111 學年度彰化縣（市）彰安國中教師專業發展實踐方案

公開授課／教學觀察—觀察前會談紀錄表

<table>
<tr><td>授課教師</td><td>林清煌</td><td>任教
年級</td><td>二</td><td>任教領域
/科目</td><td>數學</td></tr>
<tr><td>回饋人員
（認證教師）</td><td>薛正本</td><td>任教
年級</td><td>三</td><td>任教領域
/科目</td><td>數學</td></tr>
<tr><td>備課社群（選填）</td><td></td><td colspan="2">教學單元</td><td colspan="2">第五冊 2-1
點、直線與圓之間的位置關係</td></tr>
<tr><td>觀察前會談
（備課）日期</td><td>111 年 10 月 27 日</td><td colspan="2">地點</td><td colspan="2">圖書館</td></tr>
<tr><td>預定入班教學觀察
/公開授課日期</td><td>111 年 10 月 28 日</td><td colspan="2">地點</td><td colspan="2">301 教室</td></tr>
</table>

一、學習目標（含核心素養、學習表現與學習內容）：

S-9-7：點、直線與圓的關係：點與圓的位置關係（內部、圓上、外部）；直線與圓的位置關係（不相交、相切、交於兩點）；圓心與切點的連線垂直此切線（切線性質）；圓心到弦的垂直線段（弦心距）垂直平分此弦。

s-IV-14：認識圓的相關概念（如半徑、弦、弧、弓形等）和幾何性質（如圓心角、圓周角、圓內接四邊形的對角互補等），並理解弧長、圓面積、扇形面積的公式。

二、學生經驗（含學生先備知識、起點行為、學生特性…等）：

1.已理解點、線、圓的基本意義。

2.具備基本尺規作圖的能力。

2.不擅以數學語言表達，思考邏輯較遲鈍。但對有具體圖像的數學概念較易理解。

三、教師教學預定流程與策略：

1.學生預習。

2.概念講解。

3.例題說明。

4.學生回答。

5.分析及說明學生錯誤概念。

四、學生學習策略或方法：

1.了解概念內容，並應用於課堂練習題。

2.尚有不了解則提問教師。

五、教學評量方式（請呼應學習目標，說明使用的評量方式）：

（例如：實作評量、檔案評量、紙筆測驗、學習單、提問、發表、實驗、小組討論、自評、互評、角色扮演、作業、專題報告或其他。）

1.提問

2.例題練習

3.學生發表

六、觀察焦點（由授課教師決定，不同觀課人員可安排不同觀察焦點或觀察任務）：

1.授課流暢度

2.學生表現

七、觀察工具（例如：觀察紀錄表、教師語言流動表……）：

1.觀察紀錄表

八、回饋會談預定日期與地點：（建議於教學觀察後三天內完成會談為佳）

日期：111 年 10 月 28 日

地點：圖書館

2-1 點、直線與圓之間的位置關係

Are You Ready?

主題1　圓

主題2　點與圓的位置關係

主題3　直線與圓的位置關係

主題4　切線段

主題5　弦與弦心距

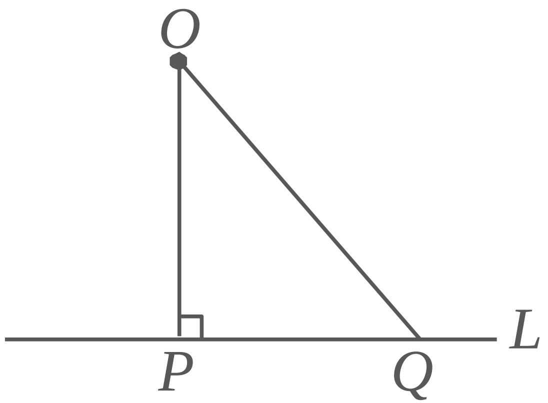
重點整理

自我評量

+++ 線外一點到直線的距離

如右圖，已知直線 L 與線外一點 O，

則 O 點到 L 的距離是下列哪一條線段長？

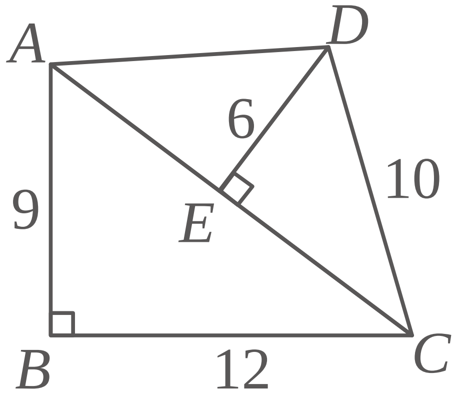


(A) $\overline{OP}$ (B) $\overline{OQ}$

解 (A)

+++ 畢氏定理

如右圖，已知 $\overline{AB}\perp\overline{BC}$，$\overline{DE}\perp\overline{AC}$，則：



解

(1) $\overline{AC}=$ ___15___。

(2) $\overline{AD}=$ ___$\sqrt{85}$___。

+++ 弧長與扇形面積

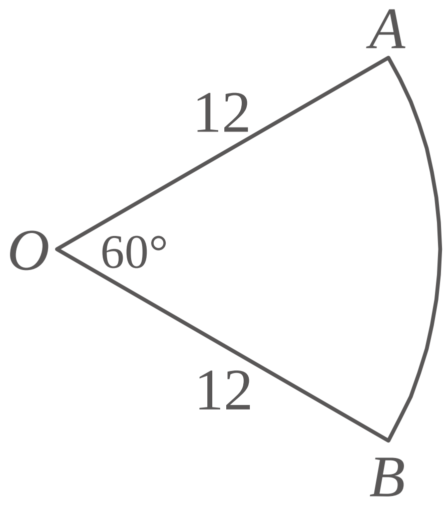
如右圖，若一扇形的半徑為 12，且 $\angle AOB=60°$，

解

則此扇形的弧長為 12.56 ，

面積為 75.36 。

(圓周率以3.14計算)



我們知道，一般自行車的車輪都是圓形的。騎乘時，可以利用車輪滾動的圈數來計算出距離，像是自行車使用的碼表，都會在車輪的鋼絲裝上一個感應磁鐵，記錄車輪滾動的圈數。最後將車輪滾動的圈數乘上圓周長，就可以知道騎乘的距離是多少了。你知道除了圓周長外，圓還有哪些性質呢？

過去我們已經認識一些平面幾何圖形及其性質，如三角形、平行四邊形、梯形等。接下來，我們要介紹另一個常見的平面圖形。

圓

在平面上，與一個固定點距離相等的所有點，組成的圖形稱為圓。這個固定點稱為圓心，圓心到圓上任一點的連線段稱為半徑。如圖 1，O 點是圓 O 的圓心，$\overline{OA}$ 是圓 O 的半徑。

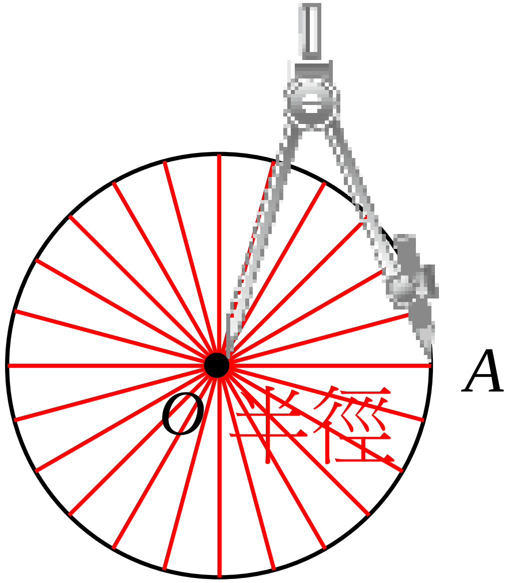


圖 1

弦

將圓上相異兩點所連接的線段稱為弦，通過圓心的弦稱為直徑，而直徑是該圓最長的弦。如圖 2，$\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 都是弦，其中 $\overline{CD}$ 為直徑。

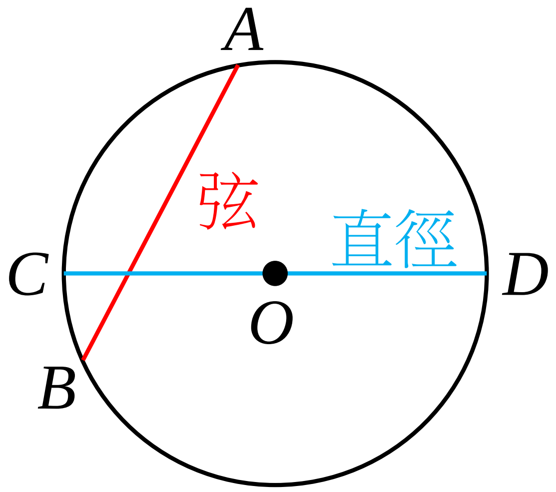


圖 2

弧

　　每一條弦都會將圓分成兩部分，
每一部分都稱為**弧**。當弦為直徑時，
這兩個弧會一樣大，稱為**半圓**。
如果弦不是直徑，弧就不一樣大，
其中較大的弧稱為**優弧**，較小的弧稱為**劣弧**。

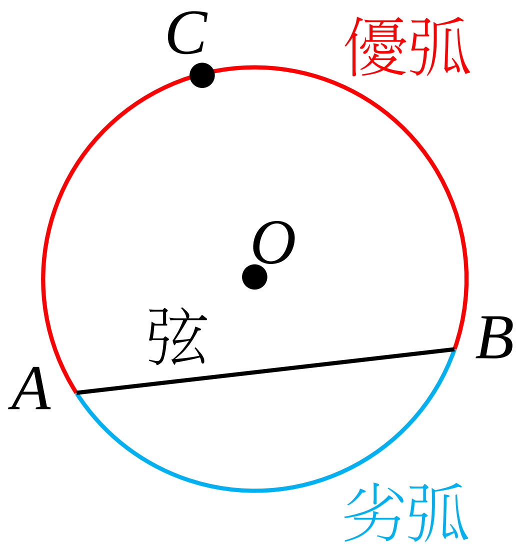


圖 3

弧

如圖 3，$\overline{AB}$ 將圓分成大小兩弧，
兩弧皆可記為 $\overset{\frown}{AB}$，但為了加以區別，
通常將劣弧表示為 $\overset{\frown}{AB}$；
而優弧可在弧上另取一點 C，表示為 $\overset{\frown}{ACB}$。
$\overset{\frown}{AB}$ 除了可用來表示這段弧，
也可以表示它的長度。

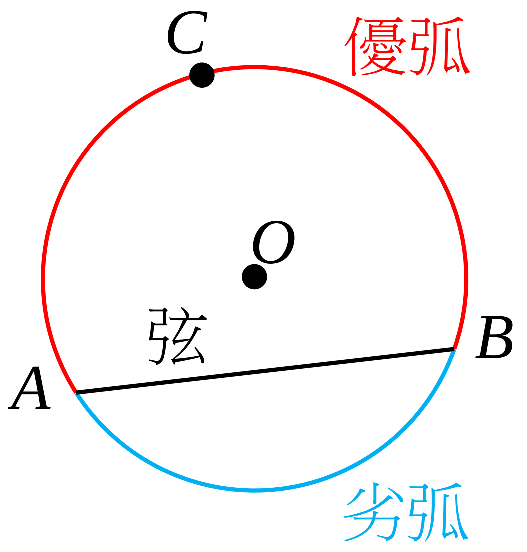


圖 3

康軒文教事業

弓形

圓的一弦將圓分成兩個弧，此弦與任一弧所圍成的圖形稱為弓形，如圖 4。

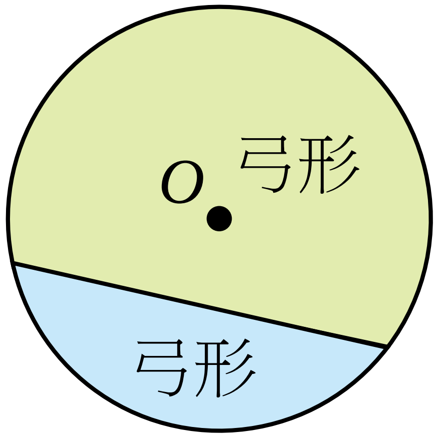


圖 4

圓心角

以圓心為頂點，兩半徑為邊所夾的角，稱為**圓心角**。如圖 5，$\angle 1$、$\angle 2$ 都是圓心角。

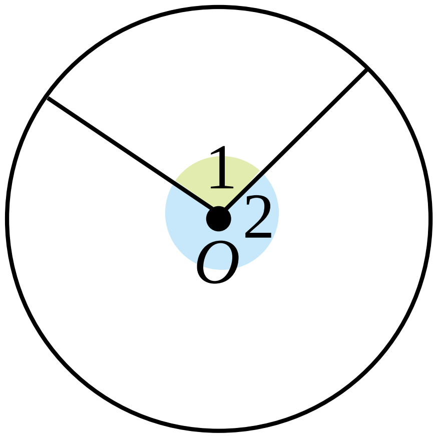


圖 5

扇形

在圓上，兩半徑與一弧所圍成的圖形，稱為**扇形**。如圖 6，半徑 $\overline{OA}$、$\overline{OB}$ 將圓分成兩個扇形，在沒有特別指定下，我們所說的扇形 AOB 通常是指圓心角較小的扇形，如圖 6 中的藍色部分。

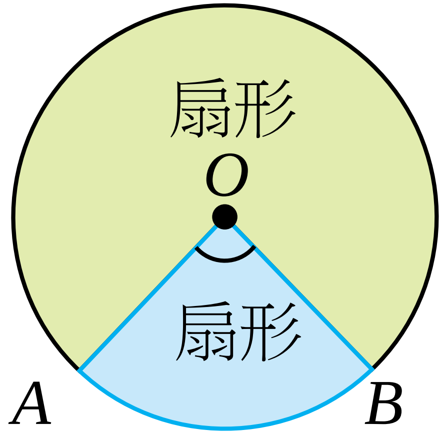
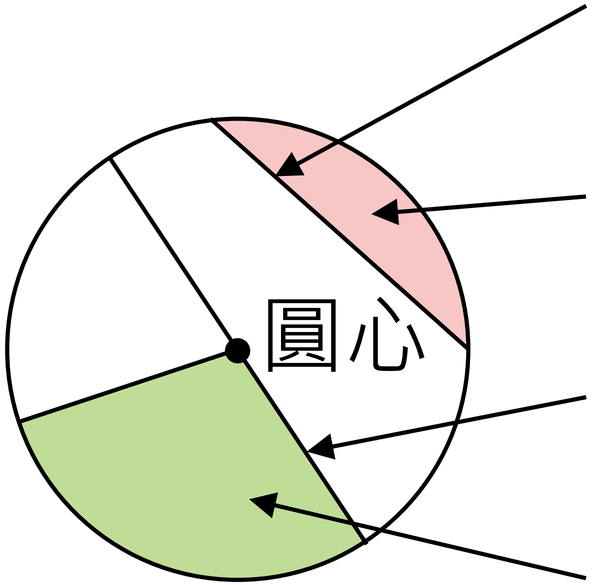


圖 6

2. 在下列空格中填入適當名稱。

解



連接圓上任兩點的線段：__弦__。

圓的一弦和一弧所圍成的圖形：__弓形__。

通過圓心的弦：__直徑__。

兩半徑和一弧所圍成的圖形：__扇形__。

弧長與扇形面積

我們在國小時學過圓周長和圓面積的公式：

圓周長＝直徑×圓周率；圓面積＝半徑×半徑×圓周率。

其中圓周率是「圓周長與直徑的比值」，約為 3.14。

事實上，圓周率無法以有限小數或分數來表示，在數學上以符號「π」(讀作「ㄆㄞ」)來表示它。當一圓的半徑為 r，可得：

圓周長＝$2r\times\pi$＝$2\pi r$；圓面積＝$r\times r\times\pi$＝πr^2。

此時，弧長與扇形面積又該如何計算呢？

如圖 7，圓心角 $\angle AOB = x^\circ$，
由於周角是 360°，
因此 $\angle AOB$ 是周角的 $\dfrac{x}{360}$ 倍，
所以 $\angle AOB$ 所對的 $\overset{\frown}{AB}$ 長度
就是圓周長的 $\dfrac{x}{360}$ 倍。
所夾的扇形 AOB 面積就是圓面積的 $\dfrac{x}{360}$ 倍。

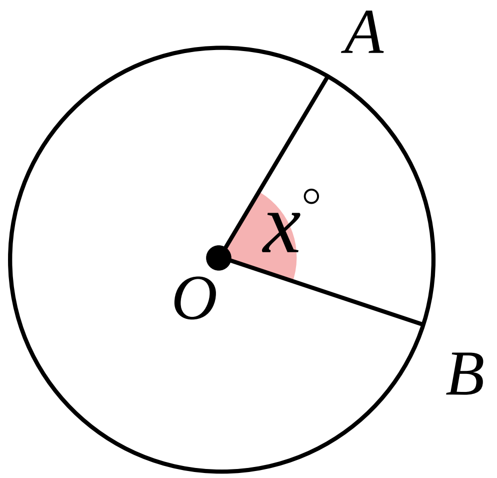


圖 7

也就是說：

Key point

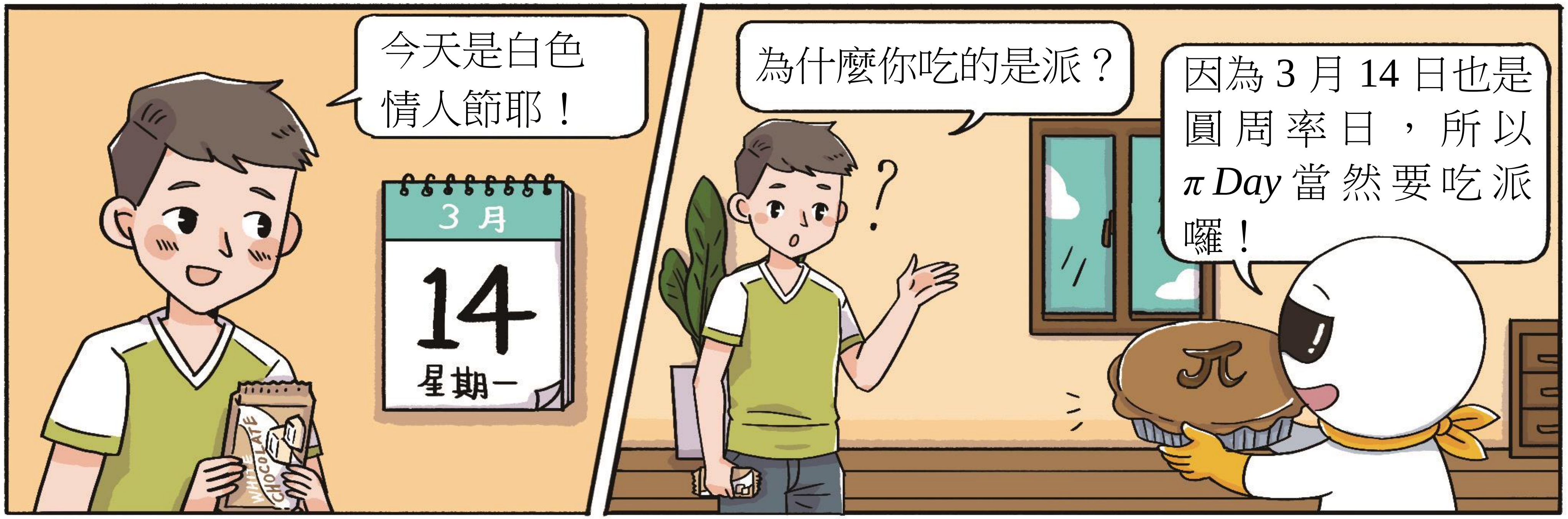
弧長與扇形面積

當一圓的半徑為 r，其中一弧所對應的圓心角為 x°，則：

(1)弧長＝圓周長$\times\frac{x}{360}=2\pi r\times\frac{x}{360}$。

(2)扇形面積＝圓面積$\times\frac{x}{360}=\pi r^2\times\frac{x}{360}$。

數學好好玩　圓周率 π



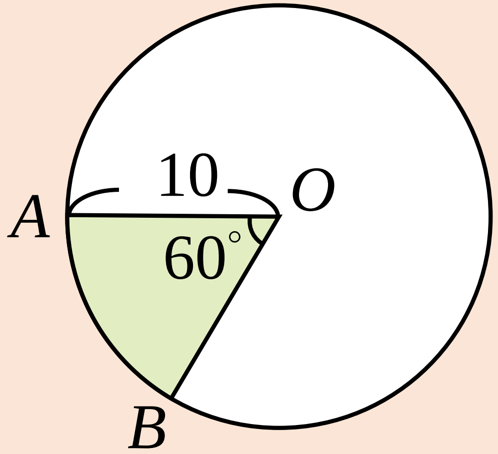
你知道嗎？

π 為希臘文「圓周」的第一個字母，音近似「派」。因近似值為 3.14，人們將每年的 3 月 14 日訂為 π 日。

例 1 求弧長、扇形周長和面積　搭配課本p85

如右圖，圓 O 的半徑為 10 公分，

圓心角 $\angle AOB = 60^\circ$，則：



(1) $\overset{\frown}{AB}$ 的長度為多少公分？

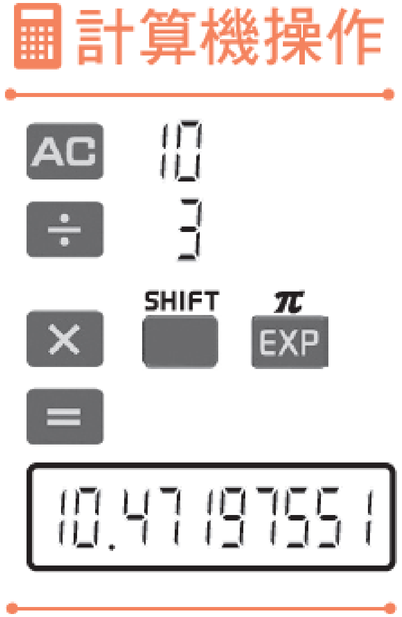
解

$\overset{\frown}{AB}$ 的長度

$= 2\pi \times 10 \times \dfrac{60}{360}$

$= \dfrac{10}{3}\pi$(公分)

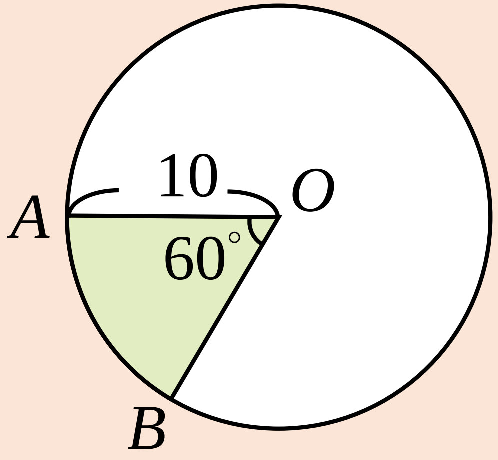
可以利用計算機上的 π 鍵，求出含有圓周率的近似值喔！



例 1 求弧長、扇形周長和面積 搭配課本p85

如右圖，圓 O 的半徑為 10 公分，圓心角 $\angle AOB=60^\circ$，則：

(2)扇形 AOB 的周長為多少公分？



解 扇形 AOB 的周長

$$=\overset{\frown}{AB}+\overline{OA}+\overline{OB}$$

$$=\frac{10}{3}\pi+10+10$$

$$=\frac{10}{3}\pi+20(\text{公分})$$

Hint

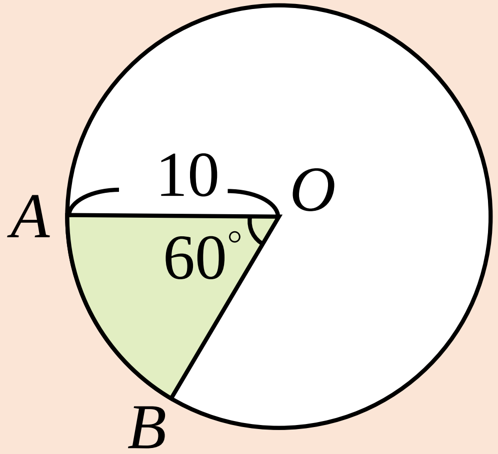
扇形周長＝弧長＋半徑x2。

例① 求弧長、扇形周長和面積 搭配課本p85

如右圖，圓 O 的半徑為 10 公分，

圓心角 $\angle AOB=60^\circ$，則：

(3)扇形 AOB 的面積為多少平方公分？



解 扇形 AOB 的面積

$=\pi\times10^2\times\dfrac{60}{360}$

$=\dfrac{50}{3}\pi$(平方公分)

有些計算機上會有 π 的按鍵，這就代表圓周率的意思。(操作方式可參閱書末 P.V～VI「計算機使用說明」)

例 2 已知扇形面積或弧長求圓心角　搭配課本p86

(1)已知一扇形的面積為 48π 平方公分，半徑為 12 公分，求此扇形的圓心角。

解 假設圓心角為 x°，

$\pi\times12^2\times\dfrac{x}{360}=48\pi$，

得 $x=120$，

所以圓心角為 120°。

Hint

也可以這樣算：

圓面積 $=\pi\times12^2=144\pi$，

扇形面積占圓面積的 $\dfrac{48\pi}{144\pi}=\dfrac{1}{3}$，

所以此扇形的圓心角

$=360^\circ\times\dfrac{1}{3}=120^\circ$。

例 2 已知扇形面積或弧長求圓心角 搭配課本p86

(2)已知半徑為 15 公分的圓中，有一弧長為 5π 公分，求此弧所對應的圓心角。

解 假設圓心角為 y°，

$2\pi\times15\times\frac{y}{360}=5\pi$，

得 $y=60$，

所以圓心角為 60°。

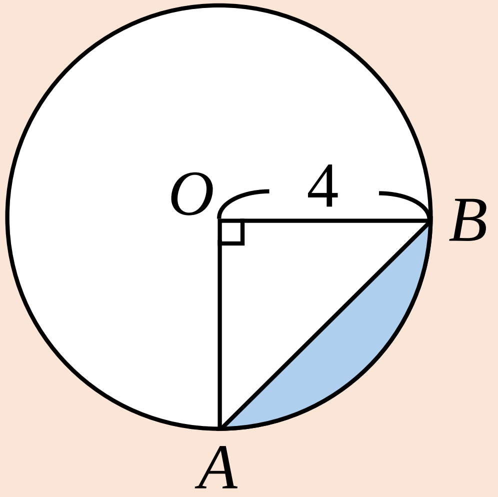
例③ 求弓形的面積與周長

搭配課本p87

如右圖，圓 O 的半徑為 4 公分，

圓心角 $\angle AOB=90^\circ$，則：

(1)藍色弓形的面積為多少平方公分？



解

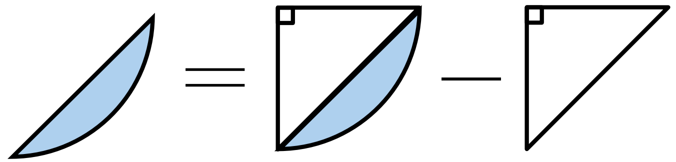
弓形面積

＝扇形 AOB 面積－直角△AOB 面積

$=\pi\times4^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times4\times4$

$=4\pi-8$(平方公分)

Hint

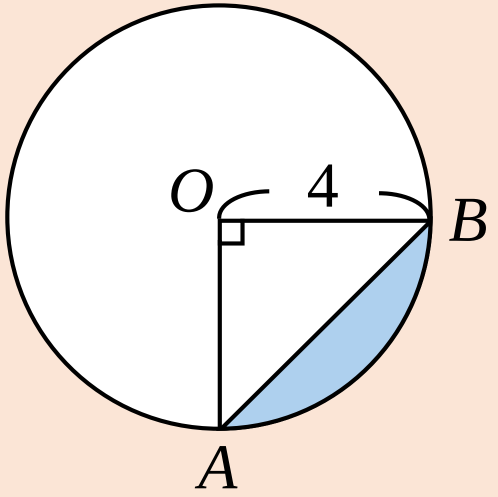


例 3 求弓形的面積與周長 搭配課本p87

如右圖，圓 O 的半徑為 4 公分，

圓心角 $\angle AOB=90^\circ$，則：

(2)藍色弓形的周長為多少公分？



解 弓形周長 $=\overset{\frown}{AB}+\overline{AB}$

$$=2\pi\times4\times\frac{90}{360}+\sqrt{4^2+4^2}$$

$$=2\pi+4\sqrt{2}\text{ (公分)}$$

數學好好玩 π 謎阿

填字遊戲是一種常見的紙上益智遊戲，根據題目的提示，將答案填入對應直行或橫列的格子裡。請翻到書末 *P*.IV「π 謎阿」，利用弧長與扇形面積公式，幫助宗霖與玲誼逃離死亡森林。

由圖 8 可知，圓將其所在平面分成三部分：

(1)圓的內部(如圖藍色區域，包含圓心)。

(2)圓周(如圖紅線部分)。

(3)圓的外部(如圖白色區域)。

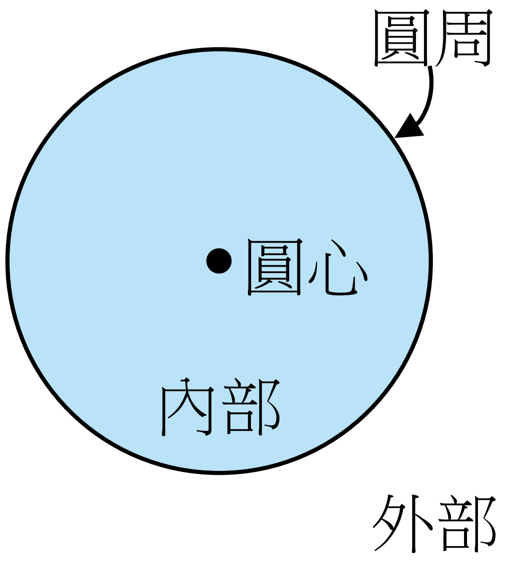
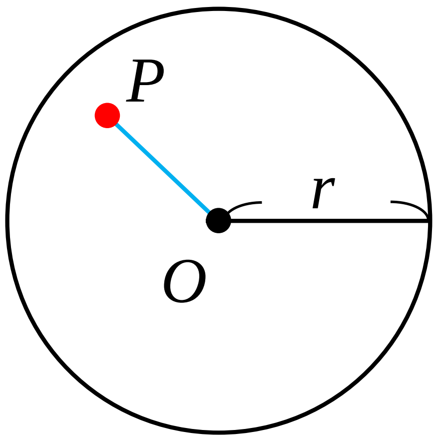
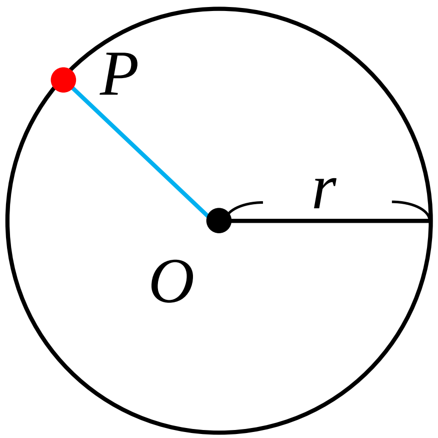
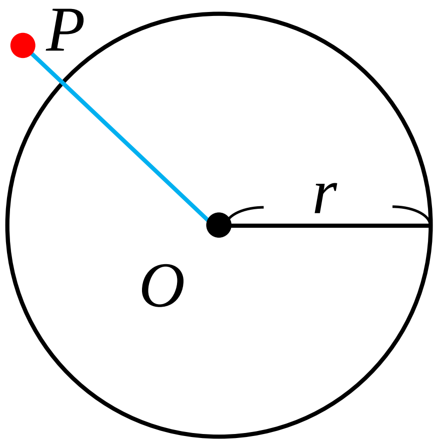


圖 8

在平面上，任一點 P 與圓 O (半徑 r)的位置關係，
有下列三種情形：

點與圓的位置關係	點在圓內	點在圓上	點在圓外
圖示			
點與圓心的距離	$\overline{OP}<r$	$\overline{OP}=r$	$\overline{OP}>r$

2. 承 1.，若此圓的半徑為 r，分別作 $\overline{AO}$、$\overline{BO}$、$\overline{CO}$、$\overline{DO}$、$\overline{EO}$，試比較這五條線段長與 r 的大小關係。(在空格中填入＞、＜或＝)

解

(1) $\overline{AO}$ ___＜___ r。 (2) $\overline{BO}$ ___＝___ r。 (3) $\overline{CO}$ ___＝___ r。

(4) $\overline{DO}$ ___＞___ r。 (5) $\overline{EO}$ ___＞___ r。