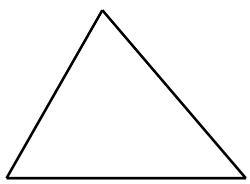
求證：(1)L、M、N 交於一點

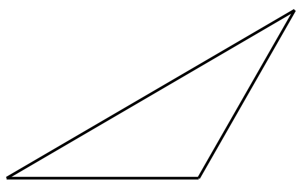
(2)L、M、N 的交點到△ABC 三邊的距離相等

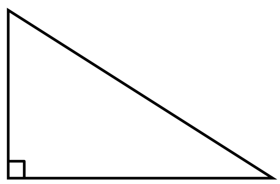


Ex3.1：試在下列各三角形做出其內心，並說明內心的位置

(1)銳角三角形　　(2)鈍角三角形　　(3)直角三角形







Ex：下列敘述正確的打「O」，錯誤的打「×」

___(1)三角形的內心為三條內角角平分線的交點

___(2)三角形的內心必在三角形的內部

___(3)直角三角形的內心在斜邊的中點

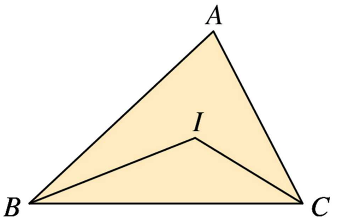
___(4)內心到三角形的三邊等距

___(5)若以內心為圓心，內心到三邊的距離為半徑，則可畫出一個內切圓

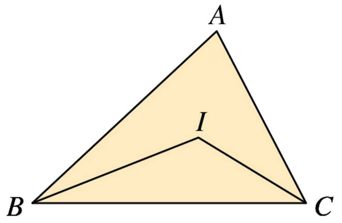
___(6)三角形的內切圓與外接圓是同心圓

重點 4：三角形內心的角度性質

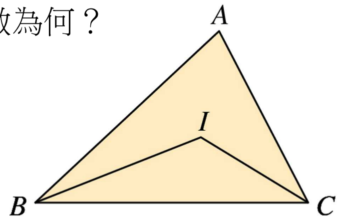
若 I 為△ABC 的內心，如右圖，則$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$



性質 1：若 I 為△ABC 的內心，則$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$，如右圖



例 4.1：如右圖，在△ABC 中，I 點為內心，若$\angle A = 80^\circ$，則$\angle BIC$ 的度數為何？



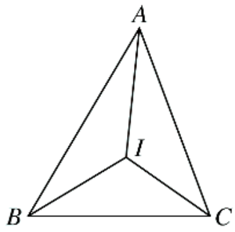
Ex4.1：(1)在△ABC 中，I 點為內心，若$\angle A = 100^\circ$，則$\angle BIC$ 的度數為何？

(2)在△ABC 中，I 點為內心，若$\angle BIC = 150^\circ$，則$\angle BAC$ 的度數為何？

Ex：設 I 點為△ABC 的內心，已知$\angle BIC = 120^\circ$，則$\angle BAC$ 的度數為何？

Ex：如右圖，已知 I 點為△ABC 的內心，∠CAI＝25°，則：

(1)∠ABC＋∠ACB＝？　　(2)∠BIC＝？

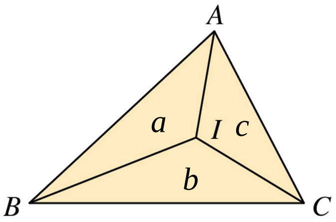


重點 5：三角形內心性質的應用

性質：若點 I 為△ABC 的內心，如右圖，

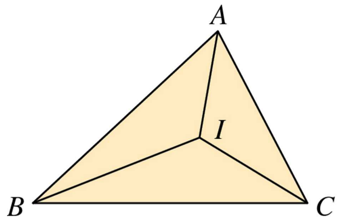
設△AIB、△BIC、△CIA 的面積分別為 a、b、c

則 $a：b：c=\overline{AB}：\overline{BC}：\overline{CA}$

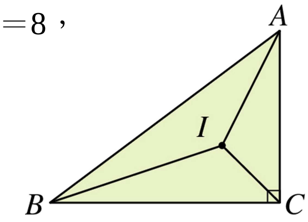


例 5.1：已知：點 I 為△ABC 的內心，如右圖，設△AIB、△BIC、△CIA 的面積分別為 a、b、c

求證：$a：b：c=\overline{AB}：\overline{BC}：\overline{CA}$



Ex5.1：如右圖，若 I 點為直角△ABC 的內心，且∠C＝90°，$\overline{AB}=10$，$\overline{BC}=8$，則△ABI 的面積為多少？



Ex：在△ABC 中，∠C＝90°，$\overline{AC}=3$，$\overline{BC}=4$，I 點為△ABC 的內心，則：

(1)△AIC：△BIC：△AIB 的面積＝？

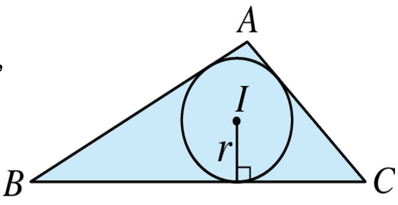
(2)△AIC 的面積＝？

Ex：在△ABC 中，I 點為內心，且∠A：∠B：∠C ＝1：2：3，則△AIB：△BIC：△CIA 的面積＝？

重點 6：三角形的面積

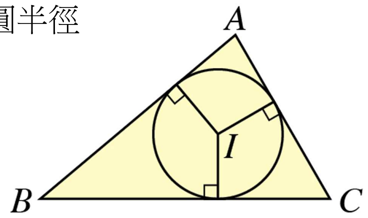
如右圖，△ABC 中，點 I 為其內心，s 為其周長，r 為其內切圓半徑，

則△ABC 的面積＝$\frac{1}{2}$×(周長)×(內切圓半徑)＝$\frac{1}{2}\times s\times r$



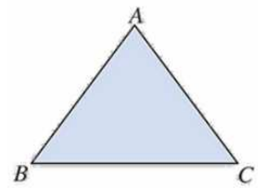
例 6.1：已知：如右圖，I 點為△ABC 的內心，s 為其周長，r 為其內切圓半徑

求證：△ABC 的面積＝$\frac{1}{2}\times s\times r$



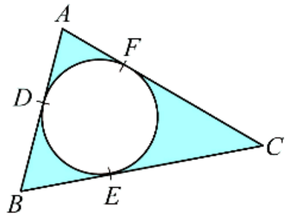
證明：

Ex6.1：如右圖，△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=10$，$\overline{BC}=12$，則△ABC 的內切圓半徑為多少？



Ex：已知△ABC 的面積為 192 平方公尺，若其內切圓半徑為 6 公尺，則△ABC 的周長＝？

Ex：如右圖，△ABC 與其內切圓相切於 D，E，F 點，若 $\overline{CF}=10$，$\overline{AB}=12$，
則△ABC 的周長為多少？



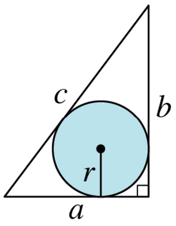
重點 7：直角三角形的內切圓半徑

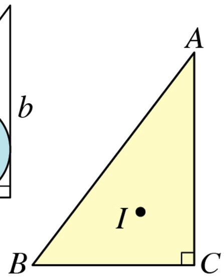
如右圖，直角△ABC 中，∠A＝90°，點 I 為其內心，r 為其內切圓半徑

則 $r=\dfrac{兩股長和-斜邊長}{2}=\dfrac{\overline{BC}+\overline{AC}-\overline{AB}}{2}$

註：如右圖，設兩股長為 a，b，斜邊長為 c，則內切圓半徑＝$\dfrac{a+b-c}{2}$

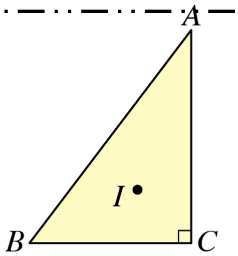
設 r 為其內切圓半徑，則 $a+b=c+2r$



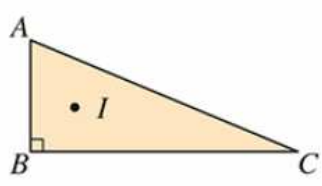


例 7.1：已知：如右圖，直角△ABC 中，∠A＝90°，點 I 為其內心

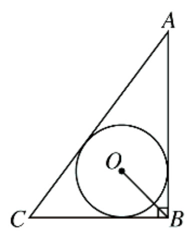
求證：直角△ABC 的內切圓半徑＝$\dfrac{\overline{BC}+\overline{AC}-\overline{AB}}{2}$



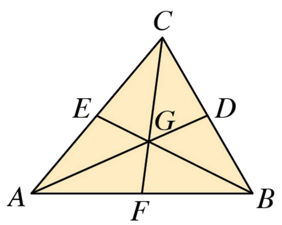
Ex7.1：如右圖，直角△ABC 中，∠B＝90°，若 $\overline{AB}=10$，$\overline{AC}=26$，
則內切圓半徑為多少？



Ex：如右圖，直角△ABC 中，∠B＝90°，若 $\overline{AB}=8$，$\overline{BC}=6$
O 點為△ABC 的內切圓圓心，則：
(1)內切圓半徑＝？ (2) $\overline{OB}$



重點 8：三角形的重心



1.定義：①三角形三中線的交點，稱為重心，以 G 表示

②在均勻物體上，其質量集中處，稱為重心

註：對於一個線對稱圖形，因為對稱軸兩邊圖形的大小一樣，所以它的重心會落在對稱軸上

(1)材質均勻分布的圓形木板，重心就在圓心上

(2)材質均勻分布的菱形木板，重心就在對角線的交點

2.重心性質：

(1)三角形的三中線會交於一點，此點稱為重心。重心一定在三角形的內部

(2)重心到一頂點的距離等於過該頂點之中線長的 $\frac{2}{3}$

即 $\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}$，$\overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BE}$，$\overline{CG}=\frac{2}{3}\overline{CF}$，或 $\frac{\overline{AG}}{\overline{GD}}=\frac{\overline{BG}}{\overline{GE}}=\frac{\overline{CG}}{\overline{GF}}=\frac{2}{1}$

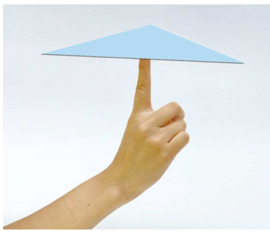
(3)三角形的重心與三頂點的連線段將此三角形的面積三等分

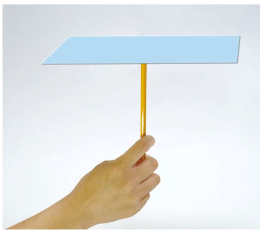
即△ABG 面積＝△ACG 面積＝△BCG 面積

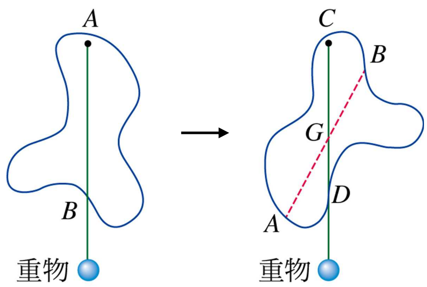
(4)三角形的三中線將此三角形的面積六等分

即△AGE 面積＝△CGE 面積＝△CDG 面積＝△BDG 面積＝△BFG 面積＝△AFG 面積

3.物體重心的位置：



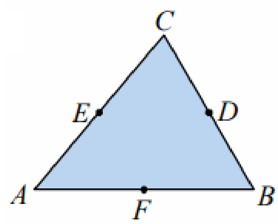




性質 1：已知：如右圖，在△ABC 中，D、E、F 分別為 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$ 三邊的中點

求證：(1) $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 相交於一點 G

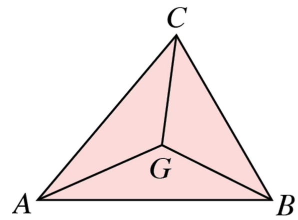
(2) $\overline{AG}=2\overline{GD}$ 、 $\overline{BG}=2\overline{GE}$ 、 $\overline{CG}=2\overline{GF}$



證明：

性質 2：已知：如右圖，G 點為△ABC 的重心

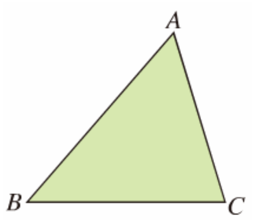
求證：△ABG 面積＝△BCG 面積＝△ACG 面積。

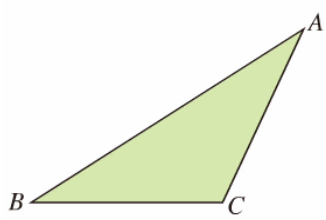


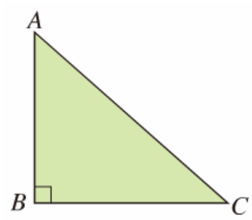
證明：

例 8.1：試在下列各三角形中，求作其重心：

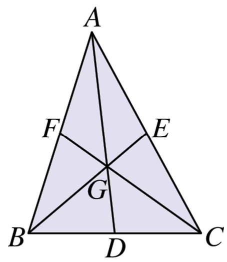
(1)銳角三角形　　(2)鈍角三角形　　(3)直角三角形







Ex8.1：如右圖，△ABC 的三中線 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 相交於 G 點，若 $\overline{AD}=18$ 、 $\overline{BE}=12$、 $\overline{CF}=15$，則 $\overline{AG}+\overline{BG}+\overline{CG}$ 為何？

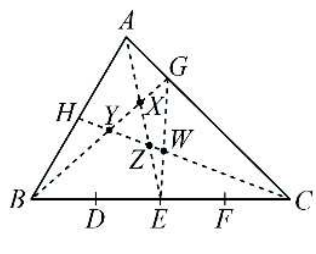


解：

Ex：設△ABC 的三中線 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 相交於 G 點，且 $\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=36$，則 $\overline{GD}+\overline{GE}+\overline{GF}=$？

Ex：如右圖，在△ABC 中，已知 D，E，F 將 $\overline{BC}$ 分成四等分，且 $\overline{AG}$ ： $\overline{AC}=1：3$，H 為 $\overline{AB}$ 的中點，則下列哪一點是△ABC 的重心？

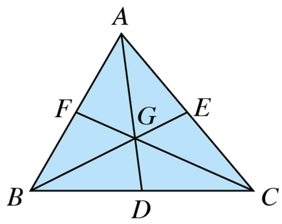
(A) X　　(B) Y　　(C) Z　　(D) W



例 8.2：已知：如右圖，G 為△ABC 的重心

求證：△GBD 面積＝$\frac{1}{6}$△ABC 面積

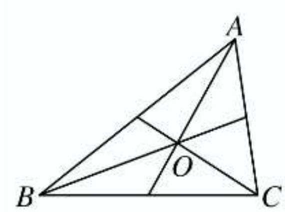
證明：



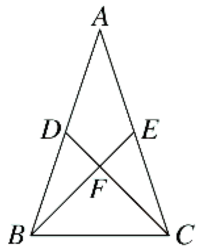
Ex8.2：如右圖，$\overline{AB}$＝8，$\overline{BC}$＝7，$\overline{AC}$＝5，若 O 點為△ABC 的重心，則△ABO 面積：△BCO 面積：△CAO 面積＝？

(A)8：7：5　　(B)$\frac{1}{8}$：$\frac{1}{7}$：$\frac{1}{5}$

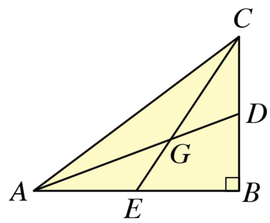
(C)64：49：25　　(D)1：1：1



Ex：如右圖，△ABC 中，$\overline{AB}$＝$\overline{AC}$，$\overline{AD}$＝$\overline{DB}$，$\overline{AE}$＝$\overline{EC}$，$\overline{BC}$＝4，∠DFE＝90°，則△ABC 的面積為何？

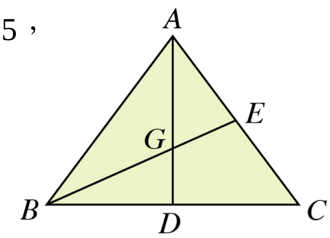


例 8.3：如右圖，△ABC 中，∠B＝90°，G 點為中線$\overline{AD}$、$\overline{CE}$之交點，若$\overline{AB}$＝8、$\overline{AC}$＝10，則△ACG 面積為多少？



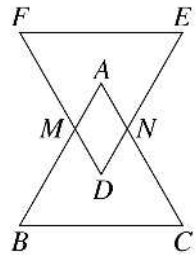
Ex8.3：如右圖，△ABC 中，G 點為中線$\overline{AD}$、$\overline{BE}$之交點，若$\overline{AB}$＝$\overline{AC}$＝5，$\overline{BC}$＝6，則△AGE 面積為多少？

解：



Ex：如右圖，D、A 兩點分別是兩正三角形 ABC、DEF 的重心，其中 $\overline{AB}$ 與 $\overline{DF}$ 相交於 M 點，$\overline{AC}$ 與 $\overline{DE}$ 相交於 N 點。若△ABC 與△DEF 的面積均為 18，則四邊形 AMDN 的面積為何？(98-2)

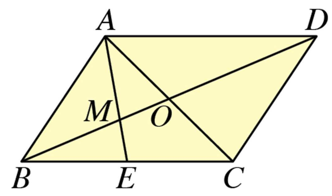
(A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) 6



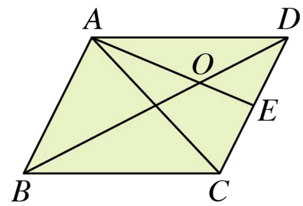
例 8.4：如右圖，四邊形 ABCD 為平行四邊形，$\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 為平行四邊形的對角線，交點為 O，E 為 $\overline{BC}$ 的中點，$\overline{AE}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於 M，且 $\overline{OM}$ ＝5，則：

(1) $\overline{BD}$ 為多少？

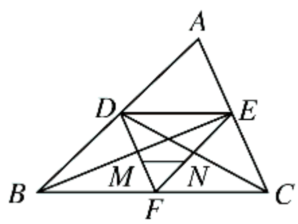
(2)△AMO 的面積為平行四邊形 ABCD 面積的幾分之幾？



Ex8.4：如右圖，四邊形 ABCD 為平行四邊形，$\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 為平行四邊形的對角線，E 為 $\overline{CD}$ 的中點，$\overline{AE}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於 O 點。若△ODE 的面積為 3 平方公分，則平行四邊形 ABCD 的面積為何？



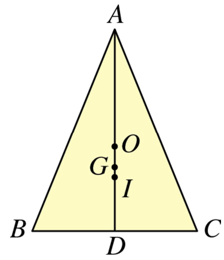
Ex：如右圖，若△ABC 中，D、E、F 三點分別為 $\overline{AB}$ 、$\overline{AC}$ 、$\overline{BC}$ 的中點，且 M、N 兩點分別為△DBC、△EBC 的重心，若 $\overline{BC}$ ＝6，則 $\overline{MN}$ ＝？



重點 9：特殊三角形的三心關係

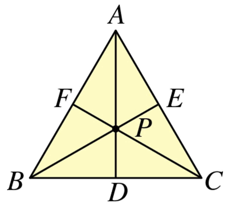
1.等腰三角形：

如右圖，等腰△ABC 頂角平分線 $\overline{AD}$ 不僅是**角平分線**，也是對邊 $\overline{BC}$ 上的**中線**以及**中垂線**，所以等腰三角形的外心、內心與重心都會落在 $\overline{AD}$ 上，即等腰三角形的外心、內心與重心三心共線。



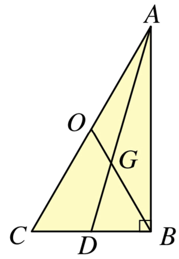
2.正三角形：

如右圖，正△ABC 中，各邊的中垂線 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 同時也是各邊的中線及各角的角平分線，因此正三角形的外心、內心與重心為同一點 P，即正三角形的外心、內心與重心三心共點

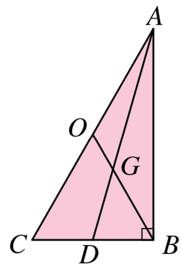


3.直角三角形：

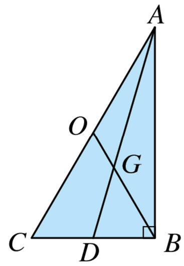
如右圖，直角△ABC 中，∠B＝90°，O、D 分別為 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 之中點，$\overline{AD}$ 、相交於 G 點，所以 O 點為△ABC 的外心，G 點為△ABC 的重心，也就是直角三角形的外心和重心同時在中線 $\overline{BO}$ 上，即直角三角形的外心和重心共線。



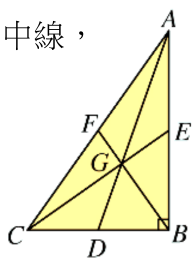
例 9.1：如右圖，O、G 兩點分別為直角△ABC 的外心及重心。若 $\overline{AC}$ ＝24，則 $\overline{OG}$ 長度為多少？



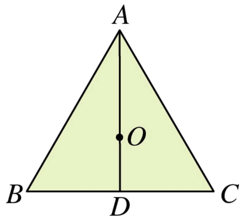
Ex9.1：如右圖，O、G 兩點分別為直角△ABC 的外心及重心。若 $\overline{OG}$ ＝5，則△ABC 的外接圓面積為多少？



Ex：若△ABC 為直角三角形，∠ABC＝90°，$\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 分別為△ABC 各邊的中線，其交點為 G，若 $\overline{BG}$ ＝6，則△ABC 的外接圓面積為何？



Ex：如右圖，O 為正△ABC 的外心，且 $\overline{OD}=4$，則△ABC 面積為多少？



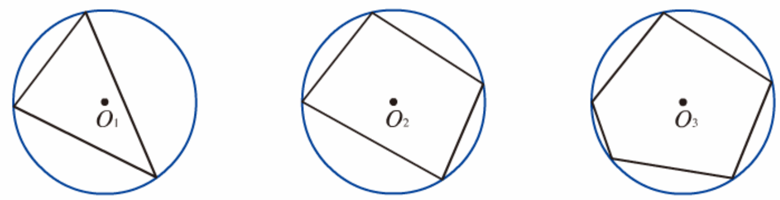
重點 9：多邊形的外心

1.圓內接多邊形：

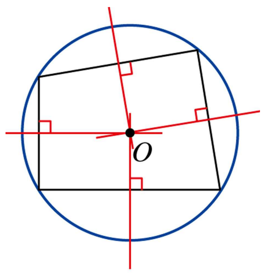
(1)如果一個多邊形的每個頂點都剛好在同一個圓上，則這個圓稱為此多邊形的外接圓

(2)此多邊形稱為圓內接多邊形，圓心稱為此多邊形的外心

註：如下圖，O_1、O_2、O_3 分別為各多邊形的外心



圓內接三角形　　圓內接四邊形　　圓內接五邊形



註：(1)圓內接多邊形的圓心(外心)到各頂點等距離

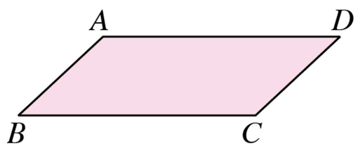
(2)外心會在該多邊形各邊的中垂線上

2.中垂線性質：

若多邊形的各邊中垂線交於一點，此交點稱為外心，如右圖

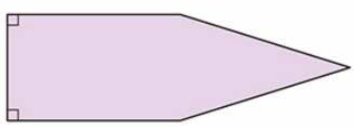
註：多邊形不一定有外心

例 9.1：右圖中的平行四邊形 ABCD 是否有外心？



Ex9.1：判斷下列各多邊形是否有外心？若有外心，請找出外心並畫出外接圓。

解：



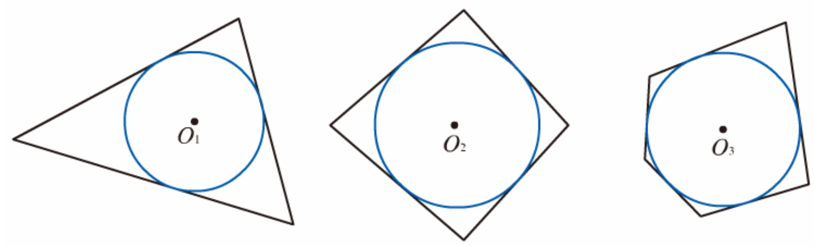
重點 10：多邊形的內心

1.圓外切多邊形：

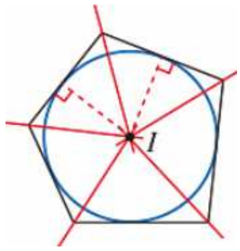
如果一個多邊形的內部有一個圓，此圓與多邊形的每個邊都相切，稱圓為此多邊形的內切圓

圓心稱為此多邊形的內心，此多邊形稱為圓的外切多邊形

註：如下圖，O_1、O_2、O_3 分別為各多邊形的內心



圓外切三角形　圓外切四邊形　圓外切五邊形



註：(1)多邊形的內切圓之圓心(內心)到各邊等距離

(2)內心會在該多邊形各內角的角平分線上，如右圖

即圓外切多邊形的內心 I 是各內角角平分線的交點

2.內角角平分線性質

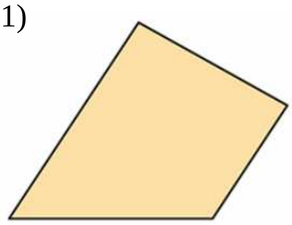
若多邊形的各內角的角平分線交於一點，此點為多邊形的內心

註：多邊形不一定有內心

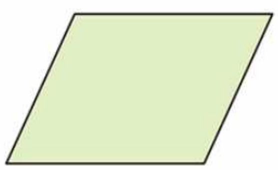
例 10.1：如右圖，長方形 ABCD 是否有內心？

Ex10.1：判斷下列各多邊形是否有內心？若有內心，請找出內心並畫出內切圓

(1)



(2)



Ex：關於多邊形的內心，下列敘述何者正確？

(A)平行四邊形必有內心

(B)五邊形必有內心

(C)若一個多邊形有內切圓，則此多邊形的各角平分線必同時交於一點

(D)若一個多邊形的各角平分線必同時交於一點，則此多邊形必為圓內接多邊形

重點 11：正多邊形的外心與內心

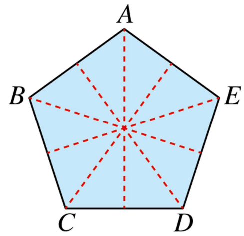
1.正多邊形：如果一個多邊形的所有邊都等長，而且所有內角都相等，則稱為正多邊形

2.正五邊形：

(1)有五條對稱軸，既是各邊的中垂線，也是各內角的角平分線

(2)五條對稱軸會交於一點，此點既是正五邊形的外心，也是內心

即正五邊形有外心和內心，且外心與內心是同一點



3.正六邊形：

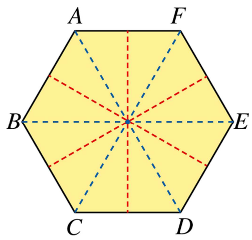
(1)有六條對稱軸，其中：

三條是各邊的中垂線，其交點就是正六邊形的外心

另外三條是各內角的角平分線，其交點就是正六邊形的內心

(2)正六邊形有外心和內心，且外心與內心是同一點

(3)正六邊形可等分成六個正三角形



註：(1)若正多邊形邊數是**奇數**時，其對稱軸是各邊的中垂線，也是各內角的角平分線

(2)若正多邊形邊數是**偶數**時，其對稱軸是各邊的中垂線或各內角的角平分線

補充：尤拉線(Euler Line)

尤拉(Leonhard Euler，1707～1783，瑞士)是一位很優秀的數學家，

在他諸多的論述中，有一個「尤拉線」性質，

內容是：「任意三角形的**外心**、**重心**、**垂心**會在同一條直線上，

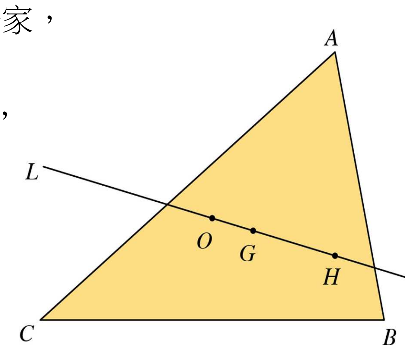
這條直線稱為此三角形的尤拉線。」

其中所謂的垂心，是指三角形三高的交點

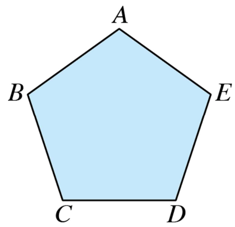
註：如右圖，△ABC 中，O 點為外心、G 點為重心、

H 點為垂心，通過此三心的直線 L 就是**尤拉線**

其中，重心與垂心的距離等於重心與外心的距離的兩倍



性質 1：如右圖，ABCDE 為正五邊形，則：



(1)摺(作)出正五邊形 ABCDE 的五條對稱軸

(2)觀察這些摺痕(對稱軸)是否交於一點？

解：

(3)此交點是否為正五邊形 ABCDE 各邊中垂線的交點？

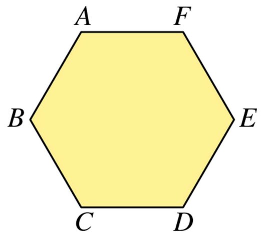
解：

(4)此交點是否為正五邊形 ABCDE 各內角角平分線的交點？

解：

性質 2：如右圖，ABCDEF 為正六邊形，則：

(1)摺(作)出正六邊形 ABCDE 的六條對稱軸



(2)觀察這些摺痕(對稱軸)是否交於一點？

解：

(3)此交點是否為正六邊形 ABCDEF 各邊中垂線的交點？

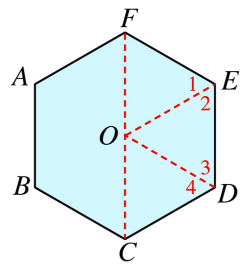
解：

(4)此交點是否為正六邊形 ABCDEF 各內角角平分線的交點？

解：

性質 3：如右圖，已知 O 為正六邊形 ABCDEF 的內心，連接$\overline{OC}$ 、$\overline{OD}$ 、$\overline{OE}$ 、$\overline{OF}$ ，則：

(1)∠1、∠2、∠3、∠4 各是幾度？



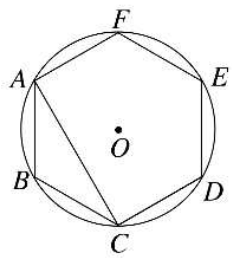
(2)△DOE 是否為正三角形？

解：

(3)△COD、△EOF、△FOA、△AOB、△BOC 也是正三角形嗎？

解：

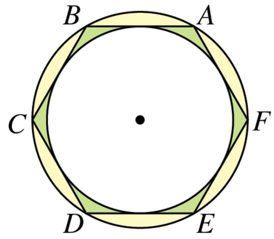
例 11.1：如右圖，圓 O 是正六邊形 ABCDEF 的外接圓，則∠ACD＝？



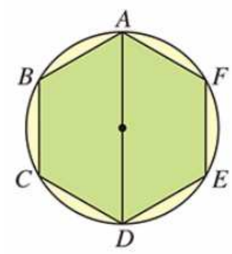
Ex11.1：關於正多邊形的敘述，下列何者正確？

(A)必有內心　(B)必有外心　(C)內心與外心是同一點　(D)以上皆是

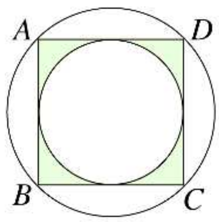
例 11.2：如右圖，設正六邊形 ABCDEF 邊長為 1，求此正六邊形內切圓及外接圓的半徑



Ex11.2：如右圖，已知正六邊形 ABCDEF 外接圓的直徑為 8 公分，求此正六邊形的周長



Ex：如右圖，設一正方形 ABCD 邊長為 2，求此正方形內切圓及外接圓的半徑



Ex：設有一正六邊形 ABCDEF 外接圓面積為 100π，求此正六邊形內切圓面積