

# 第一章

# 波 動



- 1-1 波動的性質
- 1-2 週期波
- 1-3 波的反射與透射
- 1-4 波的疊加原理與駐波
- 1-5 惠更斯原理
- 1-6 水波

# 第一章

# 波 動

## 1-4 波的疊加原理與駐波



# 1-4 波的疊加原理與駐波



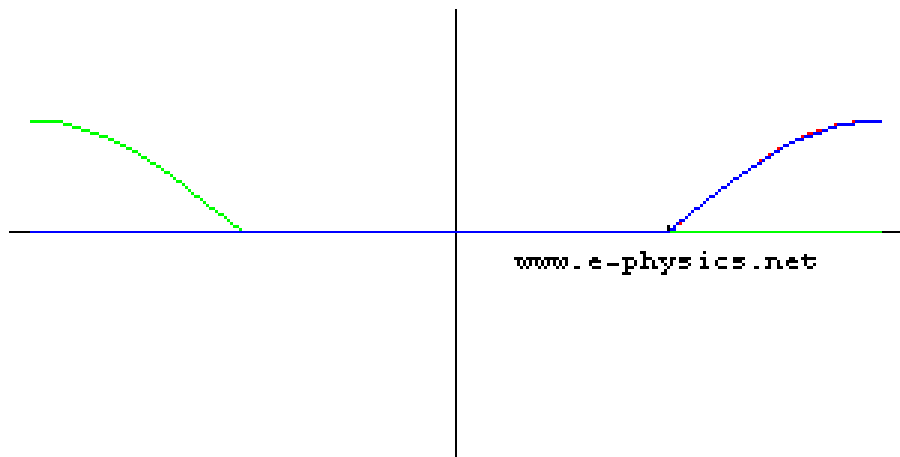
- 一、疊加原理
- 二、駐波的產生
- 三、駐波的波長與頻率



# 疊加原理

兩個或兩個以上的波相向行進而重疊時，介質中任何一點的位移與速度都是這兩波在此點的向量和。

波彼此交會後，每個波仍保留其原來的波形與波速，此為波的獨立性。

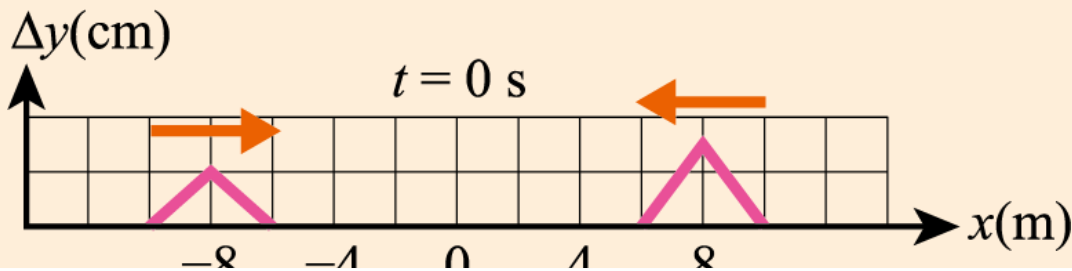


# 範例 1-5

## 兩波疊加

搭配課本 P.20

時間  $t = 0$  s 時，在一條拉緊的長繩上，有二個不等高的脈衝波分別向左及向右行進，如圖所示。已知繩波的波速為  $5$  m/s，請畫出在  $t = 1.4$  s 時，兩脈衝波在繩上的合成波之位置與波形。

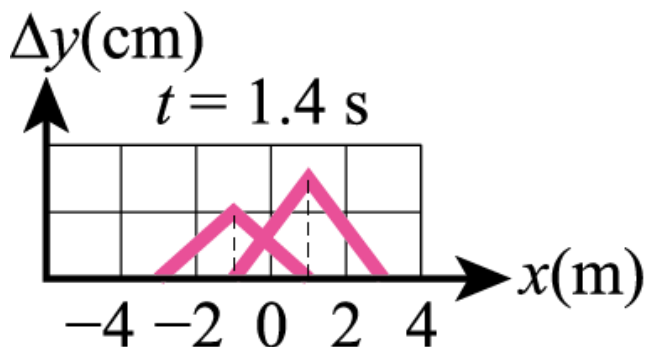


分析

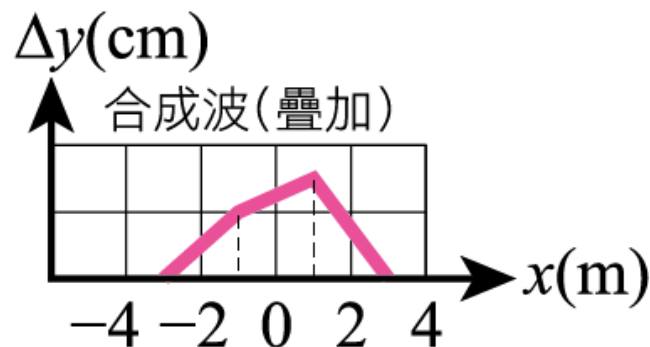
先繪出  $t = 1.4$  s 時個別波的圖形，再根據疊加原理繪出合成波的圖形。

(1)  $\Delta x = vt = 5 \times 1.4 = 7\text{m} \Rightarrow$  繪出兩個別波在  $t = 1.4\text{ s}$  的位置與波形，如圖 (a) 所示。

(2) 依據波的疊加原理，繪出合成波的波形，如圖 (b) 所示。



(a)

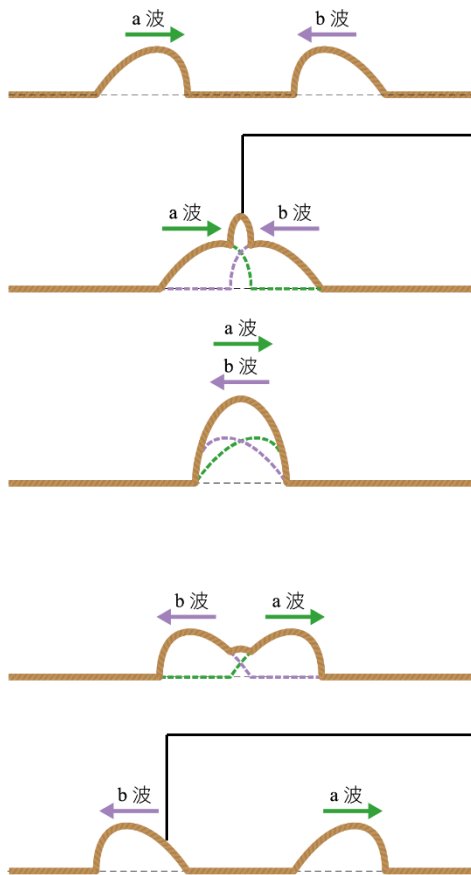


(b)

# 疊加原理

## 建設性干涉

假設波形都在平衡點上方或下方，兩波相遇時會產生建設性干涉。



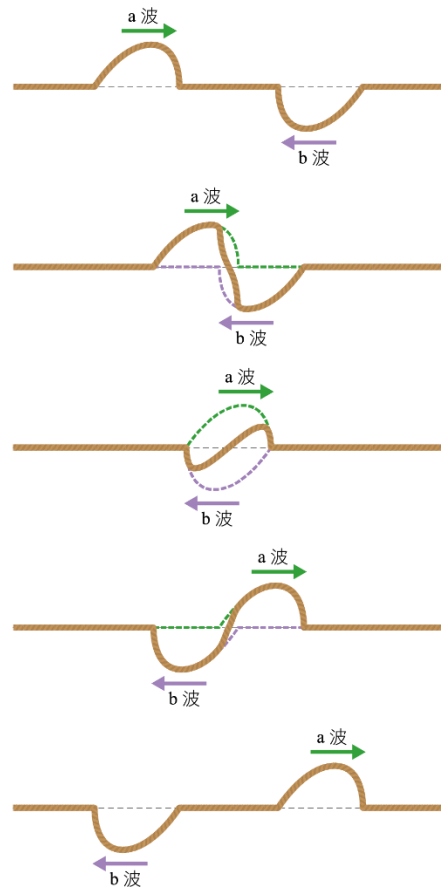
將個別的位移相加，即可得到重疊時的位移。

兩波相會後，會維持原波形與方向分離，此為波的獨立性。

# 疊加原理

## 破壞性干涉

波形一上一下，兩波相遇時會產生破壞性干涉。





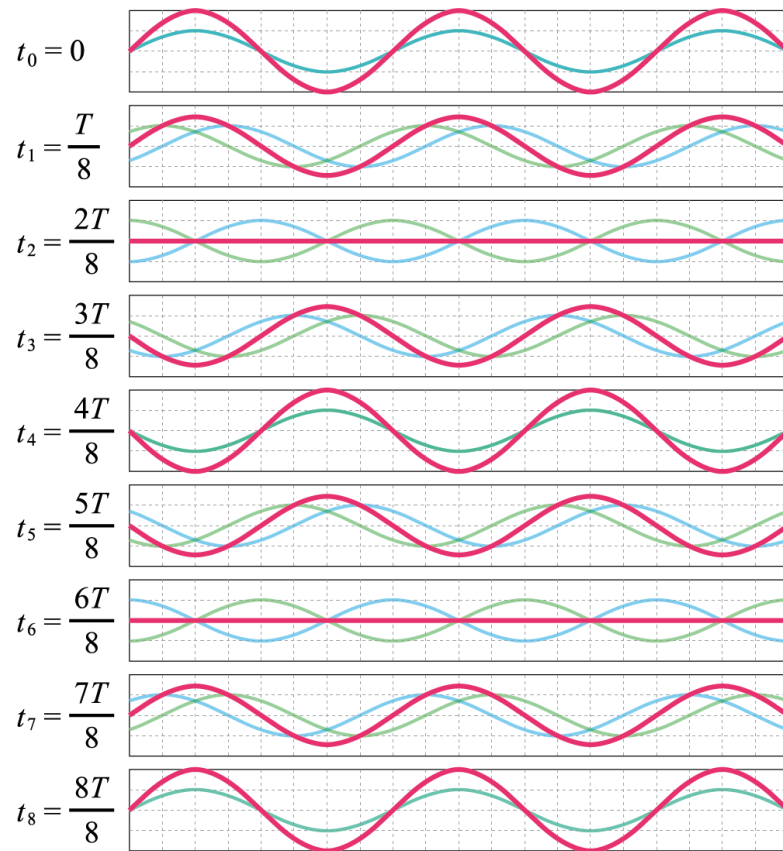
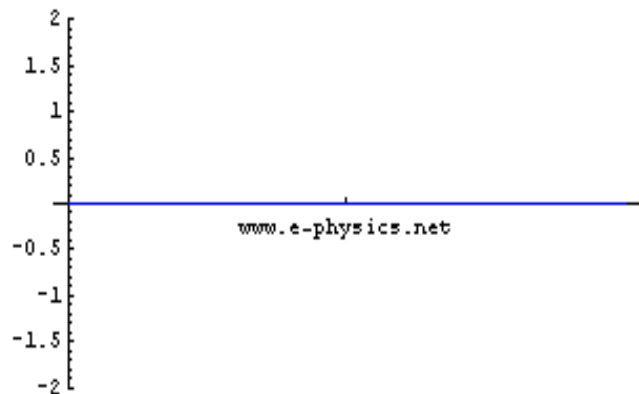


## KEY

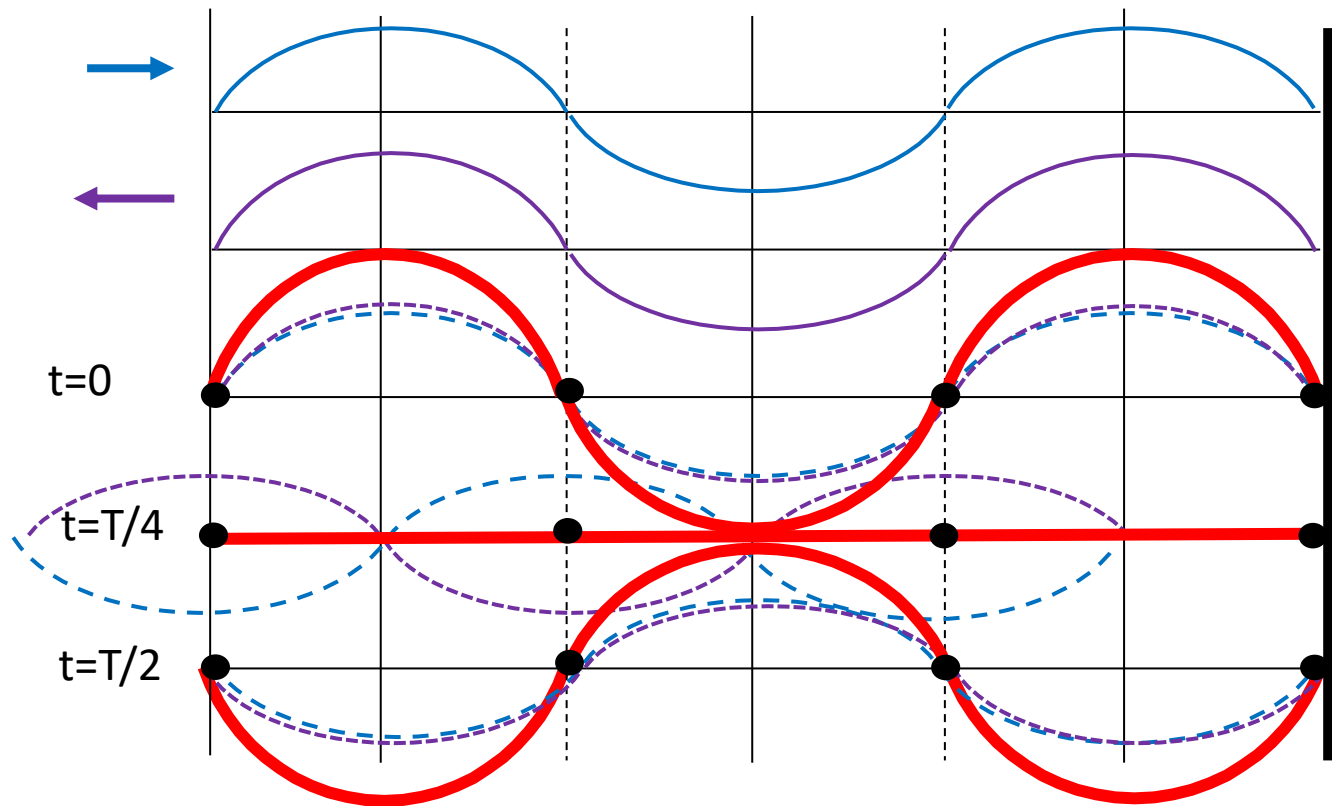
疊加原理：兩波相遇重疊時，合成波質點的振動位移，等於各子波質點位移的「向量和」。重疊後的位移變大者，稱為建設性干涉；位移變小者，稱為破壞性干涉。

# 駐波的產生

兩行進方向相反的藍、綠正弦波，若週期與振幅相同，重疊後的紅色合成波，即為駐波。

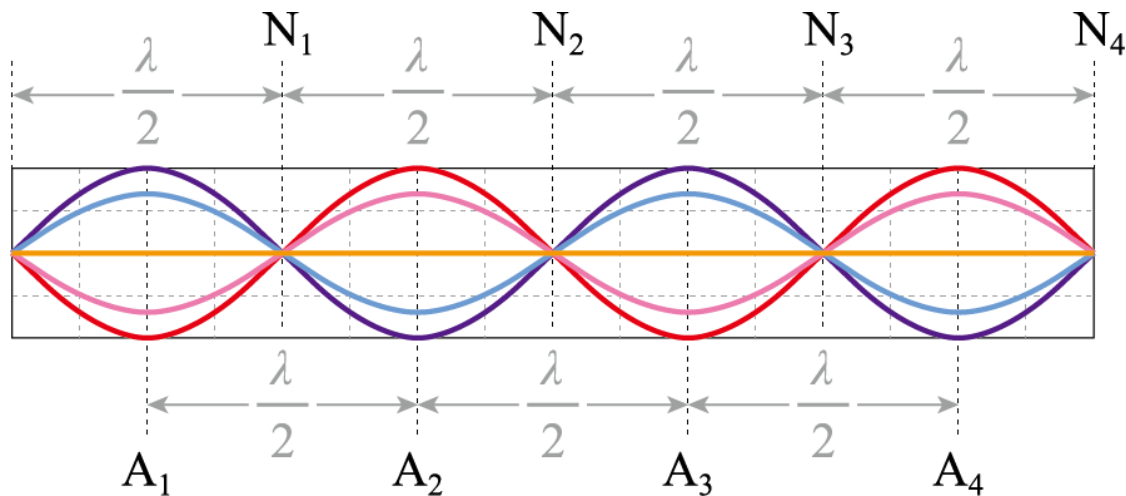


# 駐波的產生



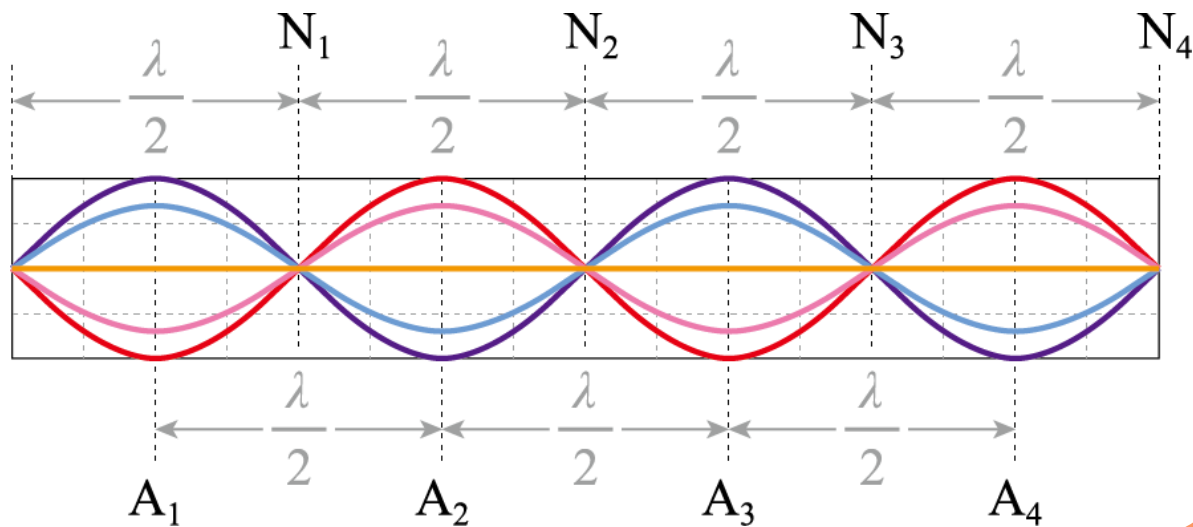
# 駐波的產生

- 介質上永遠靜止、位移為 0 的點稱為波節或節點。
- 相鄰節點的中點位置，振動幅度最大的點稱為波腹或腹點。
- 相鄰節點（腹點）的距離為半個波長。



# 駐波的產生

- 相鄰節點與腹點的距離為 **1/4 個波長**。
- 除節點外，介質上各點在原處做**振幅不同SHM**。
- **駐波能量被限制在節點間**，**位能與動能互相轉換**，**無法傳遞出去**。





## KEY

兩個週期、波長與振幅相同的正弦波，分別以相反方向前進相遇，疊加後會形成「駐波」。駐波可將力學能儲存於介質上，不會對外傳遞。



## 想一想

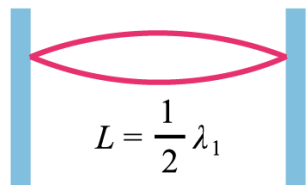
駐波中，兩相鄰節點之間的距離，是否等於原入射正弦波的個別波長  $\lambda$  ？

### 解答

不是。駐波中兩相鄰節點之間的距離，等於子波波長的一半，為  $\frac{\lambda}{2}$ 。

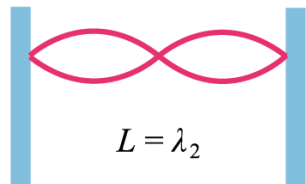
# 兩端固定繩之駐波

$n = 1$  : 基頻



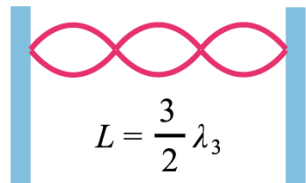
$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$n = 2$  : 第二諧音



$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$n = 3$  : 第三諧音

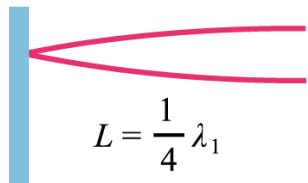


※ 頻率為基頻的整數倍。



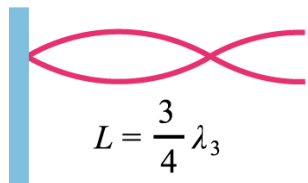
# 一端固定一端自由繩之駐波

$m = 1$  : 基頻



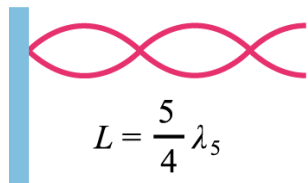
$$\lambda = \frac{4L}{m} \quad (m = 1, 3, 5, \dots)$$

$m = 3$  : 第三諧音



$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{mv}{4L} \quad (m = 1, 3, 5, \dots)$$

$m = 5$  : 第五諧音



※ 頻率為基頻的奇數倍。



## KEY

在彈性繩上，特定頻率的波才能形成駐波，計算頻率時：

1. 將固定端視為節點、自由端視為腹點。
2. 寫出兩端之間距離  $L$  與波長  $\lambda$  的倍數關係。
3. 將  $\lambda$  代入  $f = \frac{v}{\lambda}$ ，整理得到駐波頻率  $f$  的通式。



## 想一想

兩端固定的彈性繩（弦）上產生駐波時，第三諧音的頻率是基頻的幾倍？

### 解答

由  $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )，可知第三諧音的頻率  $f_3 (= \frac{3v}{2L})$

是基頻  $f_1 (= \frac{v}{2L})$  的 3 倍。

有一條兩端固定的弦，弦上張力為  $F$ ，其振動第 4 諧音之頻率為 600 Hz，試問：

- (1) 此弦的第 5 諧音頻率為多少 Hz？
- (2) 若此弦的張力增為  $4F$  時，則第 5 諧音的頻率變為多少 Hz？
- (3) 若此弦的張力保持為  $F$ ，但一端改為自由端，則第 5 諧音頻率為多少 Hz？

分析

兩端固定的弦上產生駐波時， $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2L} n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )。

(1) 此弦的第 5 諧音頻率為多少 Hz ?

$$\frac{f_{5\text{諧}}}{f_{4\text{諧}}} = \frac{\frac{5v}{2L}}{\frac{4v}{2L}} = \frac{5}{4} \Rightarrow f_{5\text{諧}} = \frac{5}{4} \times f_{4\text{諧}} = \frac{5}{4} \times 600 = 750 \text{ Hz} \circ$$



(2) 若此弦的張力增為  $4F$  時，則第 5 諧音的頻率變為多少 Hz？

$$f = \frac{nv}{2L} = \frac{n\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{2L} \propto \sqrt{F} \Rightarrow \sqrt{4} = 2 \text{ 倍}$$
$$\Rightarrow f_{5\text{諧}}' = 2f_{5\text{諧}} = 2 \times 750 = 1500 \text{ Hz} \circ$$



(3) 若此弦的張力保持為  $F$ ，但一端改為自由端，則第 5 諧音頻率為多少 Hz？

$$\frac{f_{5\text{諧}}(\text{一端自由})}{f_{4\text{諧}}(\text{兩端固定})} = \frac{5v}{\frac{4L}{2L}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f_{5\text{諧}}(\text{一端自由}) = \frac{1}{2} \times 750 = 375 \text{ Hz} \circ$$



# 習題 11. 波的疊加原理與駐波

搭配課本 P.50

彈性繩上有兩個波，欲在彈性繩上形成駐波，這兩個波的條件應為何？

解析

答：略

兩個週期、波長與振幅相同的正弦波，分別以相反方向前進相遇，疊加後形成駐波。



# 習題\*12. 波的疊加原理與駐波

搭配課本 P.50

在一彈性繩上，兩正弦波交會形成駐波，下列敘述哪些正確？

(A) 此兩正弦波的波長相等，但頻率不一定相等

(B) 相鄰兩節點間的距離等於正弦波的半波長

(C) 除節點外，各質點振動的振幅相等

**答：(B)(E)**

(D) 當波形為一直線時，各質點的振動速度均為零

(E) 行進波能傳遞能量，但駐波不能傳遞能量。

- (A) 錯：兩波形成駐波的條件為：兩波的週期（頻率）、振幅、波長皆相等，且反向進行而交會。
- (B) 對：相鄰兩節點間的距離等於  $\frac{1}{2}$  波長。
- (C) 錯：各質點振動的振幅並不相等，其中以腹點的振幅最大、愈靠近節點處的振幅愈小。
- (D) 錯：波形為一直線時，節點以外的各質點皆振動到平衡點的位置，為振動速度最大的時刻。
- (E) 對：駐波的能量被保留在節點之間，不向外傳播，故名為駐波。

# 習題 13. 波的疊加原理與駐波

搭配課本 P.50

將一均勻的細繩拉緊，兩端固定於相距為  $L$  的兩點。當細繩上形成的駐波有三個腹點時，駐波的波長為何？

【105 指考】

- (A)  $\frac{1}{3}L$    (B)  $\frac{2}{3}L$    (C)  $L$    (D)  $\frac{3}{2}L$    (E)  $3L$  。

答：(B)

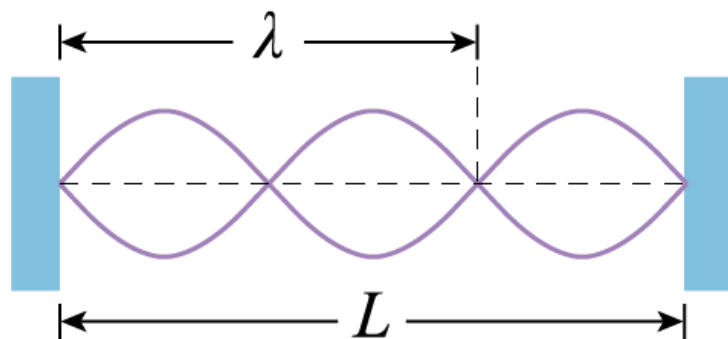
# 習題 13.

解析

搭配課本 P.50

依題意，細繩上的駐波情形，如圖所示，

由圖可知  $L = \frac{3}{2}\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2}{3}L$ 。



# 習題 14. 波的疊加原理與駐波

搭配課本 P.50

某條弦的一端為固定端、一端為自由端。已知此弦的長度為 20 cm，其線密度為 0.005 kg/m，當弦的振動頻率為 100 Hz 時，弦上出現一個腹點，則：

(1) 弦上波速為多少 m/s？

答：(1) 80

(2) 弦上的駐波可視為由兩個正弦子波疊加而成，則長為多少 cm？

答：(2) 80

(3) 此弦的張力量值為多少 N？

答：(3) 32

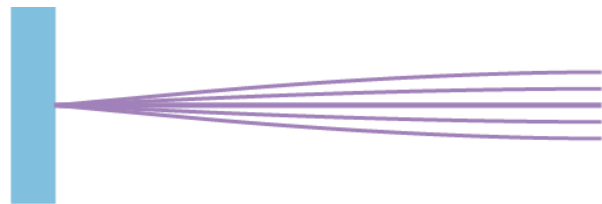
(4) 若欲使弦上出現三個腹點，則此時弦的振動頻率應

答：(4) 500

### (1) 弦上波速為多少m/s？

此弦的一端固定，另一端為自由端，出現一個腹點時的情形如圖(a)，該振動為其基頻 ( $n = 1$ )，

$$\text{由 } f = \frac{mv}{4L} \Rightarrow f_1 = 100 = \frac{1 \times v}{4 \times 0.2} \Rightarrow v = 80 \text{ (m/s)} \circ$$

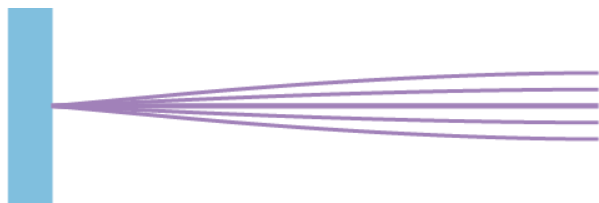


(a)



(2) 弦上的駐波可視為由兩個正弦子波疊加而成，  
則每個子波的波長為多少cm？

$$\text{由 } L = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4L = 4 \times 0.2 = 0.8 \text{ (m)} = 80 \text{ (cm)} \circ$$

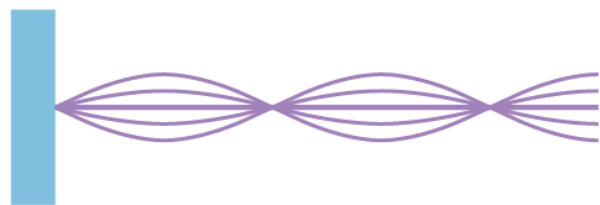


(a)



(3) 此弦的張力量值為多少 N？

$$\text{由 } v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 80 \text{ (m/s)} = \sqrt{\frac{F}{0.005}} \Rightarrow F = 32 \text{ (N)} \text{。}$$



(b)

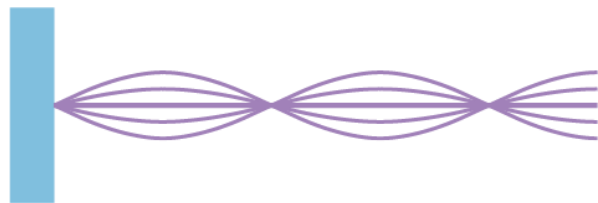




(4) 若欲使弦上出現三個腹點，則此時弦的振動頻率應調整為多少 Hz？

出現三個腹點為第五諧音( $m = 5$ )，如圖(b)

$$\Rightarrow f = \frac{mv}{4L} \propto m \Rightarrow \frac{f_5}{100} = \frac{5}{1} \Rightarrow f_5 = 500 \text{ (Hz)} \circ$$



(b)



# 圖片來源

P4

疊加原理

<http://www.e-physics.net/Download/MathematicaGif/index.html>

P10

駐波

<http://www.e-physics.net/Download/12wave/12wave.htm>