

# 1-1 連比

1 連比例      2 連比例式的應用

## 主題 1 連比與連比例式

三個或三個以上數量的比要如何表示？

參考右圖的食譜，製作 12 個粽子，需要沙拉油 15 公克、鹽 3 公克、醬油 6 公克，我們可以說沙拉油、鹽、醬油的重量比是 15 比 3 比 6，記作  $15:3:6$ ，像這樣三個或三個以上的數連續的比，就稱為**連比**。當然，由沙拉油重量：鹽重量：醬油重量  $= 15:3:6$ ，可以得到

- (1) 沙拉油重量：鹽重量  $= 15:3$
- (2) 鹽重量：醬油重量  $= 3:6$
- (3) 沙拉油重量：醬油重量  $= 15:6$

| 材料 (製作 12 個粽子)         |        |
|------------------------|--------|
| 米飯                     |        |
| 長糯米                    | 600 公克 |
| 高湯                     | 120 公克 |
| 調味料                    |        |
| 沙拉油                    | 15 公克  |
| 鹽                      | 3 公克   |
| 醬油                     | 6 公克   |
| 其他                     |        |
| 鹹蛋黃、蝦米、滴香菇、杏鮑菇、滴豬肉、素火腿 |        |

### 隨堂練習

媽媽調製一壺焦糖伯爵奶茶，原料是伯爵茶 7 杯、鮮奶 2 杯、焦糖 1 杯。

(1) 寫出伯爵茶、鮮奶、焦糖份量的連比。

$7:2:1$

(2) 寫出伯爵茶與鮮奶份量的比。

$7:2$

(3) 寫出伯爵茶與焦糖份量的比。

$7:1$

現在我們要做相同口味的粽子 24 個，會根據食譜中材料和配料所需重量的 2 倍製作，其中沙拉油 30 公克、鹽 6 公克、醬油 12 公克；同樣的，要做相同口味的粽子 4 個，會根據上頁食譜中材料和配料所需重量的  $\frac{1}{3}$  製作，其中沙拉油 5 公克、鹽 1 公克、醬油 2 公克。

此時製作 12 個、24 個、4 個相同口味的粽子，所需之沙拉油、鹽、醬油重量的連比  $15:3:6$ 、 $30:6:12$  和  $5:1:2$  是一樣的，即

$$15:3:6 = 30:6:12$$

15、3、6 同乘以 2

$$15:3:6 = 5:1:2$$

15、3、6 同除以 3

由上面的說明，我們可以得到：

### 連比的運算性質

若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是三個不為 0 的數，則：

- (1)  $a:b:c = (a \times m):(b \times m):(c \times m) (m \neq 0)$ 。
- (2)  $a:b:c = (a \div m):(b \div m):(c \div m) (m \neq 0)$ 。

### 例 1 連比的運算

若甲、乙兩個大小不同的音樂盒，它們長、寬、高的連比都是  $6:3:2$ ，已知甲的長是 18 公分，乙的高是 5 公分，則右表中的空格分別是多少？

|   | 長  | 寬 | 高 |
|---|----|---|---|
| 甲 | 18 |   |   |
| 乙 |    |   | 5 |

(單位：公分)

**解** 甲音樂盒 因為長：寬：高  $=6:3:2$ ，而長為 18 公分，  
將連比  $6:3:2$  同乘以 3 可得  $6:3:2=18:9:6$ ，  
因此寬為 9 公分，  
高為 6 公分。

乙音樂盒 因為長：寬：高  $=6:3:2$ ，而高為 5 公分，  
將連比  $6:3:2$  同乘以  $\frac{5}{2}$  可得  $6:3:2=15:\frac{15}{2}:5$ ，  
因此長為 15 公分，  
寬為  $\frac{15}{2}$  公分。

### 隨堂練習

有一個長方體，長、寬、高的連比為  $4:6:9$ ，若長方體的寬是 4 公分，則長方體的長、高各為多少公分？

因為長：寬：高  $=4:6:9$ ，而寬為 4

則長：4：高  $=4:6:9$ ，長  $=\frac{4 \times 4}{6} = \frac{8}{3}$ ，高  $=\frac{4 \times 9}{6} = 6$

所以長  $=\frac{8}{3}$  公分，高  $=6$  公分

根據粽子的食譜，假設包若干個粽子，為了維持相同的口味，分別需要沙拉油、鹽、醬油的用量為  $x$ 、 $y$ 、 $z$  公克，則必須滿足  $x:y:z=15:3:6$ ，像  $x:y:z=15:3:6$  這樣的式子，就稱為連比例式。

若有三個不為 0 的數  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，滿足連比例式  $x:y:z=a:b:c$ ，則可得  $x:y=a:b$ ， $y:z=b:c$ ， $x:z=a:c$ 。反過來說，如果我們知道  $x:y$ 、 $y:z$ 、 $x:z$  這三個比中的任意兩個，是否就可以求出連比  $x:y:z$  呢？我們來看看下面的例題。

## 例 2 連比例的應用 能力指標 7-n-15

小祐調查公園裡的昆蟲，發現蜻蜓和蝴蝶的隻數比為  $2:3$ ，蝴蝶和蜜蜂的隻數比為  $3:5$ ，寫出蜻蜓、蝴蝶和蜜蜂隻數的連比。

解 蜻蜓：蝴蝶  $= 2:3$ ，蝴蝶：蜜蜂  $= 3:5$ ，

意思是當有 3 隻蝴蝶時就有 2 隻蜻蜓和 5 隻蜜蜂，

所以蜻蜓：蝴蝶：蜜蜂  $= 2:3:5$ 。

以下面的形式呈現這樣的過程：

$$\begin{array}{rccccccc} & \text{蜻蜓} & : & \text{蝴蝶} & : & \text{蜜蜂} & \\ & 2 & : & 3 & & & \\ & & & 3 & : & 5 & \\ \hline & 2 & : & 3 & : & 5 & \end{array}$$

### 隨堂練習

設  $x:z=3:2$ ， $y:z=7:2$ ，求  $x:y:z$ 。

$$\begin{array}{rccccccc} & x & : & y & : & z & \\ & 3 & : & & : & 2 & \\ & & : & 7 & : & 2 & \\ \hline & 3 & : & 7 & : & 2 & \end{array}$$

所以  $x:y:z=3:7:2$

## 例 3 連比例式的運算 對應能力指標 7-n-15

求下列各題的連比。

(1) 設  $x:y=4:5$ ， $x:z=6:7$ ，求  $x:y:z$ 。

(2) 設  $x$ 、 $y$ 、 $z$  皆不為 0，且  $2x=3y$ ， $2y=3z$ ，求  $x:y:z$ 。

解 (1) 因為  $x:y$  和  $x:z$  都含有  $x$ ，

要求  $x:y:z$  必須先將兩個比的  $x$  化為相同的數，

因此我們可以將  $x$  化為 4 和 6 的最小公倍數 12，

$$\begin{array}{rccccccc} \text{得到} & x & : & y & : & z & \\ & 4 & : & 5 & & & \\ & 6 & & & : & 7 & \\ \hline & (4 \times 3) & : & (5 \times 3) & & & \\ & (6 \times 2) & & & : & (7 \times 2) & \\ \hline & 12 & : & 15 & : & 14 & \end{array}$$

所以  $x:y:z=12:15:14$ 。

(2) 由  $2x=3y$ ，得  $x:y=3:2$ ，

由  $2y=3z$ ，得  $y:z=3:2$ ，

$$\begin{array}{rccccccc} x & : & y & : & z & & \\ 3 & : & 2 & & & & \\ & & 3 & : & 2 & & \\ \hline (3 \times 3) & : & (2 \times 3) & & & & \\ & & (3 \times 2) & : & (2 \times 2) & & \\ \hline 9 & : & 6 & : & 4 & & \end{array}$$

所以  $x:y:z=9:6:4$ 。

### 隨堂練習

求下列各題的連比。

(1) 設  $x:y=3:4$ ， $y:z=2:7$ ，求  $x:y:z$ 。

$$\begin{array}{rccccccc} x & : & y & : & z & & \\ 3 & : & 4 & : & & & \\ & & : & 2 & : & 7 & \\ \hline 3 & : & 4 & : & 14 & & \end{array}$$

所以  $x:y:z=3:4:14$ 。

(2) 設  $x$ 、 $y$ 、 $z$  皆不為 0，且  $9x=2z$ ， $6y=5z$ ，求  $x:y:z$ 。

由  $9x=2z$ ，得  $x:z=2:9$

由  $6y=5z$ ，得  $y:z=5:6$

$$\begin{array}{rccccccc} x & : & y & : & z & & \\ 2 & & & : & 9 & & \\ & & 5 & : & 6 & & \\ \hline (2 \times 2) & & & : & (9 \times 2) & & \\ & & (5 \times 3) & : & (6 \times 3) & & \\ \hline 4 & : & 15 & : & 18 & & \end{array}$$

所以  $x:y:z=4:15:18$ 。

## 學習單 1-1 連比例

### 1 連比例式的運算

若  $x$ 、 $y$ 、 $z$  均不為 0，求下列各題的連比  $x:y:z$ 。

(1)  $x:y=6:5$ ， $y:z=2:3$

(2)  $2x:3y=8:9$ ， $2y:z=6:5$

### 2 連比例式的求值

求  $x$ 、 $y$  的值。

$$x:4:6=9:13:y$$

### 3 連比例式的運算

設  $x:y:z=4:3:2$ ，試回答下列問題。

(1)  $(x+y):(y+z):(z+x)=$ \_\_\_\_\_。

(2) 若  $x+y+z=450$ ，則  $x+y-z=$ \_\_\_\_\_。

(3) 若  $x+2y+3z=320$ ，則  $(x+1):(y+3):(z+5)=$ \_\_\_\_\_。

### 4 連比例式的應用問題

(1) 學校規畫本學期共 96 天的行事曆，分為上課日、活動日及段考日三種行程，其所占日數比為上課日：活動日：段考日 = 21：2：1，則這個學期中的上課日為幾天？

(2) 下圖中的天平皆保持平衡，已知同一種水果重量相同，則 、、 的重量比為多少？



(3) 最賣座的三部系列動畫電影分別是史瑞克、冰原歷險記及玩具總動員。這三系列電影的總銷售金額是 83 億美元。史瑞克與冰原歷險記的銷售金額比為 5：4，冰原歷險記與玩具總動員的銷售金額比為 7：5，回答下列問題：

a. 哪一系列的動畫電影最賣座？ b. 最賣座的系列動畫電影銷售金額為多少？

