

1

相似形

1-1 連比例

1-2 比例線段

1-3 縮放與相似

1-4 相似三角形的應用

Are You Ready?

1 中 1 下

- 理解比、比例式、正比和反比的意義與推理，並能運用到日常生活的情境解決問題。

2 中 2 下

- 能理解三角形的全等判定 (*SAS*、*SSS*、*ASA*、*AAS*、*RHS*) 及全等符號 (\cong)。

+++ 比例式 —1—

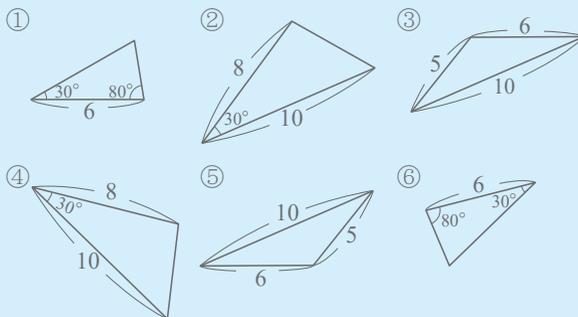
解出下列各式中 x 的值。

(1) $3 : 7 = x : 28$, 則 $x = \underline{12}$ 。

(2) $3 : x = x : 12$, 則 $x = \underline{\pm 6}$ 。

+++ 全等三角形 —2—

將全等的三角形配對，並說明是根據何種全等性質。



答：① 和 ⑥ 全等，依據 *ASA* 全等性質。
 ② 和 ④ 全等，依據 *SAS* 全等性質。
 ③ 和 ⑤ 全等，依據 *SSS* 全等性質。

課前回顧

+++ 比例式

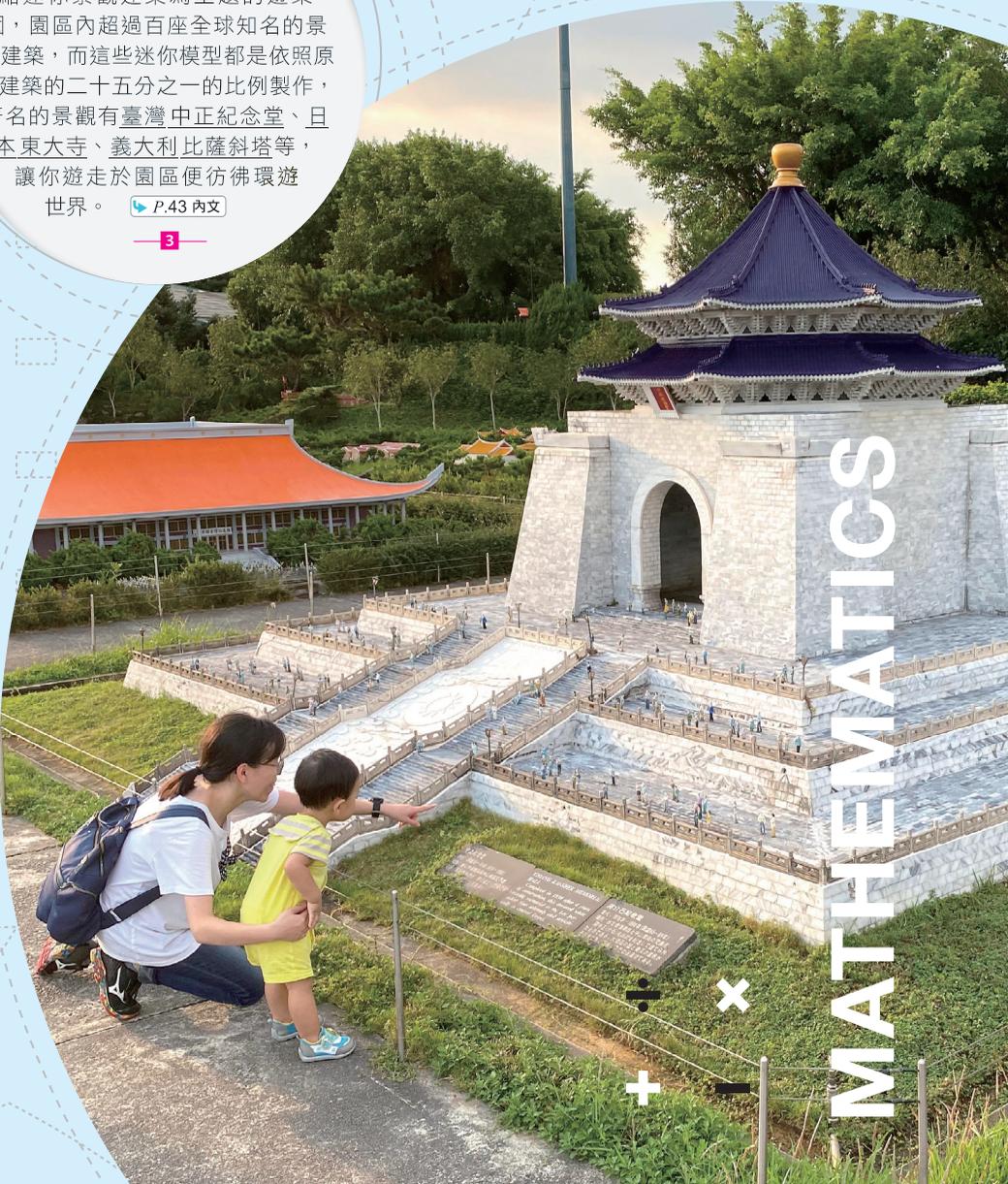
- 比例式：
兩個比 $x : y$ 與 $a : b$ 相等，即 $x : y = a : b$ ，這種等式稱為比例式。其中 x 、 b 為外項， y 、 a 為內項。
- 外項乘積 = 內項乘積：
若 $x : y = a : b$ ，則外項乘積 = 內項乘積，即 $bx = ay$ 。



引起動機
環遊世界

小人國主題樂園是亞洲第一座以世界各國微縮迷你景觀建築為主題的遊樂園，園區內超過百座全球知名的景觀建築，而這些迷你模型都是依照原始建築的二十五分之一的比例製作，著名的景觀有臺灣中正紀念堂、日本東大寺、義大利比薩斜塔等，讓你遊走於園區便彷彿環遊世界。 [P.43 內文](#)

— 3 —

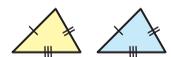


3 小人國主題樂園 (*Window on China Theme Park*)，是一座位於臺灣 桃園市 龍潭區的主題遊樂園，於西元 1984 年 7 月 7 日正式開園。當初是由創辦人朱鍾宏董事長在一次國外旅遊時，看見了荷蘭的迷你景觀建築，心中便起了在國內也開創一個模型樂園的念頭。而更特別的是，在「迷你世界」展示超過 100 多座的世界知名微縮景觀，在模型的比例上，創辦人堅持這些迷你建築都要依原始建築的 $\frac{1}{25}$ 的比例製作，因為如此一來，才最能展現建築物的精緻。

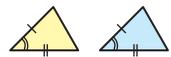
+++ 全等三角形

- 全等的定義：把兩個三角形經過適當的搬移後，它們所有的頂點、邊和角都可以完全疊合，則稱這兩個三角形全等 (\cong)。此時疊合在一起的頂點稱為對應頂點；疊合在一起的邊稱為對應邊；疊合在一起的角稱為對應角。
- 三角形的全等性質：有 *SSS*、*SAS*、*ASA*、*AAS*、*RHS* 五種。

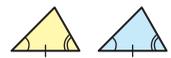
(1) 若 $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$, 則根據 *SSS* 全等性質 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



(2) 若 $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\angle A = \angle D$, 則根據 *SAS* 全等性質 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



(3) 若 $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, 則根據 *ASA* 全等性質 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



(4) 若 $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, 則根據 *AAS* 全等性質 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



(5) 若 $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$, 則根據 *RHS* 全等性質 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



1-1

連比例

- 1 連比
- 2 連比例式與應用

主題 1 連比

七年級時，我們使用形如 $a : b$ 來表示兩個數量的比，那三個以上（含）數量之間的比，要如何表示呢？



1 連比建立的方式可利用比建立的觀點推導，教師可以視需要加以補充。

小妍想製作 4 人份的「活力蔬果汁」，他使用大小相同的杯子，先後裝了 3 杯蘋果汁、2 杯鳳梨汁及 5 杯胡蘿蔔汁，混合後再加上一些蜂蜜即可飲用。這時我們可以將蘋果汁、鳳梨汁、胡蘿蔔汁使用的杯數比，記為 $3 : 2 : 5$ 。像這樣用來表示三個或三個以上的數連續的比，就稱為**連比**。

當然，由蘋果汁、鳳梨汁、胡蘿蔔汁的杯數比 $= 3 : 2 : 5$ ，也可以代表

- (1) 蘋果汁杯數：鳳梨汁杯數 $= 3 : 2$ ；
- (2) 鳳梨汁杯數：胡蘿蔔汁杯數 $= 2 : 5$ ；
- (3) 蘋果汁杯數：胡蘿蔔汁杯數 $= 3 : 5$ 。

學習內容

N-9-1 連比：連比的記錄；連比推理；連比例式；及其基本運算與相關應用問題；涉及複雜數值時使用計算機協助計算。

新綱異動

+ 新增或搬移；- 刪除或搬移

+ 連比

根據課程綱要之學習內容 N-9-1，將連比由七年級移至九年級做教學。


隨堂練習

小翊在家中調製泡泡水時，為了讓泡泡更不容易破，使用的材料是水 4 碗、洗碗精 2 碗、膠水 1 碗。回答下列問題：(碗的大小相同)

- (1) 水、洗碗精、膠水份量的連比為 4 : 2 : 1。
- (2) 水與膠水份量的比為 4 : 1。
- (3) 洗碗精與膠水份量的比為 2 : 1。

比的前後項可以同乘以或同除以一个不為 0 的數，比依然是相等的，那連比也有類似的特性嗎？

現在我們要做出相同口味但數量不同的「活力蔬果汁」，根據前一頁小妍的做法，所需食材的杯數有著不同的倍數關係，如下表所示。

份量 \ 食材的杯數	蘋果汁	鳳梨汁	胡蘿蔔汁
4 人份	3	2	5
12 人份	9	6	15
2 人份	1.5	1	2.5



此時製作 4 人份、12 人份、2 人份相同口味的活力蔬果汁，所需要的蘋果汁、鳳梨汁、胡蘿蔔汁杯數的連比 3 : 2 : 5、9 : 6 : 15 和 1.5 : 1 : 2.5 是一樣的，也就是說

$$3 : 2 : 5 = 9 : 6 : 15$$

3 : 2 : 5 同乘以 3

$$3 : 2 : 5 = 1.5 : 1 : 2.5$$

3 : 2 : 5 同除以 2

由上面的說明，我們可以得到：

Key point
連比的運算性質

若 a 、 b 、 c 是三個不為 0 的數，則：

$$(1) a : b : c = (a \times m) : (b \times m) : (c \times m) (m \neq 0)。$$

$$(2) a : b : c = (a \div m) : (b \div m) : (c \div m) (m \neq 0)。$$

重新布題

媽媽調製一壺焦糖伯爵奶茶，原料是伯爵茶 7 杯、鮮奶 2 杯、焦糖 1 杯。(杯子大小相同)

- (1) 寫出伯爵茶、鮮奶、焦糖份量的連比。
- (2) 寫出伯爵茶與鮮奶份量的比。
- (3) 寫出伯爵茶與焦糖份量的比。

答：(1) 7 : 2 : 1 (2) 7 : 2 (3) 7 : 1

例 1

連比的運算 學習內容 N-9-1

若 $6:3:2=18:a:b$ ，則 a 、 b 的值分別為多少？

解 將連比 $6:3:2$ 同乘以 3，
 可得 $6:3:2=18:9:6$ ，
 因此 $a=9$ 、 $b=6$ 。

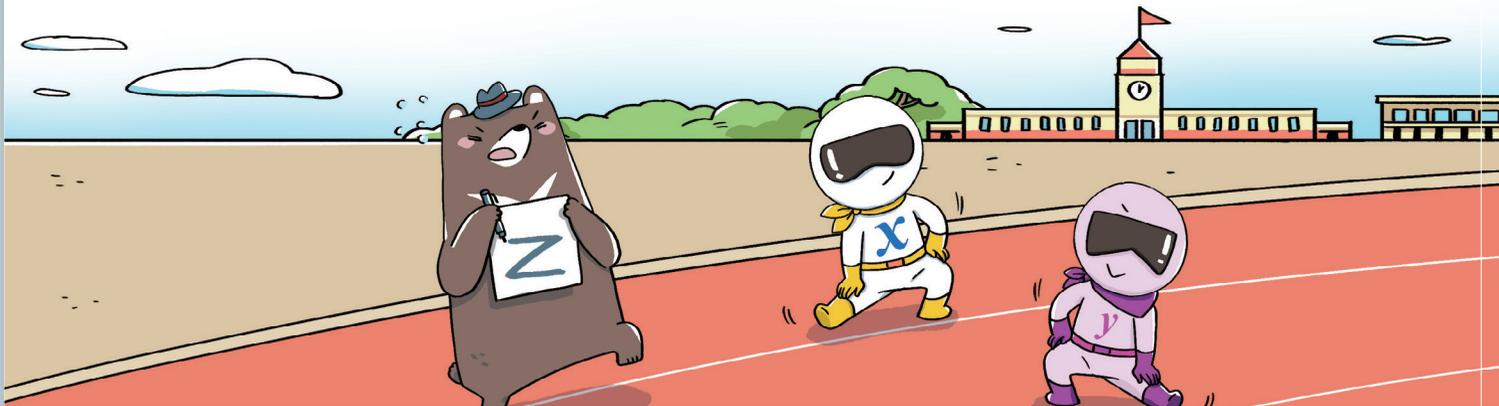


隨堂練習

若 $15:20:25=c:d:5$ ，則 c 、 d 的值分別為多少？

將連比 $15:20:25$ 同除以 5
 可得 $15:20:25=3:4:5$
 因此 $c=3$ 、 $d=4$

若有三個不為 0 的數 x 、 y 、 z ，滿足 $x:y:z=a:b:c$ ，則可得 $x:y=a:b$ 、 $y:z=b:c$ 、 $x:z=a:c$ 。反過來說，如果我們知道 $x:y$ 、 $y:z$ 、 $x:z$ 這三個比中的任意兩個，是否就可以得到連比 $x:y:z$ ？我們來看下面的例題。



● 重新布題

若 $5:2:10=a:b:30$ ，則 a 、 b 的值分別為多少？

答： $a=15$ 、 $b=6$

● 重新布題

有一個長方體，長、寬、高的連比為 $4:6:9$ ，若長方體的寬是 4 公分，則長方體的長、高各為多少公分？

答：長為 $\frac{8}{3}$ 公分，高為 6 公分

例 2

例 2 建立連比的參考是連比中間的項。

由兩個比求連比① 學習內容 N-9-1 — 1 —

已知 $a:b=2:3$ ， $b:c=3:4$ ，求 $a:b:c$ 。

解 由 $a:b=2:3$ ，

$$b:c=3:4，$$

得到兩個比的 b ，對應的數字都剛好是 3，可直接併成連比，

$$\begin{array}{rcccc} a & : & b & : & c \\ 2 & : & 3 & & \\ & & 3 & : & 4 \\ \hline 2 & : & 3 & : & 4 \end{array}$$

所以 $a:b:c=2:3:4$ 。

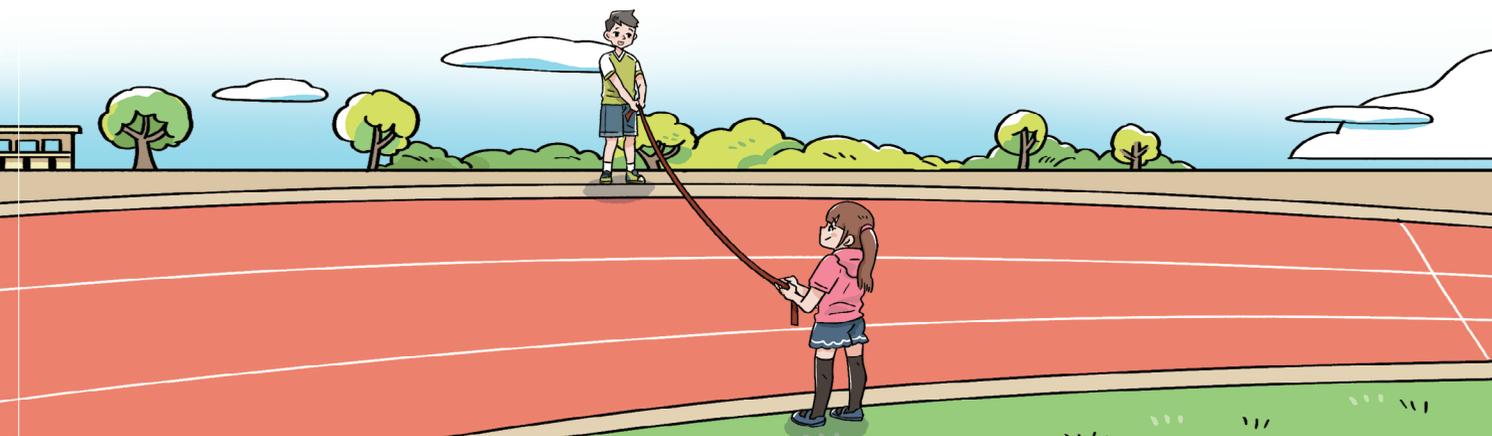


隨堂練習

設 $x:z=3:2$ ， $y:z=7:2$ ，求 $x:y:z$ 。

$$\begin{array}{rcccc} x & : & y & : & z \\ 3 & & & : & 2 \\ & & 7 & : & 2 \\ \hline 3 & : & 7 & : & 2 \end{array}$$

所以 $x:y:z=3:7:2$



重新布題

(1) 設 $x:y=3:2$ ， $y:z=2:9$ ，求 $x:y:z=?$

(2) 設 $x:y=1:4$ ， $x:z=1:2$ ，求 $x:y:z=?$

答：(1) $x:y:z=3:2:9$

(2) $x:y:z=1:4:2$

重新布題

三兄弟各有一些零用錢，大哥與二哥的錢數比為 $7:4$ ，二哥與小弟的錢數比為 $4:3$ ，寫出三兄弟零用錢的連比。

答：大哥：二哥：小弟 = $7:4:3$

如果給定的兩個比中，相同文字符號所對應的數字不相同，那麼要怎麼求連比？我們來看下面的例題。

例 3

◆ 搭配習作
P.3 第 1 題

1 教師可提醒學生：要將兩個比寫成連比，必須先將兩個比的其中一個共同項化為相同數才可以，一般都化為最小公倍數。

由兩個比求連比② 學習內容 N-9-1 — 1 —

設 $x : y = 4 : 5$ ， $x : z = 6 : 7$ ，求 $x : y : z$ 。

解 因為 $x : y$ 和 $x : z$ 都含有 x ，

要求 $x : y : z$ 必須先將兩個比的 x 化為相同的數，因此我們可以將 x 化為 4 和 6 的公倍數，例如：12，

$$\begin{array}{r}
 \text{得到} \quad x \quad : \quad y \quad : \quad z \\
 \quad \quad 4 \quad : \quad 5 \quad : \quad \\
 \quad \quad 6 \quad : \quad \quad : \quad 7 \\
 \hline
 (4 \times 3) \quad : \quad (5 \times 3) \\
 (6 \times 2) \quad \quad \quad : \quad (7 \times 2) \\
 \hline
 12 \quad : \quad 15 \quad : \quad 14
 \end{array}$$

所以 $x : y : z = 12 : 15 : 14$ 。



隨堂練習

設 $x : y = 3 : 4$ ， $y : z = 2 : 7$ ，求 $x : y : z$ 。

$$\begin{array}{r}
 x \quad : \quad y \quad : \quad z \\
 3 \quad : \quad 4 \quad : \quad \\
 \quad \quad 2 \quad : \quad 7 \\
 \hline
 3 \quad : \quad 4 \\
 \quad \quad (2 \times 2) \quad : \quad (7 \times 2) \\
 \hline
 3 \quad : \quad 4 \quad : \quad 14
 \end{array}$$

所以 $x : y : z = 3 : 4 : 14$

重新布題

求下列各題的連比。

(1) 設 $x : y = 3 : 5$ ， $x : z = 2 : 5$ ，求 $x : y : z$ 。

(2) 設 $x : z = 7 : 2$ ， $y : z = 5 : 4$ ，求 $x : y : z$ 。

答：(1) $x : y : z = 6 : 10 : 15$

(2) $x : y : z = 14 : 5 : 4$

主題 2 連比例式與應用

學習時光機

兩個相等的比 $a:b$ 和 $c:d$ ，可寫成 $a:b=c:d$ ，這樣的式子稱為比例式。

根據第 6 頁「活力蔬果汁」的調配比例，若要製作與小妍相同口味的活力蔬果汁，需要蘋果汁 x 杯、鳳梨汁 y 杯及胡蘿蔔汁 z 杯，則必須滿足 $x:y:z=3:2:5$ ，像 $x:y:z=3:2:5$ 這樣的式子，就稱為**連比例式**。

假設 $x:y:z=3:2:5$ ，則：

$$(1) \text{ 由 } x:y=3:2, \text{ 得到 } \frac{x}{3}=\frac{y}{2} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$(2) \text{ 由 } y:z=2:5, \text{ 得到 } \frac{y}{2}=\frac{z}{5} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

合併①、②，得到 $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{5}$ 或 $x:3=y:2=z:5$ ，

若假設 $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{5}=m (m \neq 0)$ ，

可以得到 $x=3m$ 、 $y=2m$ 、 $z=5m$ 。

由上述可知，

Key point

連比例式的運算性質 — 1 —

若 $x:y:z=a:b:c$ ，且 a 、 b 、 c 皆不為 0，則：

$$(1) \frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c} \text{ 或 } x:a=y:b=z:c。$$

$$(2) \text{ 可設 } x=am、y=bm、z=cm (m \neq 0)。$$

1 利用兩個比的性質，推論出三個比的性質與連比例式的應用。教師可引導學生發覺 n 個數連比亦會滿足連比例式的運算性質。



90 秒學數學

連比例式的運算性質



例 5

連比例式中最易犯的錯誤，是將比例式「外項乘積等於內項乘積」的運算性質應用到連比例式。教師可先製造學生的認知衝突，再加以解釋。

連比例式的運算 學習內容 N-9-1 — 2 —

設 $3 : x : y = 2 : 3 : 5$ ，求 x 、 y 的值。

解 因為 $3 : x : y = 2 : 3 : 5$ ，
所以 $3 : x = 2 : 3$ 且 $3 : y = 2 : 5$ ，
則 $2x = 9$ ， $2y = 15$ ，
得 $x = \frac{9}{2}$ ， $y = \frac{15}{2}$ 。

Hint

也可以這樣算：
 $\because 3 : x : y = 2 : 3 : 5$ ，
 $\therefore \frac{3}{2} = \frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ ，
 故 $\frac{3}{2} = \frac{x}{3}$ ， $x = \frac{9}{2}$ ，
 $\frac{3}{2} = \frac{y}{5}$ ， $y = \frac{15}{2}$ 。



隨堂練習

已知 $x : y : z = 1 : 2 : 4$ ，回答下列問題。

(1) 若 $z = 6$ ，則 $x = ?$

$$\begin{aligned} x : 6 &= 1 : 4 \\ 4x &= 6 \\ x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

(2) 若 $z = 14$ ，則 $y = ?$

$$\begin{aligned} y : 14 &= 2 : 4 \\ 4y &= 28 \\ y &= 7 \end{aligned}$$



動動腦

設 $x : y : z = 2 : 3 : 5$ ，那麼是否可以得到 $5x = 3y = 2z$ ？為什麼？

不可以。

由 $x : y : z = 2 : 3 : 5$ ，可知 $x : y = 2 : 3$

而由 $5x = 3y = 2z$ ，可知 $5x = 3y$ ，此時 $x : y = 3 : 5$

$\therefore 2 : 3 \neq 3 : 5$

\therefore 由 $x : y : z = 2 : 3 : 5$ 無法得到 $5x = 3y = 2z$

● 重新布題

(1) 設 $12 : b : c = 2 : 5 : 3$ ，求 b 、 c 的值。

(2) 設 $a : 7 : b = \frac{2}{3} : \frac{2}{5} : \frac{2}{7}$ ，求 a 、 b 的值。

答：(1) $b = 30$ ， $c = 18$

(2) $a = \frac{35}{3}$ ， $b = 5$

● 重新布題

(1) 設 $x : 5 : 4 = 14 : y : 8$ ，求 x 、 y 的值。

(2) 設 $\frac{2}{3} : x : \frac{16}{15} = 5 : 6 : y$ ，求 x 、 y 的值。

答：(1) $x = 7$ ， $y = 10$

(2) $x = \frac{4}{5}$ ， $y = 8$

例 6

◆ 搭配習作
P.4 第 3 題

例 6 另解：

$$x : y = 5 : 4,$$

$$4x = 5y, x = \frac{5}{4}y,$$

$$y : z = 6 : 7,$$

$$6z = 7y, z = \frac{7}{6}y,$$

再將這兩個結果代入，但因牽涉到分數的運算，增加計算過程的複雜，教師可視學生的程度補充。

連比例式的運算 學習內容 N-9-1 — 1 —

設 $x : y = 5 : 4$ ， $y : z = 6 : 7$ ，求下列各連比。

(1) $2x : 3y : 4z$

(2) $(x-y) : (y-z) : (z-x)$

解	x	:	y	:	z
	5	:	4		
			6	:	7
	15	:	12	:	14

所以 $x : y : z = 15 : 12 : 14$ 。

(1) 由 $x : y : z = 15 : 12 : 14$ ，

可設 $x = 15m$ 、 $y = 12m$ 、 $z = 14m$ ($m \neq 0$)，

代入得 $2x : 3y : 4z = 30m : 36m : 56m = 15 : 18 : 28$ 。

(2) 以 $x = 15m$ 、 $y = 12m$ 、 $z = 14m$ ($m \neq 0$) 代入得

$$(x-y) : (y-z) : (z-x) = 3m : (-2m) : (-m)$$

$$= 3 : (-2) : (-1)。$$



隨堂練習

設 $x : y = 2 : 3$ ， $y : z = 4 : 3$ ，求下列各連比。

(1) $x : 2y : 4z$

$$x : y : z$$

$$2 : 3$$

$$\frac{4 : 3}{8 : 12 : 9}$$

$$8 : 12 : 9$$

所以 $x : y : z = 8 : 12 : 9$

可設 $x = 8m$ 、 $y = 12m$ 、 $z = 9m$ ($m \neq 0$)

$$x : 2y : 4z$$

$$= 8m : 24m : 36m$$

$$= 2 : 6 : 9$$

(2) $(x+y) : (y+z) : (z+x)$

以 $x = 8m$ 、 $y = 12m$ 、 $z = 9m$ ($m \neq 0$)

代入得

$$(x+y) : (y+z) : (z+x)$$

$$= 20m : 21m : 17m$$

$$= 20 : 21 : 17$$

重新布題

設 $x : y = 3 : 5$ ， $x : z = 4 : 7$ ，求下列各連比。

(1) $4x : 3y : z$

(2) $(2x-y) : (2y-z) : (2z-x)$

答：(1) $16 : 20 : 7$

(2) $4 : 19 : 30$

重新布題

設 $x : y = 4 : 7$ ， $y : z = 2 : 3$ ，求下列各連比。

(1) $2x : 2y : z$

(2) $(x+y) : (z-y) : z$

答：(1) $16 : 28 : 21$

(2) $22 : 7 : 21$

接著，我們來練習利用連比例式解應用問題。

例 7

◆搭配習作
P.4 第 4 題
P.5 第 5 題

例 7 提供兩種解法，教師可引導學生選擇自己較熟悉的方式來解題。

消費問題 學習內容 N-9-1 — 2 —

小翊、小靖和小妍去餐廳吃飯共付了 690 元，且三人所付金額的比為 9 : 6 : 8，則三人分別付了多少元？

解 1 由三人所付金額的比為 9 : 6 : 8，
可設三人所付的金額分別為 $9m$ 、 $6m$ 、 $8m$ ($m \neq 0$)，
則 $9m + 6m + 8m = 690$ ， $23m = 690$ ， $m = 30$ ，
得 $9m = 270$ 、 $6m = 180$ 、 $8m = 240$ ，
所以小翊付 270 元、小靖付 180 元、小妍付 240 元。

解 2 由題意可得知，
小翊付的錢占總金額的 $\frac{9}{9+6+8} = \frac{9}{23}$ ，付了 $690 \times \frac{9}{23} = 270$ 元；
小靖付的錢占總金額的 $\frac{6}{9+6+8} = \frac{6}{23}$ ，付了 $690 \times \frac{6}{23} = 180$ 元；
小妍付的錢占總金額的 $\frac{8}{9+6+8} = \frac{8}{23}$ ，付了 $690 \times \frac{8}{23} = 240$ 元。



課本概念

戶頭裡的錢—連比例



隨堂練習

某校合唱團有 64 人，分成甲、乙、丙三組，其人數比為 4 : 5 : 7。若新來一位團員，團長將他分到乙組，則後來甲、乙、丙三組人數的比為何？

設甲、乙、丙三組原來的人數分別為 $4m$ 、 $5m$ 、 $7m$ ($m \neq 0$)

則 $4m + 5m + 7m = 64$ ， $16m = 64$ ， $m = 4$

得 $4m = 16$ 、 $5m = 20$ 、 $7m = 28$

所以甲組原有 16 人、乙組原有 20 人、丙組原有 28 人

後來乙組變成 $20 + 1 = 21$ 人，其他兩組人數不變

所以後來甲、乙、丙三組的人數比為 16 : 21 : 28



重新布題

若甲、乙、丙三人身上現金的比為 11 : 7 : 14，且三人身上總金額為 1600 元，則甲、乙、丙三人身上的現金分別為多少元？

答：甲 550 元，乙 350 元，丙 700 元

重新布題

學校舉辦模範生選舉，共有三位候選人，已知甲的得票數是乙的 $\frac{3}{8}$ 倍，丙的得票數是甲的 5 倍，且三人共有 1092 票，則甲、乙、丙三人的得票數分別是幾票？

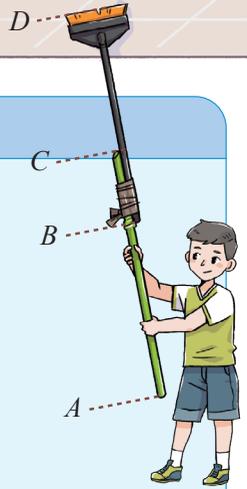
答：甲得 126 票，乙得 336 票，丙得 630 票

例 8

◆ 搭配習作
P.5 第 5 題

長度問題 學習內容 N-9-1

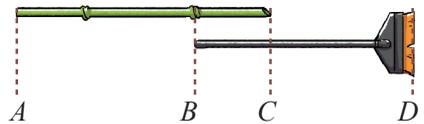
小翊拿了一根竹竿和一支掃把，並將其綁在一起，形成一根 220 公分的長掃把，用來打掃教室的天花板，如右圖所示，其中 \overline{BC} 為竹竿與掃把綁在一起的部分。若竹竿的 $\overline{AB} : \overline{BC} = 5 : 2$ ，掃把的 $\overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 2$ ，則竹竿和掃把的長度分別為多少公分？



解 由題意可知，

$$\overline{AB} : \overline{BC} = 5 : 2, \overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 2,$$

$$\begin{array}{r} \overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} \\ 5 : 2 \\ \hline 5 : 2 : 4 \end{array}$$



$$\text{所以 } \overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 2 : 4,$$

竹竿和掃把重疊後的全長為 220 公分，

$$\text{故竹竿長度} = 220 \times \frac{5+2}{5+2+4} = 220 \times \frac{7}{11} = 140 \text{ (公分)};$$

$$\text{掃把長度} = 220 \times \frac{2+4}{5+2+4} = 220 \times \frac{6}{11} = 120 \text{ (公分)}。$$

課外探索 P.194

◆ 畢氏音階

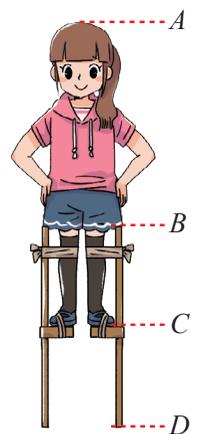


隨堂練習

如右圖，小妍練習踩高蹺，將兩根高蹺綁在腿上。已知小妍踩在高蹺上時高 200 公分，若身高的 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 1$ ，高蹺的 $\overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 1$ ，則他原來的身高為多少公分？

$$\begin{array}{r} \overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} \\ 2 : 1 \\ \hline 2 : 1 : 1 \end{array}$$

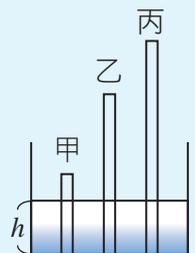
$$\text{故小妍的身高} = 200 \times \frac{2+1}{2+1+1} = 200 \times \frac{3}{4} = 150 \text{ (公分)}$$

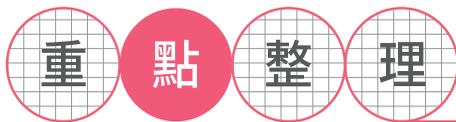


重新布題

如右圖，忻澄將甲、乙、丙三根竹竿垂直插入水中，已知水深均為 h 公尺，若甲竹竿露出水面的部分為全長的 $\frac{1}{3}$ ，乙竹竿露出水面的部分為全長的 $\frac{2}{3}$ ，丙竹竿露出水面的部分為全長的 $\frac{3}{4}$ ，則甲、乙、丙三根竹竿長度的連比為何？

答：3 : 6 : 8





1 連比及其運算性質

對於 a 、 b 、 c 三個不為 0 的數，

(1) 我們將 a 、 b 、 c 的連比記為 $a : b : c$ 。

例 $3 : 4 : 5$ 、 $8 : 15 : 17$ 都是連比。

(2) $a : b : c = (a \times m) : (b \times m) : (c \times m)$ ($m \neq 0$)。

例 $3 : 4 : 5 = (3 \times 2) : (4 \times 2) : (5 \times 2)$ 。

(3) $a : b : c = (a \div m) : (b \div m) : (c \div m)$ ($m \neq 0$)。

例 $12 : 16 : 20 = (12 \div 4) : (16 \div 4) : (20 \div 4)$ 。

2 連比例式及其運算性質

(1) 三個不為 0 的數 x 、 y 、 z ，若滿足 $x : y : z = a : b : c$ ，就稱為連比例式，其意義為 $x : y = a : b$ ， $y : z = b : c$ ， $x : z = a : c$ 。

例 若 $x : y : z = 3 : 4 : 5$ ，

則 $x : y = 3 : 4$ ，

$y : z = 4 : 5$ ，

$x : z = 3 : 5$ 。

(2) 若 $x : y : z = a : b : c$ ，且 a 、 b 、 c 皆不為 0，則：

① $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ 或 $x : a = y : b = z : c$ 。

② 可設 $x = am$ 、 $y = bm$ 、 $z = cm$ ($m \neq 0$)。

例 若 $x : y : z = 3 : 4 : 5$ ，則：

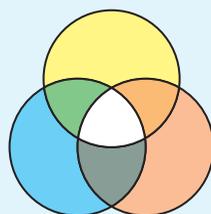
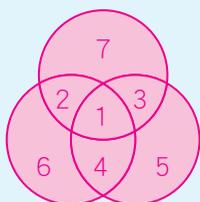
(1) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ 或 $x : 3 = y : 4 = z : 5$ 。

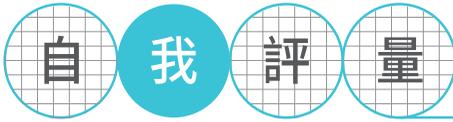
(2) 可設 $x = 3m$ 、 $y = 4m$ 、 $z = 5m$ ($m \neq 0$)。

趣味數學

右圖有三個圓疊在一起，試在每一個區域內分別填入 1 到 7 等 7 個數字，且使每一個圓內的四個數的和都是 13。

答：





1 求下列各題的連比 $x : y : z$ 。

P.10 例 3

(1) $x : y = 4 : 3$, $y : z = 5 : 8$

$$\begin{array}{l} x : y : z \\ 4 : 3 \\ \frac{5 : 8}{20 : 15 : 24} \end{array}$$

(2) $x : z = 3 : 5$, $y : z = 3 : 10$

$$\begin{array}{l} x : y : z \\ 3 : 5 \\ \frac{3 : 10}{6 : 3 : 10} \end{array}$$

2 求下列各題中 x 、 y 的值。

P.13 例 5

(1) $4 : 5 : 7 = 18 : x : y$

$$\begin{aligned} 4 : 5 &= 18 : x, 4x = 90 \\ x &= \frac{90}{4} = \frac{45}{2} \\ 4 : 7 &= 18 : y, 4y = 126 \\ y &= \frac{126}{4} = \frac{63}{2} \end{aligned}$$

(2) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} = x : 2 : y$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} &= 6 : 4 : 3 = x : 2 : y \\ 6 : 4 &= x : 2, 4x = 12, x = 3 \\ 4 : 3 &= 2 : y, 4y = 6, y = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

3 設 $x : y : z = 3 : 4 : 5$, 求 $(x + 2y - z) : (2x - y + z)$ 的比。

P.14 例 6

$$\begin{aligned} \text{設 } x &= 3m, y = 4m, z = 5m (m \neq 0) \\ \text{則 } (x + 2y - z) : (2x - y + z) &= (3m + 8m - 5m) : (6m - 4m + 5m) \\ &= 6m : 7m \\ &= 6 : 7 \end{aligned}$$

歷屆試題觀摩

(C) 1. 中秋節時阿柚製作的廣式月餅、蛋黃酥、鳳梨酥的數量比為 $2 : 1 : 3$, 其中只有製作廣式月餅和蛋黃酥時使用鹹蛋黃。若阿柚製作每個廣式月餅時使用 2 顆鹹蛋黃, 製作每個蛋黃酥時使用 1 顆鹹蛋黃, 且總共使用 120 顆鹹蛋黃, 則他製作了幾個鳳梨酥? 【109 年教育會考】



數位備課

- (A) 45
(B) 60
(C) 72
(D) 120

