

# 文興高中考前練習

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 得分：\_\_\_\_\_

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$

一、單選題：每題 6 分，共 18 分。

( ) 1.  $a = (0.7)^{\frac{-4}{3}}$ ， $b = (0.49)^{-1}$ ， $c = (0.7)^{\sqrt{2}}$ ， $d = \sqrt[3]{(0.7)^5}$ ， $e = \left(\frac{10}{7}\right)^{-1.5}$  五數中，最小的為 (A)  $a$  (B)  $b$  (C)  $c$  (D)  $d$  (E)  $e$ 。

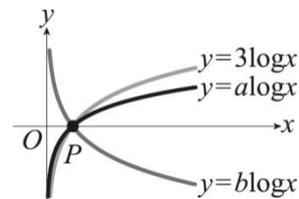
( ) 2. 將 1 萬元存入銀行，年利率 2%，每半年複利計算一次，設  $t$  年後的本利和為  $f(t)$  萬元，求  $f(t) =$   
 (A)  $(1+2\%)^t$  (B)  $(1+t \cdot 2\%)$  (C)  $(1+1\%)^t$  (D)  $(1+2\%)^{2t}$  (E)  $(1+1\%)^{2t}$ 。

( ) 3.  $a = 10^{0.35}$ ， $b = \frac{10^{0.3} + 10^{0.4}}{2}$ ， $c = \log\left(\frac{1600 + 2 \times 2200}{3}\right)$ ， $d = \frac{\log 1600 + 2 \times \log 2200}{3}$ ，  
 比較此四數的大小，下列何者正確？ (A)  $c > d > b > a$  (B)  $d > c > b > a$   
 (C)  $a > b > d > c$  (D)  $d > c > a > b$  (E)  $a > b > c > d$ 。

二、多選題：每題 6 分，共 24 分。

( ) 1. 設  $0 < a < 1$ ，關於函數  $f(x) = a^x$ ，選出所有正確的選項  
 (A)  $f(2) > 1$  (B)  $k$  為任意實數， $f(x)$  的圖形與直線  $y = kx + 1$  一定有交點 (C) 若  $f(x) > f(2)$ ，則  $x > 2$  (D)  $f(x)$  的圖形凹口向上 (E)  $f(x)$  的圖形與直線  $y = x$  必相交。

( ) 2. 對數函數  $y = 3 \log x$ ， $y = a \log x$ ， $y = b \log x$  的圖形如右下，其中  $y = 3 \log x$  與  $y = b \log x$  的圖形對稱於  $x$  軸，選出所有正確的選項



(A)  $P$  點坐標為  $(1, 0)$  (B) 點  $(0.01, k_1)$ 、 $(0.01, k_2)$  分別在  $y = 3 \log x$ ， $y = a \log x$  的圖形上，則  $k_1 < k_2$  (C)  $b = -\frac{1}{3}$

(D)  $a > 3$  (E) 任一條水平線與  $y = b \log x$  的圖形恰交於一點。

( ) 3. 二次世界大戰製造轟炸機時發現：製造第  $n$  架轟炸機所需的工時為  $T(n)$  (年)，且  $T$  與  $n$  之間的關係為  $T(n) = \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_2 n}$ ，下列哪些正確？ (A)  $T(1) = \frac{4}{5}$  (B)

$$\frac{T(3)}{T(2)} = \frac{T(30)}{T(20)} \quad (\text{C}) \frac{T(2k)}{T(k)} = \frac{4}{5} \quad (\text{D}) T(3)、T(6)、T(9) \text{ 為等比數列} \quad (\text{E}) \text{生產第 } 2k$$

架轟炸機所需的時間比生產第  $k$  架轟炸機所需的時間減少 20%。

- ( ) 4. 設  $a > 0, a \neq 1$ ，已知  $(-3, 5)$  為指數函數  $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ ，則對數函數  $y = \frac{1}{\log a} \log x$  會通過下列哪些點？ (A)  $(5, 3)$  (B)  $(5, -3)$  (C)  $(0, 1)$  (D)  $\left(\frac{1}{5}, -3\right)$  (E)  $(25, -6)$ 。

三、選填題：每題 5 分，共 40 分。

1. 解方程式  $(3\sqrt{3})^{x+2} = \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^{-x}$ ， $x =$  \_\_\_\_\_。

2.  $\log(-x) + \log 40 = 3$ ， $x =$  \_\_\_\_\_。

3. 放射性元素碘 131 可用來治療甲狀腺腫瘤，其半衰期為 8 天，若容器中原有碘 131 共  $x$  克，經過 40 天後剩下 1.75 克，可求得  $x =$  \_\_\_\_\_。

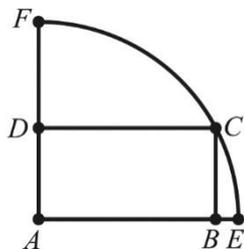
4. 若  $f(x) = \log \frac{x}{\sqrt{10}}$ ，則  $10^{\log 7 \times \log_7 6} + 4 \times f(10^7) =$  \_\_\_\_\_。

5. 將  $\left(\frac{1}{2}\right)^{45}$  表示成小數時，從小數點後第  $k$  位開始出現不為 0 的數字，則  $k =$  \_\_\_\_\_。

6. 聲音的強度是用每平方公尺多少瓦特 ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) 來衡量，而分貝 ( $s$ ) 是音量的一個單位，且它與聲音強度 ( $w$ ) 的關係式如下： $s = 10 \log \frac{w}{10^{-12}}$ 。

已知一個教室中有 40 位同學正竊竊私語，且假設每個同學竊竊私語的聲音強度約略相同，試問這樣的情況下，比教室中只有一位同學竊竊私語時增加了 \_\_\_\_\_ 分貝。(四捨五入取至整數位)

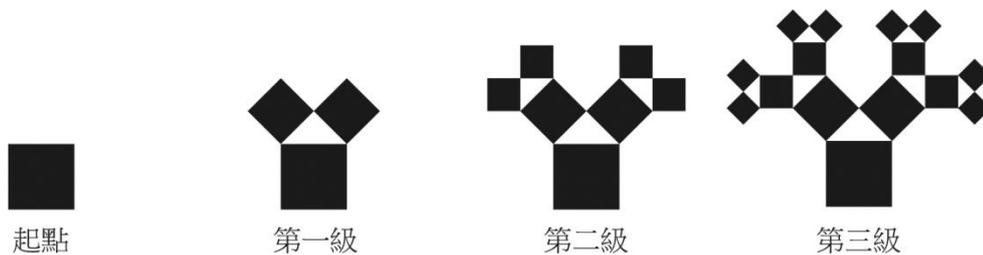
7. 如下圖：A 點是四分之一圓的圓心，ABCD 是矩形，且  $\overline{AD} = 30 \log_3 4$ ， $\overline{BD} = 20 \log_3 72$ ，



則  $\overline{DF} =$  \_\_\_\_\_。

8. 如下圖：畢達哥拉斯樹的建立是從一個大正方形開始的，在該正方形的上方建立兩個全

等的較小正方形，三個正方形間呈現一個等腰直角三角形，對這兩個較小的正方形重複這一過程，得到四個更小的正方形，如此繼續下去。若下圖中起點正方形的邊長為 4096，第三級圖形中全部的正方形面積總和為  $p^k$ （其中  $p$  為質數），則  $(p, k) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



四、手寫題：共 18 分。

1. 解不等式  $2\log(x-1) > \log(7-x)$ 。(6分)
2. 審計工作者會使用班佛法則來查帳。班佛法則是：「銀行存款首位數字為  $a$  者的比例約  $\log\left(1+\frac{1}{a}\right)$ 」，例如銀行的存款的最高位數字是 1 (如：存款為 178、1500、123000 等等) 的比例約有  $\log\left(1+\frac{1}{1}\right) = \log 2 \approx 0.3010 = 30.1\%$ ，如果以年度帳面來看，最高位數字 1 的比例遠低於 30%，帳簿就有作假的嫌疑。

(1) 依據班佛法則，最高位數字是 5 的比例約為多少？(6分)

$$\left( \log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 7 \approx 0.8451 \right)$$

(2) 若某家大銀行臺幣存款符合班佛法則，若將此家銀行存戶的臺幣存款全部換成美金存款 (1 美金 = 30 臺幣)，試問這些存戶臺幣存款換成美金存款後 (忽略小於 1 美金的存款)，最高位數字是 1 的是否依然符合班佛法則？(6分)