

309 的學生今天在學習這單元，是由數學課本 1-1 連比例的主題二 開始講起，首先是複習上一節課的內容，來連結今天要講的部份，由生活化例題引導出連比例式的運算性質，再來講述例五、六、七，過程裡也請學生做隨堂練習，並做適當的補充。

主題 2 連比例式與應用

學習時光機

兩個相等的比 $a:b$ 和 $c:d$ ，可寫成 $a:b=c:d$ ，這樣的式子稱為比例式。

根據第 6 頁「活力蔬果汁」的調配比例，若要製作與小妍相同口味的活力蔬果汁，需要蘋果汁 x 杯、鳳梨汁 y 杯及胡蘿蔔汁 z 杯，則必須滿足 $x:y:z=3:2:5$ ，像 $x:y:z=3:2:5$ 這樣的式子，就稱為連比例式。

假設 $x:y:z=3:2:5$ ，則：

(1) 由 $x:y=3:2$ ，得到 $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}$ ……①

(2) 由 $y:z=2:5$ ，得到 $\frac{y}{2}=\frac{z}{5}$ ……②

合併①、②，得到 $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{5}$ 或 $x:3=y:2=z:5$ ，

若假設 $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{5}=m (m \neq 0)$ ，

可以得到 $x=3m$ 、 $y=2m$ 、 $z=5m$ 。

由上述可知，

90秒學數學

Key point

連比例式的運算性質

若 $x:y:z=a:b:c$ ，且 a 、 b 、 c 皆不為 0，則：

(1) $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ 或 $x:a=y:b=z:c$ 。

(2) 可設 $x=am$ 、 $y=bm$ 、 $z=cm (m \neq 0)$ 。

例 5

連比例式的運算

設 $3:x:y=2:3:5$ ，求 x 、 y 的值。

Ans 因為 $3:x:y=2:3:5$ ，
所以 $3:x=2:3$ 且 $3:y=2:5$ ，
則 $2x=9$ ， $2y=15$ ，
得 $x=\frac{9}{2}$ ， $y=\frac{15}{2}$ 。

Hint

也可以這樣算：
 $\because 3:x:y=2:3:5$ ，
 $\therefore \frac{3}{2}=\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$ ，
故 $\frac{3}{2}=\frac{x}{3}$ ， $x=\frac{9}{2}$ ，
 $\frac{3}{2}=\frac{y}{5}$ ， $y=\frac{15}{2}$ 。



隨堂練習

重新布題

重新布題

已知 $x:y:z=1:2:4$ ，回答下列問題。

Ans (1) 若 $z=6$ ，則 $x=?$

$$\begin{aligned} x:6 &= 1:4 \\ 4x &= 6 \\ x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Ans (2) 若 $z=14$ ，則 $y=?$

$$\begin{aligned} y:14 &= 2:4 \\ 4y &= 28 \\ y &= 7 \end{aligned}$$



動動腦

Ans

設 $x:y:z=2:3:5$ ，那麼是否可以得到 $5x=3y=2z$ ？為什麼？

不可以。

由 $x:y:z=2:3:5$ ，可知 $x:y=2:3$

而由 $5x=3y=2z$ ，可知 $5x=3y$ ，此時 $x:y=3:5$

$\because 2:3 \neq 3:5$

$\therefore$ 由 $x:y:z=2:3:5$ 無法得到 $5x=3y=2z$



例 6

連比例式的運算

設 $x:y=5:4$, $y:z=6:7$, 求下列各連比。

(1) $2x:3y:4z$

(2) $(x-y):(y-z):(z-x)$

Ans

$$\begin{array}{ccccccc} x & : & y & : & z & & \\ 5 & : & 4 & & & & \\ & & 6 & : & 7 & & \\ \hline 15 & : & 12 & : & 14 & & \end{array}$$

所以 $x:y:z=15:12:14$ 。

(1) 由 $x:y:z=15:12:14$,

可設 $x=15m$, $y=12m$, $z=14m$ ($m \neq 0$),

代入得 $2x:3y:4z=30m:36m:56m=15:18:28$ 。

(2) 以 $x=15m$, $y=12m$, $z=14m$ ($m \neq 0$) 代入得

$$(x-y):(y-z):(z-x)=3m:(-2m):(-m) \\ =3:(-2):(-1)。$$



隨堂練習

重新布題

重新布題

數學遊戲

設 $x:y=2:3$, $y:z=4:3$, 求下列各連比。

Ans

(1) $x:2y:4z$

$$\begin{array}{ccccccc} x & : & y & : & z & & \\ 2 & : & 3 & & & & \\ & & 4 & : & 3 & & \\ \hline 8 & : & 12 & : & 9 & & \end{array}$$

所以 $x:y:z=8:12:9$

可設 $x=8m$, $y=12m$, $z=9m$ ($m \neq 0$)

$$x:2y:4z \\ =8m:24m:36m \\ =2:6:9$$

Ans

(2) $(x+y):(y+z):(z+x)$

以 $x=8m$, $y=12m$, $z=9m$ ($m \neq 0$)

代入得

$$(x+y):(y+z):(z+x) \\ =20m:21m:17m \\ =20:21:17$$

例 7

消費問題

小翊、小靖和小妍去餐廳吃飯共付了 690 元，且三人所付金額的比為 $9:6:8$ ，則三人分別付了多少元？

Ans

由三人所付金額的比為 $9:6:8$,

可設三人所付的金額分別為 $9m$ 、 $6m$ 、 $8m$ ($m \neq 0$),

則 $9m+6m+8m=690$, $23m=690$, $m=30$,

得 $9m=270$ 、 $6m=180$ 、 $8m=240$,

所以小翊付 270 元、小靖付 180 元、小妍付 240 元。

Ans

由題意可得知,

小翊付的錢占總金額的 $\frac{9}{9+6+8}=\frac{9}{23}$, 付了 $690 \times \frac{9}{23}=270$ 元;

小靖付的錢占總金額的 $\frac{6}{9+6+8}=\frac{6}{23}$, 付了 $690 \times \frac{6}{23}=180$ 元;

小妍付的錢占總金額的 $\frac{8}{9+6+8}=\frac{8}{23}$, 付了 $690 \times \frac{8}{23}=240$ 元。



隨堂練習

重新布題

重新布題

某校合唱團有 64 人，分成甲、乙、丙三組，其人數比為 $4:5:7$ 。若新來一位團員，團長將他分到乙組，則後來甲、乙、丙三組人數的比為何？

Ans

設甲、乙、丙三組原來的人數分別為 $4m$ 、 $5m$ 、 $7m$ ($m \neq 0$)

則 $4m+5m+7m=64$, $16m=64$, $m=4$

得 $4m=16$ 、 $5m=20$ 、 $7m=28$

所以甲組原有 16 人、乙組原有 20 人、丙組原有 28 人

後來乙組變成 $20+1=21$ 人，其他兩組人數不變

所以後來甲、乙、丙三組的人數比為 $16:21:28$

