

彰化縣立員林國民中學公開授課教學活動設計

(授課者填寫)

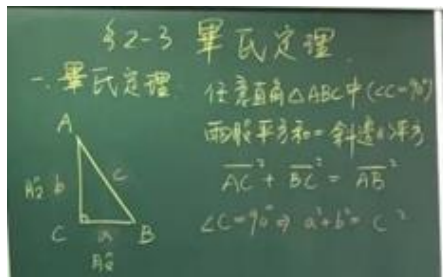
授課教師： 林育如 授課班級： 809 班 授課科目： 數學科

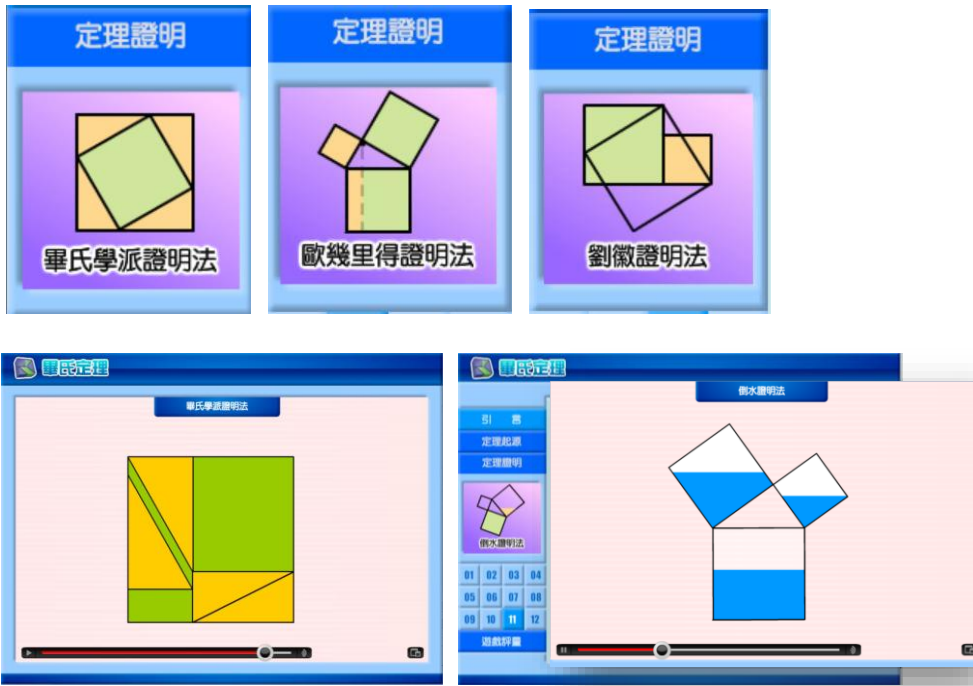
授課單元： 畢氏定理 授課日期： 110 年 11 月 2 日 第 4 節

教材來源： 康軒版 B3 課本與 2-3【數位教具】畢氏定理.exe、畢氏定理相關證明與數學史、

賴以威教授所朗讀湖南蟲的數學詩〈或許一致希帕索斯〉 <https://youtu.be/wWv-yFc-Euo>

學習目標	認識畢氏定理與其證明方式 能使用畢氏定理推算直角三角形的第三邊長		
學生先備經驗 或教材分析	先備單元：Ch1 乘法公式與多項式的運算 2-1 根號的意義。2-2 根式運算。		
教學活動		時間	評量方法
一、課前回顧：上一堂課課末已簡介概述畢氏定理的定理內容。 (版書回顧)。 (此段版書先於上課前寫好)		2min	口頭引導、 問答
二、多元動態證明欣賞： 使用數位黑板及康軒版第三冊 2-3【數位教具】畢氏定理.exe (flash 檔)，動態呈現數學史上幾個學派對畢氏定理的證明觀點，並邀請學生上台操作互動。 (畢氏學派證明法、歐幾里得證明法、劉徽證明法、倒水證明法)		15min	口頭引導、 問答





(各 2~5min)

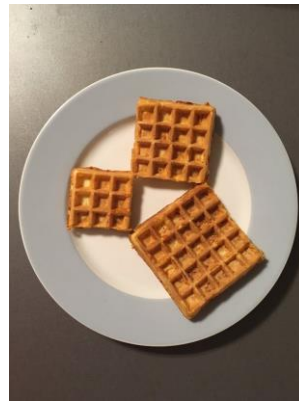
提問、口頭
表達
、操作

三、鬆餅裡的畢氏定理：

欣賞右圖，說說圖中圍成直角三角形的三片鬆餅，格子數中透漏什麼訊息？

連結 1.前面的倒水證明法

連結 2.(康軒課本 P94) 周公與商高的對話中商高以「勾廣三，股修四，徑隅五」來解釋直角三角形中三邊長的關係



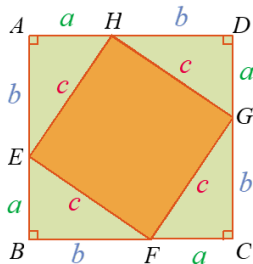
3min

提問、口頭
表達

口頭引導、
問答

四、教師引導解說，圖文證明：畢氏定理之商高版的證明法。

學生回答並筆記整理下來。



商高的作法：

大正方形 = 小正方形 + 4△

$$(a+b)^2 = c^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2}$$

SO?

8min

口頭引導、
問答

五、例題應用(配合課本 P95 例 1)以畢氏定理推算直角三角形的第三邊長。

(一) 教師佈題，邀請學生上台解題

Ex1.求下列各圖中之 x=? (圖略，以下皆為直角三角形)

(1). (3,4,x) (2). (5,12,x) (3). (8,x,17)

歸納：本例中，直角三角形三邊長皆為整數

我們可稱這樣的數組為【畢氏數】。


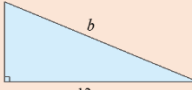

10min

(8min)

(二) 課本例 1. 顯示：直角三角形三邊長未必皆為整數，也可能是無理數。

例 1 利用畢氏定理求直角三角形的第三邊 搭配課本p95

求出下列各直角三角形邊長 a 、 b 、 c 的值。

(1)  (2)  (3) 

解 (1) 由畢氏定理得 $a^2 = 2^2 + 3^2 = 13$, $a = \pm\sqrt{13}$,
又 $a > 0$, 所以 $a = \sqrt{13}$ 。

由此引入下面希帕索斯的故事。

(時間因素，此處隨堂練習留作功課，待下節課檢討)

六、希帕索斯的故事與第一次數學危機

畢氏學派弟子希帕索斯透過畢氏定理發現 $\sqrt{2}$ 的秘密：正方形對角線與正方形邊長之間無法公度量。這與畢氏學派萬物皆數（有理數）的主張與信仰相違背。傳說畢達哥拉斯對他下了封口令，希帕索斯十分掙扎，後為了捍衛真理對外透漏，畢氏學派門徒視其為叛徒，四處追殺他，最後他乘船出海打算逃離希臘，不料...

「洩漏無理數的秘密者們終於悉數覆舟喪命。

因為對不可說的和無定型的必須保密。

凡揭露或過問這種生命的象徵的人必定立遭毀滅，並萬世都被永恆的波濤吞噬。」 --古希臘哲學家 Protagoras

即使希帕索斯為此殉難，多年之後，終究有其它數學家陸續發現其它無理數，徹底擊垮了畢氏學派萬物皆數的信條，此即數學史上的「第一次數學危機」。

- 賴以威教授朗讀的數學詩作〈或許——致希帕索斯〉音檔聆聽。

<https://www.youtube.com/watch?v=wWv-yFc-Euo>

(2min)

(配合課本 P95)
上台發表
&
寫課本隨堂練習

5 分鐘

1min10s

〈或許——致希帕索斯〉湖南蟲

或許是晴天

或許正下雨

或許，也就是尋常一日

我身為整數

曬著一個太陽

淋幾滴雨

被無數的星星

觀察著

或許，還有另一個地方

五種季節

栽培著新的物種

奇花異草

勾引我創造新的語言甚至戰爭

也或許沒有

地球持續公轉自轉

難怪我時常暈眩

或許，世界早被除盡

星球除以赤道

大氣除以風

陽光除以萬物（得出陰影？）

生命除以，無限分割的時間

年月日分秒——

等等，那無法預測的閏秒

是從哪裡冒出來？

還有比時間更棒的禮物嗎？

有比未知更棒的賜予嗎？

或許，還有另一種

可能性

無法說明，難以理解

像一個最誠實的問題

掉在路邊

等待誰去撿起來

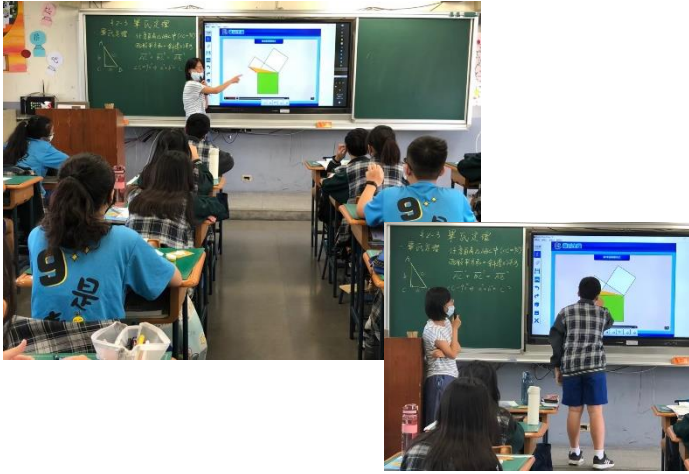
彰化縣立員林國民中學公開授課教學省思紀錄(授課者填寫)

授課教師： 林育如 觀課班級： 809 觀課科目： 數學

授課單元： 2-3 畢氏定理 觀課者： 郭室宜、余國禎 觀課日期： 110 年 11 月 02 日

公開授課同儕學習活動照片

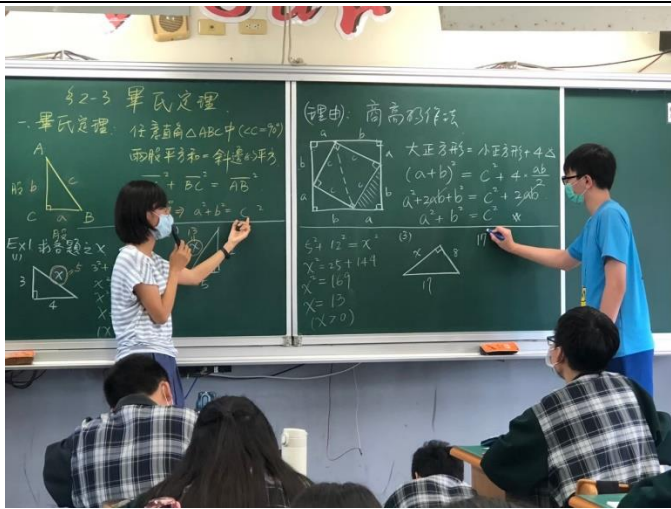
(觀課者協助拍攝)



說明：利用數位教材動態呈現數學史上各學派對畢氏定理的證明觀點，並邀請學生上台操作互動。



說明：利用合適的生活素材圖片，加深學生學習畢氏定理的趣味與直觀性。



說明：(1). 版書解說，文字證明畢氏定理。
(2). 例題應用練習，邀請學生上台答題。



說明：行間巡視，確認同學練習有無困難。

教學省思紀錄

- 畢氏定理的證明是幾何證明學習中十分重要的一章。結合數位軟體的動態操作，不僅提高了教學互動性，也呈現了多種圖解證明的視覺化直觀性。不少學生在觀看動態證明的圖片變化後，眼神閃爍出豁然開朗的光芒或驚歎，且能說出定理成立的原因。不言而喻(不假文字)的證明方式也正好拓展了學生對證明多元性的學習經驗。
- 由於畢氏定理的發現，數學界開始正式認識了根號 2 的存在，以致後來發生了希帕索斯的故事及史上第一次數學危機。這是我近年教學時喜歡放入此處課程的一段數學史，今年並在最後課程結束前撥放了賴以威教授朗讀的數學詩作〈或許—致希帕索斯〉(湖南蟲所作)，希望也從情意面引導學生思考信仰與真理之間的矛盾與衝擊。學生皆十分專注聆聽。後來詢問學生：如果你是當年的

希帕索斯，你會把根號 2 的秘密(非有理數)道出嗎？學生回饋踴躍。自己很喜歡這樣的教室風景，讓數學不單只是解題、計算與證明，也能有人文觀點及情意面向的融入。故希望自己對數學史有更多認識，以利在其它章節的課程中適時融入，發展更好的課程。

3. 本單元有豐富教材資源能融入其中，然而時間有限，應當再行取捨分割，否則課程略顯緊湊，留給學生獨立思考與沉澱、整理的時間有點不足，比較可惜。
4. 本課程仍以教師解說分享為主，雖有學生參與或回答，但少數同學在理解上較慢者未能提問者，老師巡視時間也較難逐一解說，後續盼能再進一步發展出讓小組間分組共同探學習的課程，提高學習成效。

彰化縣立員林國民中學公開授課觀課紀錄表

彰化縣立員林國民中學公開授課觀課紀錄表

(觀課者填寫)

授課教師：林育如 觀課班級：809 觀課科目：數學

授課單元：畢氏定理 觀課者：郭室宜 觀課日期：2021年11月2日

觀察面向	觀察說明	項目	值得推薦	通過	未呈現	觀課建議及回饋	
學生學習工作專注度	在初進教室時快速掃描學生是否專注在工作上	專注於學習內容	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1. 善用生活中的經驗喚起學生的學習動機。	
		主動回應老師提問	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
		主動提問	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
		互相協助、對話與討論	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
		專注於個人或團體的練習	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
課程決定點	觀察教師教學內容，檢核教師授課內容與目標是否符合學生能力指標	教學設計	課程準備	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2. 利用教學軟體讓生硬的數學理論活化起來，提升學習興趣。
			呈現教材內容	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		教學工具	善用教科書	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
			教材教具	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
教學策略	觀察教學的實務，教師所採用的教學方法及如何幫助學生達到學習目標	內容呈現	教學資源	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3. 解說過程，請學生親自操作參與，加深對畢氏定理的印象及理解。 4. 適時提問，學生亦能勇於回答，師生默契佳。
			善用提問	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
			引導思考	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		師生互動	以問題誘發討論	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
			停頓、等待	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		語言表達	給予適當回饋/應	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
			獎勵學生發言/表現	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
教室佈置	教學環境佈置	語言	語調及音量	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		肢體語言	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
班級經營	學習安全或健康議題值得加以留意與強調	妥善佈置教學環境	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
		學生座位安排	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
		友善的學習氛圍	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
		熱烈的學習氣氛	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
反思與心得		掌握教學時間	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
		學生能遵守常規	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		

反思與心得

1. 透過教學軟體說明畢氏定理，讓學生更易理解，建議：可在請同學上台演練時，適時給予輔助說明，效果會更佳。
2. 少數幾位學生，可能較不易理解，建議教學者於課間巡視時可給予適時之指導，提升學習效果。