

三角的和差角公式

教學流程圖

三角的和差角公式

正弦、餘弦的
和角公式與差角公式

1. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
2. $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
3. $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
4. $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

正切的和角公式
與差角公式

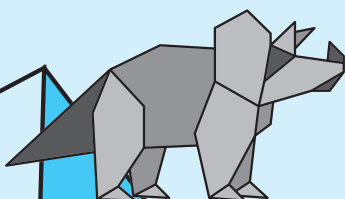
1. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$
2. $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$
3. 兩直線的夾角

倍角公式

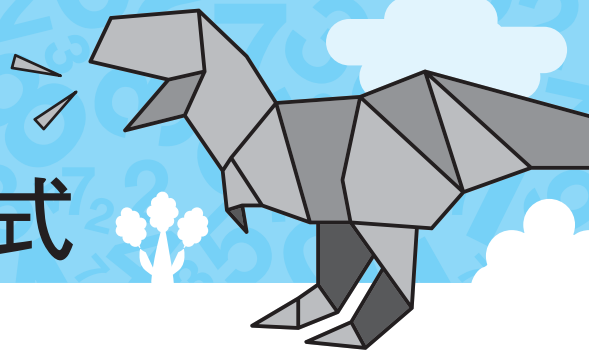
1. 二倍角公式
2. 二倍角公式的應用
3. 三倍角公式

半角公式

1. $\sin \frac{\theta}{2}$
2. $\cos \frac{\theta}{2}$



3 三角的和差角公式



主題一 正弦、餘弦的和角公式與差角公式 配合課本 P.40~P.45

1. 利用極坐標與餘弦定理證明 $\cos(\alpha - \beta)$ 公式：

設 A, B 是單位圓上相異兩點，且有向角分別為 α, β ，

所以 A 點極坐標 $[1, \alpha] \rightarrow$ 化成直角坐標 $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ ，

B 點極坐標 $[1, \beta] \rightarrow$ 化成直角坐標 $(\cos \beta, \sin \beta)$ ，

又 $\angle AOB = \alpha - \beta$ ，

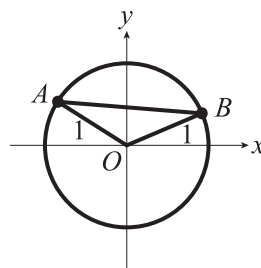
由餘弦定理， $\overline{AB}^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times 1 \times \cos(\alpha - \beta) \dots \dots \textcircled{1}$

且 $\overline{AB}^2 = (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$

$= 2 - 2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) \dots \dots \textcircled{2}$

所以由 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ 得 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \dots$ 餘弦的差角公式。

我們可利用上述公式推導出 $\cos(\alpha + \beta)$ ， $\sin(\alpha + \beta)$ ， $\sin(\alpha - \beta)$ 公式。



2. 餘弦的和角公式：

承 1. $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha - (-\beta)) = \cos \alpha \cos(-\beta) + \sin \alpha \sin(-\beta)$
 $= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ 。

3. 正弦的和角公式：

承 1. $\sin(\alpha + \beta) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)\right) = \cos\left(\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \beta\right)$
 $= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos \beta + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \beta$
 $= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ 。

4. 正弦的差角公式：

承 3. $\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha + (-\beta)) = \sin \alpha \cos(-\beta) + \cos \alpha \sin(-\beta)$
 $= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ 。

題型 1 正弦的和角公式與差角公式

範例 1 【配合課本例 1】

試求下列三角比的值：

(1) $\sin 75^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\sin 15^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

範例 2 【配合課本例 2】

化簡下列各式：

(1) $\sin 20^\circ \cos 130^\circ + \cos 20^\circ \sin 130^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\sin 23^\circ \cos 112^\circ - \sin 292^\circ \sin 67^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

類題 1 試求 $\sin 105^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

類題 2 化簡 $\cos 44^\circ \sin 164^\circ - \sin 224^\circ \cos 344^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

題型 2 餘弦的和角公式與差角公式

範例 3 【配合課本例 3】

試求下列三角比的值：

(1) $\cos 75^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\cos 15^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

範例 4 【配合課本例 3】

化簡下列各式：

(1) $\sin 23^\circ \cos 68^\circ - \sin 67^\circ \sin 112^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\cos(\alpha + 15^\circ) \cos(\alpha - 75^\circ) + \sin(\alpha + 15^\circ) \sin(\alpha - 75^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

類題
1

試求 $\cos 105^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

類題
2

化簡 $\sin 119^\circ \sin 181^\circ - \sin 91^\circ \sin 29^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

題型 3 和角公式與差角公式的應用

範例 5 【配合課本例 4】

設 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ， $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ，且 $\sin \alpha = \frac{13}{14}$ ， $\sin \beta = \frac{11}{14}$ ，則

(1) $\sin(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\alpha + \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

範例 6 【課本內容延伸題】

$\triangle ABC$ 中，已知 $\cos B = \frac{4}{5}$ ， $\cos C = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ， $\overline{BC} = 22$ ，則

(1) $\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

類題
1

已知 $\pi < A < \frac{3\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$, $\sin A = -\frac{3}{5}$, $\sin B = -\frac{12}{13}$, 則

(1) $\sin(A-B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\cos(A+B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

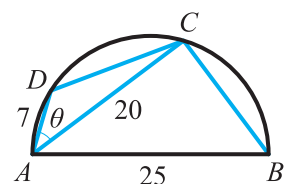
類題
2

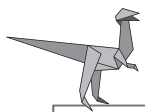
如右圖， \overline{AB} 是半圓的直徑，且 $\overline{AB} = 25$ ，又 $\overline{AC} = 20$ ， $\overline{AD} = 7$ ，則

(1) $\cos \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解





主題二 正切的和角公式與差角公式 配合課本 P.46~P.48

1. 正切的和角公式：

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}$$

同除以 $\cos \alpha \cos \beta$

$$\text{所以 } \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \quad (\alpha, \beta \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}).$$

2. 正切的差角公式：

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \quad (\alpha, \beta \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}).$$

3. 利用正切的差角公式，求直線夾角：

設 L_1 與 x 軸正向夾角為 α ， L_2 與 x 軸正向夾角為 β ($\alpha > \beta$)，

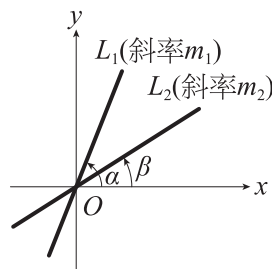
則 L_1 的斜率 $m_1 = \tan \alpha$ ， L_2 的斜率 $m_2 = \tan \beta$ ，

所以 L_1 與 L_2 的夾角為 $\alpha - \beta$ 與 $\pi - (\alpha - \beta)$ ，

$$\text{且 } \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2},$$

$$\tan(\pi - (\alpha - \beta)) = -\tan(\alpha - \beta) = -\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2},$$

故直線 L_1 ， L_2 的斜率分別為 m_1 ， m_2 ，若 L_1 ， L_2 的夾角為 θ ，則 $\tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$ 。



題型 4 正切的和角公式與差角公式

範例 7 【配合課本例 5】

試求 $\tan 105^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

範例 8 【課本內容延伸題】

化簡 $\tan 20^\circ + \tan 100^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \tan 80^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

類題 1 設 $\alpha + \beta = 315^\circ$ ，則 $(1 - \tan \alpha)(1 - \tan \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

類題 2 設 $\tan(\alpha - \beta) = -2$ ，且 $\tan \alpha = 5$ ，則

(1) $\tan \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\tan(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

題型 5 和角公式與差角公式的應用

範例 9 【配合課本例 6】

試求兩直線 $L_1 : x - 2y + 3 = 0$ ， $L_2 : x + 3y - 5 = 0$ 的夾角：_____。

解

範例 10 【課本內容延伸題】

一直線過點 $(1, 3)$ 且與直線 $y = 2x + 6$ 的銳夾角為 45° ，求此直線方程式：_____。

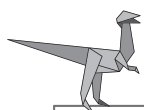
解

類題 1 設 $L_1 : 2x - y - 2 = 0$ 與 $L_2 : ax + 4y + 8 = 0$ 兩直線的銳夾角為 45° ，則 $a =$ _____。

解

類題
2試求通過點(1,2)且與直線 $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ 之銳夾角為 30° 的直線方程式為_____。

解

**主題三 倍角公式**

配合課本 P.49~P.53

1. 二倍角公式：

(1) $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ 。

(2) $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$ 。

(3) $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$ ， $\theta \neq \frac{\pi}{2} + n\pi$ ， $n \in \mathbb{Z}$ 。

2. 三倍角公式：

(1) $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ 。

(2) $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ 。

3. 倍角公式應用：設 $\tan\theta = t$ ，則

(1) $\tan 2\theta = \frac{2t}{1-t^2}$ 。

(2) $\sin 2\theta = \frac{2t}{1+t^2}$ 。

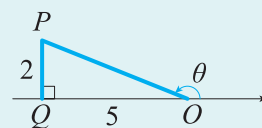
(3) $\cos 2\theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ 。

題型 6 二倍角公式

範例 11 【配合課本例 7】

如右圖，則

$$\sin 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \cos 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \tan 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}.$$



解

範例 12 【配合課本例 7】

設 $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ，且 $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ ，則

$$(1) \sin 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}. \quad (2) \cos 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}.$$

解

類題
1

已知 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ，且 $\cos \theta = -\frac{2}{3}$ ，則 $\sin 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\cos 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\tan 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

類題
2已知 $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ ，且 $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ ，則 $\tan 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\cos 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

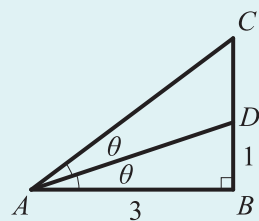
題型 7 二倍角公式的應用

範例 13 【配合課本例 8】

已知 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3}$ ，則(1) $\sin 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

範例 14 【配合課本例 9】

如右圖，直角三角形 ABC 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 3$ ， D 在 \overline{BC} 上， $\overline{BD} = 1$ ，設 $\angle CAD = \angle DAB = \theta$ ，則(1) $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(2) $\cos 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

類題
1

 設 $\sin 2\theta = -\frac{3}{4}$ ，且 $\sin \theta < 0$ ，則 $\sin \theta - \cos \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

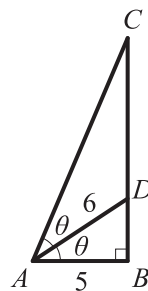
解

 類題
2

 如右圖，直角三角形 ABC 中， $\angle B = 90^\circ$ ， D 在 \overline{BC} 上， $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{AB} = 5$ ，設 $\angle CAD = \angle DAB = \theta$ ，則

 (1) $\cos 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解



題型 8 三倍角公式及應用

範例 15 【課本內容延伸題】

 已知 $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ ，且 $\cos \theta = \frac{4}{5}$ ，則

 (1) $\sin 3\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\cos 3\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

範例 16 【課本內容延伸題】

下列各選項中，哪些是方程式 $8x^3 - 6x + 1 = 0$ 的解？（多選）

- (1) $\cos 20^\circ$ (2) $\cos 40^\circ$ (3) $\cos 60^\circ$ (4) $\cos 80^\circ$ (5) $\cos 160^\circ$

解

類題
1

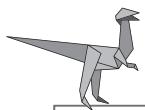
若 $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$ ，則 $\sin 3x + \cos 3x =$ _____。

解

類題
2

多項式 $f(x) = 8x^3 - 6x + 2\sqrt{2}$ 除以 $x - \sin 105^\circ$ 所得的餘式為_____。

解



主題四 半角公式

配合課本 P.53~P.56

1. 正弦半角公式：

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}, \text{ 正負號由 } \frac{\theta}{2} \text{ 所在的象限決定。}$$

說明：因為 $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$ ，

$$\text{所以 } \sin \theta = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos 2\theta}{2}}, \text{ 故 } \sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}。$$

2. 餘弦半角公式：

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}, \text{ 正負號由 } \frac{\theta}{2} \text{ 所在的象限決定。}$$

說明：因為 $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$ ，

$$\text{所以 } \cos \theta = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos 2\theta}{2}}, \text{ 故 } \cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}。$$

題型 9 半角公式及應用

範例 17 【配合課本例 10】

設 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ，且 $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ ，則

(1) $\sin \frac{\theta}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\cos \frac{\theta}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (3) $\tan \frac{\theta}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

範例 18 【配合課本例 11】

設 θ 是標準位置角， O 是原點， θ 終邊上有一點 $P(x, -4)$ ，若 $\tan \theta = \frac{2}{3}$ ，則下列選項哪些是正確的？（多選）

- (1) $x = -6$ (2) $\cos \theta = -\frac{3}{\sqrt{13}}$ (3) $\sin \frac{\theta}{2} > 0$ (4) $\cos \frac{\theta}{2} < 0$ (5) $\tan \frac{\theta}{2} < 0$

解

類題
1

設 $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ，且 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ，則 $\tan \frac{\theta}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

類題
2

 設 $270^\circ < \theta < 360^\circ$ ，化簡 $\sqrt{1 + \sin \theta} - \sqrt{1 - \sin \theta} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解

題型 10 應用問題



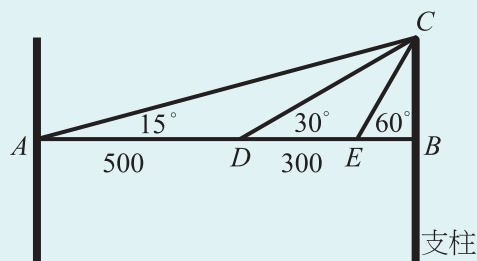
範例 19 【配合課本例 12】

阿悟在一森林遊樂區中行經一座吊橋，吊橋示意圖如右：

阿悟想測量吊橋支柱 \overline{BC} 的高度。當他從 A 點出發時，先測得 $\angle CAB = 15^\circ$ ，走了 500 公尺到達 D 點後，再測得 $\angle CDB = 30^\circ$ ；當他再走 300 公尺到達 E 點之後，測得 $\angle CEB = 60^\circ$ ，則

(1) $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 公尺， $\overline{BE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 公尺。

(2) 若利用差角公式求出 $\tan 15^\circ$ 的值，其值是否與 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 的比值相等？（已知 $\sqrt{3} \approx 1.7321$ ）

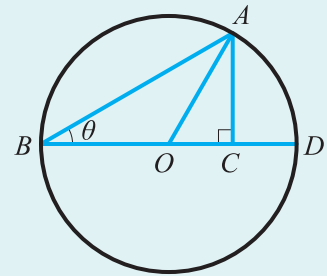


解



範例 20 【課本內容延伸題】

如右圖，設圓 O 的半徑為 2， O 為圓心，設 $\angle ABC = \theta$ ， \overline{AC} 垂直 \overline{BC} ，則下列選項哪些是正確的？（多選）



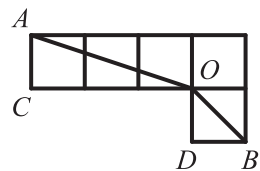
- (1) $\angle AOC = 2\theta$
- (2) $\overline{OC} = 2 \cos 2\theta$
- (3) $\overline{AC} = 2 \sin \theta \cos \theta$
- (4) $\overline{AB} = 4 \cos \theta$
- (5) $\triangle AOB$ 面積 = $8 \sin \theta \cos \theta$

解



類題 1

如右圖，每一個小方格都是正方形，若 $\angle AOB = \theta$ ，則



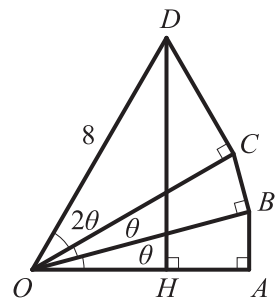
- (1) $\cos \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) $\tan 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解



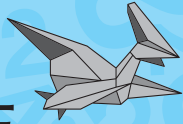
類題 2

如右圖，設 $\overline{OD} = 8$ ，作 $\overline{DH} \perp \overline{OA}$ ，則 $\frac{\overline{DH}}{\overline{AB}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

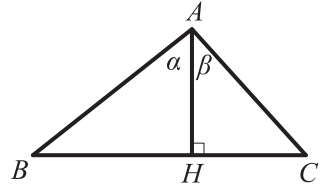


解

A⁺⁺ 挑戰題



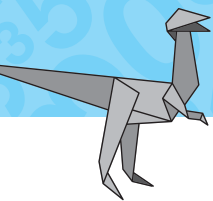
1. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ ， $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ， $0^\circ < \beta < 90^\circ$ ，請利用 $\triangle ABC$ 面積 = $\triangle ABH$ 面積 + $\triangle ACH$ 面積，證明： $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ 。



解

2. 銳角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 分別是三個內角。
- (1) 證明 $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \times \tan B \times \tan C$ 。
 - (2) 若 $\tan A$ ， $\tan B$ ， $\tan C$ 成等差數列，則 $\tan A \times \tan C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 - (3) 若 $\tan A + \tan B + \tan C = 3\sqrt{3}$ 且 $\overline{AC} = 8$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

解



一 基礎題

1. 設 $a = \sin 35^\circ$ ， $b = \cos 115^\circ$ ，則下列選項哪些是正確的？（多選）

(1) $ab < 0$ (2) $\sin 80^\circ = b - a$ (3) $a + b < 0$ (4) $b = -\sin 25^\circ$

(5) $\sqrt{1-a^2} \times \sqrt{1-b^2} - ab = \frac{1}{2}$

題型 1

題型 2

答

2. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ， $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ，設 $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ， $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$ ，則

(1) $\sin(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\alpha + \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 3

答

3. $\triangle ABC$ 中，已知 a, b, c 為 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊長，且 $\cos A = \frac{4}{5}$ ， $\cos B = -\frac{7}{25}$ ，則

(1) $\sin C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $a : b : c = \underline{\hspace{2cm}}$ （最簡整數比）。

題型 3

答

4. $\triangle ABC$ 中，已知 $\cos A = -\frac{3}{5}$ ， $\sin B = \frac{7}{25}$ ， $\overline{AB} = 30$ ，則

(1) $\sin C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 3

答

5. 化簡 $\tan 68^\circ \tan 23^\circ - \tan 68^\circ + \tan 23^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 4

答

6. 設 $\tan \alpha = 2$ ， $\tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$ ，則 $\tan \beta =$ _____。

題型 4

答

7. 坐標平面上有兩直線的斜率分別為 $\sqrt{3}$ 和 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ，則此二直線的夾角為 _____。

題型 5

答

8. 設 $\tan \alpha + \tan \beta = \frac{1}{2}$ ， $\tan \alpha \tan \beta = -1$ ，則

(1) $\tan(\alpha + \beta) =$ _____。 (2) $\sec^2(\alpha + \beta) =$ _____。

題型 5

答

9. 設 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，且 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ，則

(1) $\sin 2\theta =$ _____。 (2) $\cos 2\theta =$ _____。 (3) $\tan 2\theta =$ _____。

題型 6

答

10. 設 θ 為廣義角，且 $\sin \theta = 3 \cos \theta$ ，則

(1) $\tan 2\theta =$ _____。 (2) $\sin 2\theta =$ _____。 (3) $\cos 2\theta =$ _____。

題型 6

答

11. 設 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{2}{3}$ ，則

(1) $\sin 2\theta =$ _____。 (2) $\cos 4\theta =$ _____。

題型 7

答

12. 設 θ 是廣義角， $\sin \theta + \cos \theta = -\frac{7}{5}$ ， $\sin \theta \cos \theta = \frac{k}{5}$ ，則

(1) $k =$ _____。 (2) $\sin 2\theta =$ _____。 (3) $\tan \theta =$ _____。

題型 7

答

13. 設 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$ ，則

(1) $\cos 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\sin 3\theta + \cos 3\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 8

答

14. 多項式 $f(x) = 4x^3 - 3x - 3$ 除以 $x - \cos 20^\circ$ 的餘式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 8

答

15. 設 $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ ，且 $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ ，則

(1) $\sin \frac{\alpha}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\cos \frac{\alpha}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 9

答

16. 設 θ 是標準位置角且 $0 < \theta < 2\pi$ ，而 $P(3, -2)$ 是 θ 終邊上一點，則 $\tan \frac{\theta}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 9

答

17. 設 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ，化簡 $\sqrt{1 - \sin \theta} + \sqrt{1 + \sin \theta} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 9

答

二 進階題

18. 下列選項中，哪一個的值最小？（單選）

(1) $2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ$ (2) $\cos^2 35^\circ - \sin^2 35^\circ$ (3) $2 \cos^2 40^\circ - 1$
 (4) $2 \sin^2 70^\circ - 1$ (5) $\frac{2 \tan 25^\circ}{1 - \tan^2 25^\circ}$

題型 6

答



19. 下列哪些選項的值等於 $\frac{1}{2}$? (多選)

(1) $2\sin 75^\circ \cos 75^\circ$ (2) $\sin 17^\circ \cos 103^\circ + \cos 17^\circ \sin 103^\circ$ (3) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos 15^\circ - \cos 75^\circ)$

(4) $\sqrt{\frac{1 - \cos 420^\circ}{2}}$ (5) $4\cos^3 40^\circ - 3\cos 40^\circ + 1$

題型 6

題型 7

題型 8



答

20. $\triangle ABC$ 中，設 $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{AC} = 15$ ， $\angle ABC = 3\angle ACB$ ，則 $\cos(2\angle ACB) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 8



答

21. 設 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{5}$ ，則

(1) $\sin 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $2\sin^2 \frac{\theta}{2} \left(\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 9



答

三 大考試題

22. 試問共有幾個角度 θ 滿足 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ，且 $\cos(3\theta - 60^\circ)$ ， $\cos 3\theta$ ， $\cos(3\theta + 60^\circ)$ 依序成一等差數列？(單選)

- (1) 1個 (2) 2個 (3) 3個 (4) 4個 (5) 5個

【答對率 36%】 107 學測



答