

相似多邊形

一、縮放圖形與比例線段

1. 線段縮放：若 $\overline{OA'} = m\overline{OA}$ ，稱 A' 是由 O 將 A 點縮放 m 倍的點。

一線段經縮放後仍是線段，且該線段與原線段平行，或在同一直線上。

◆縮放前後各對應邊長形成 且 。

◆圖形經過縮放後，形狀不變，邊數不變，對應邊 ，對應角 。

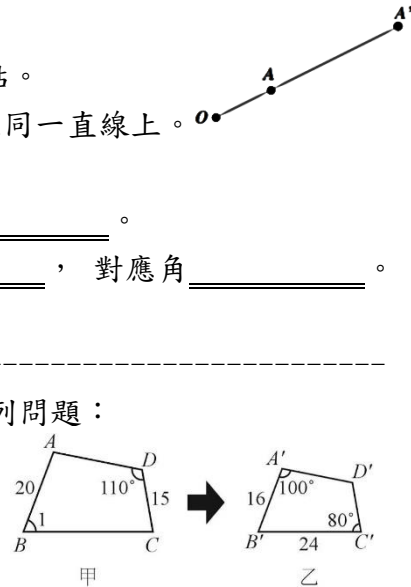
例題一

如圖，已知乙圖是用影印機將甲圖縮小而成，試回答下列問題：

(1) 乙圖是甲圖幾倍縮小圖？

縮小影印時使用的倍率是多少%？

(2) 求 $\angle 1 = ?$ $\angle C'D' = ?$ $\overline{BC} = ?$



二、相似多邊形

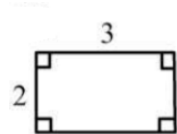
1. 相似形：兩個平面圖形，不論其大小、位置，只要形狀相同，稱這兩圖形為相似形。

2. 相似多邊形：兩個邊數相同的多邊形，如果它們的對應角相等，且對應邊成比例時，即稱這兩個多邊形相似。我們以符號「 $\sim$ 」表示兩個多邊形相似。

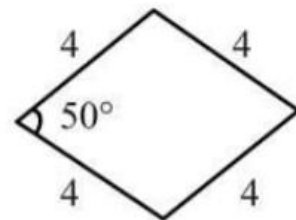
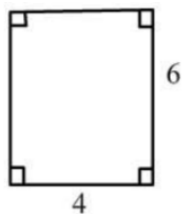
例題二

(1) 下列哪些選項為相似形？解

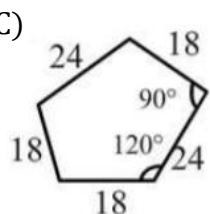
(A)



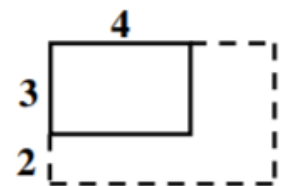
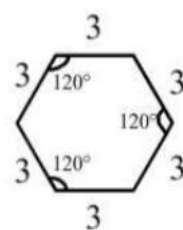
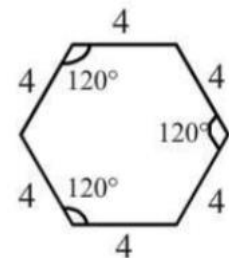
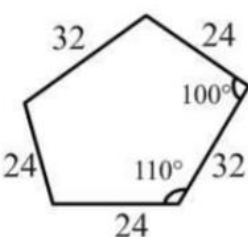
(B)



(C)



(D)



例題三

將下表中一定正確的項目打勾，不正確打叉：

	對應角相等	對應邊成比例	相似
①兩個菱形			
②兩個大小不同的正方形			
③菱形和正方形			
④兩個長方形			
⑤兩個大小不同的正六邊形			
⑥兩個等腰直角三角形			
⑦兩個平行四邊形			
⑧正方形與長方形			
⑨兩個等腰梯形			

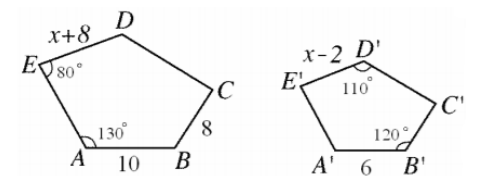
例題四

矩形的長為4、寬為3，若欲將寬增加2，則長需增加多少，才能使得新的矩形及原有的矩形相似？

例題五

如圖，設五邊形 $ABCDE \sim$ 五邊形 $A'B'C'D'E'$ ，求：

① $\overline{AE} : \overline{A'E'} = ?$ $\overline{B'C'} = ?$ ② $\overline{ED} = ?$ $\overline{E'D'} = ?$ ③ $\angle B = ?$ $\angle C = ?$

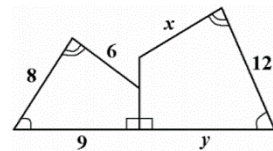


例題六

已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且 $\overline{AB} = 2x + 1$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{AC} = 3x$ ， $\overline{DE} = x + 2$ ， $\overline{DF} = x + 4$ ，求：① $x = ?$ ② $\triangle ABC$ 的周長： $\triangle DEF$ 的周長=？

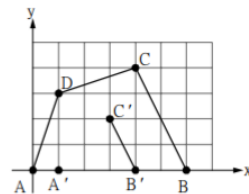
例題六

右圖是兩個相似的四邊形，則：① $x = ?$ ② $y = ?$



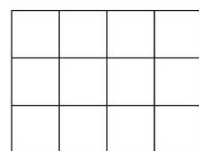
例題七

如圖，有一四邊形 $ABCD$ 的頂點坐標分別為 $A(0,0)$ 、 $B(6,0)$ 、 $C(4,4)$ 、 $D(1,3)$ 。如要畫另一四邊形 $A'B'C'D'$ 與四邊形 $ABCD$ 相似，且頂點坐標分別為 $A'(1,0)$ 、 $B'(4,0)$ 、 $C'(3,2)$ 、 $D'(s,t)$ ，則 $s + t = ?$



例題八

有大小相同的正方形積木800塊，甲拿其中的12塊拼成如右圖的長方形，若乙拿剩下的積木拼成與右圖相似的長方形，試問最少剩下幾塊積木？

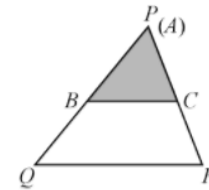


三、相似三角形的判別

(1) AAA(AA)相似

如圖，在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中， $\angle A = \angle P$ ， $\angle B = \angle Q$ ， $\angle C = \angle R$ ，試說明 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ 。

說明



$\because \angle A = \angle P$

$\therefore$ 將 $\triangle ABC$ 疊到 $\triangle PQR$ 上

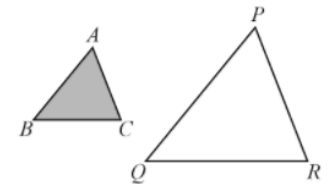
又 $\because \angle B = \angle Q$ ， $\therefore \overline{BC} \parallel \overline{RQ}$

$\rightarrow$ _____

$\rightarrow$ _____

$\therefore \triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 的對應邊_____，對應角_____。

$\therefore$ _____



(2) SSS相似

如圖，在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中， $\overline{AB} : \overline{PQ} = \overline{BC} : \overline{QR} = \overline{CA} : \overline{RP}$ ，試說明 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ 。

說明

在 $\overline{PQ}$ 上取一點 S ，使得 $\overline{PS} = \overline{AB}$

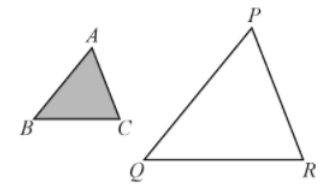
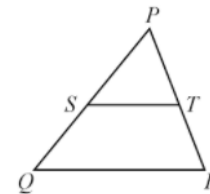
過 S 作平行線交 $\overline{PR}$ 於 T $\therefore \overline{ST} \parallel \overline{QR}$

$\angle PST = \angle Q$ ， $\angle PTS = \angle R$

$\rightarrow$ _____

$\rightarrow$ _____

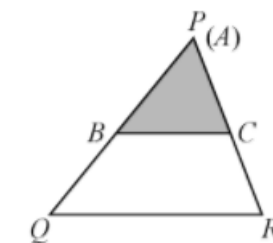
$\therefore$ _____



(3) SAS相似

如圖，在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中， $\angle A = \angle P$ 且 $\overline{AB} : \overline{PQ} = \overline{AC} : \overline{PR}$ ，試說明 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ 。

說明



$\because \angle A = \angle P$ $\therefore$ 將 $\triangle ABC$ 疊到 $\triangle PQR$ 上

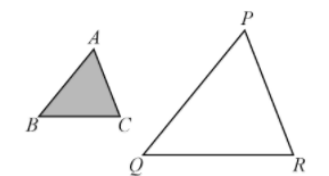
B 點在 $\overline{PQ}$ 上， C 點在 $\overline{PR}$ 上

$\overline{AB} : \overline{PQ} = \overline{AC} : \overline{PR}$

$\rightarrow$ _____

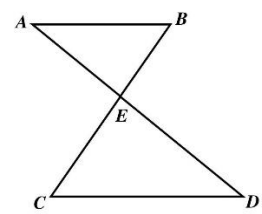
$\rightarrow$ _____

$\therefore$ _____



例題九

如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 相交於 E ，若 $\overline{AE} = 3$ ， $\overline{BE} = 2$ ， $\overline{DE} = 4$ ，求 $\overline{CE} = ?$

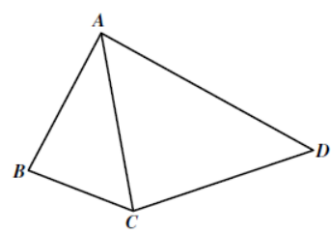


例題十

$\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中， $\angle A = \angle D$ ， $\overline{BC} = 3$ 且 $\overline{AC} : \overline{DF} = \overline{AB} : \overline{DE} = 2 : 5$ ，求 $\overline{EF} = ?$

例題十一

如圖， $\angle ACD = \angle B$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CD} = 12$ ， $\overline{AC} = 9$ ，求 $\overline{AD} = ?$

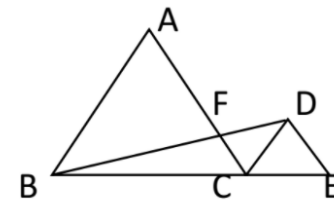


例題十二

在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\angle A = 36^\circ$ ，作 $\angle ABC$ 的角平分線交 $\overline{AC}$ 於 D 點，求 $\overline{AD}$ 的長為多少？

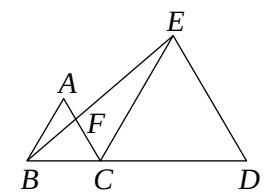
例題十三

如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DCE$ 均為正三角形，且 B 、 C 、 D 、 E 三點共線，若 $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{AF} = 8$ ，則 $\overline{DE} = ?$



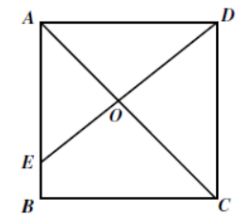
例題十四

如圖 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ECD$ 皆為正三角形， B 、 C 、 D 三點共線，若 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{CE} = 4$ ，則 $\overline{BF} = ?$



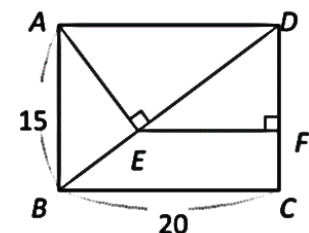
例題十五

如圖，正方形 $ABCD$ 的邊長為20，若 $\overline{AC}$ 與 $\overline{DE}$ 相交於 O ， $\overline{BE} = 5$ ，求 $\overline{OD} = ?$



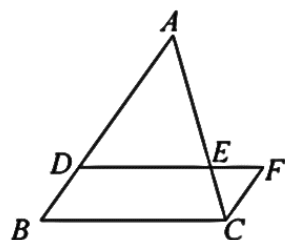
例題十六

如圖，矩形 $ABCD$ 中， $\overline{AE} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{EF} \perp \overline{CD}$ ，若 $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{BC} = 20$ ，求 $\overline{EF} = ?$



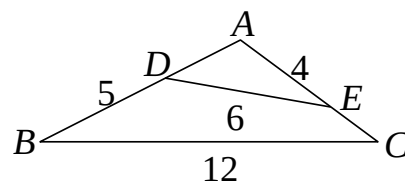
例題十七

如圖，平行四邊形 $DBCF$ 中，若 $\overline{AB} = 18$ ， $\overline{CF} = 6$ ， $\overline{BC} = 15$ ，求 $\overline{EF} = ?$



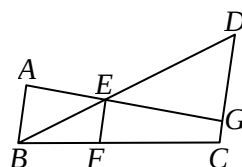
例題十八

如圖，在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle AED = \angle B$ ，則 $\overline{AD} = ?$ $\overline{CE} = ?$



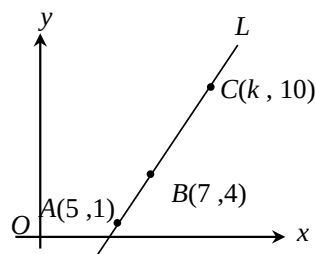
例題十九

如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$ ，若 $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{CG} = 6$ ， $\overline{DG} = 24$ ，求 $\overline{EF} = ?$



例題二十

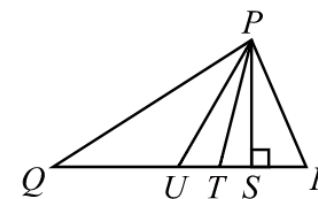
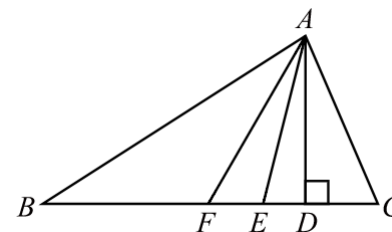
如圖， $A(5,1)$ 、 $B(7,4)$ 、 $C(k,10)$ 為坐標平面上相異三點，若A、B、C三點在同一直線上，求 k 的值。



相似三角形的應用

1. 兩相似三角形 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ 的對應邊的比等於(1) _____

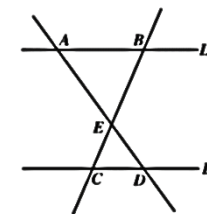
(2) _____ (3) _____ (4) _____。



2. 兩相似三角形的面積的比等於 _____。

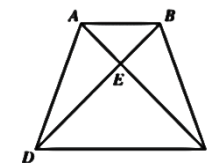
例題一

如圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ，且 $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{DE} = 1$ ， $\triangle ABE$ 的面積為12，求 $\triangle CDE$ 的面積為何？



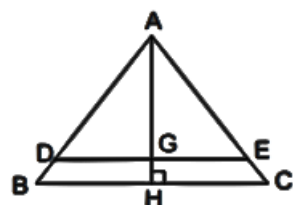
例題二

如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於E，已知 $\overline{BE} = 3$ ， $\triangle AEB = 16$ ， $\triangle CDE = 64$ ，求：① $\overline{BD} = ?$ ② 梯形 $ABCD$ 面積=？



例題三

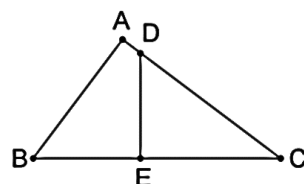
如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ ，已知 $\overline{AH} = 2$ 公尺， $\overline{BC} = 3$ 公尺， $\overline{GH} = 0.5$ 公尺，求 $\overline{DE} =$



例題四

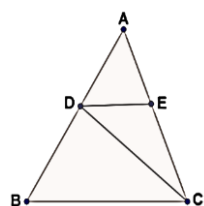
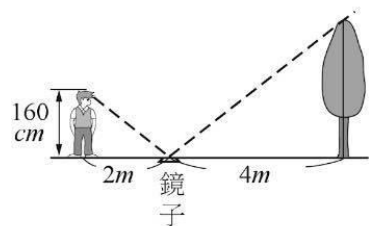
如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ，D 為 $\overline{AC}$ 上一點， $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ，且 $\overline{DE} = 3$ ， $\overline{EC} = 4$ ，

$$\frac{\triangle CDE \text{ 面積}}{\triangle ABC \text{ 面積}} = \frac{1}{2}, \text{ 則 } \overline{BE} = ?$$



例題五

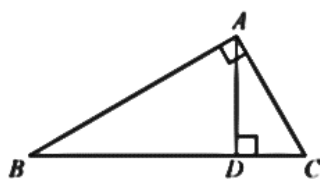
如圖，在 $\triangle ABC$ 中，D 在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\triangle CDE$ 的面積為 6， $\triangle ABC$ 的面積為 25，則



3. 直角三角形之母子相似性質

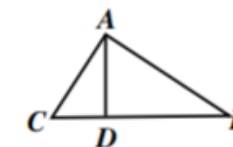
如圖，若 $\triangle ABC$ 為直角三角形，且 $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，可得 $\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$ ，則：(1) $\overline{AB}^2 = \overline{BC} \times \overline{BD}$ (2) $\overline{AC}^2 = \overline{BC} \times \overline{CD}$ (3) $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$ 。

說明



例題六

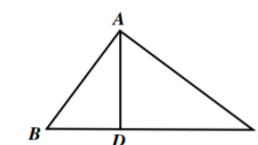
在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ 且 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{AC} = 5$ ，則 $\overline{BD} = ?$



例題七

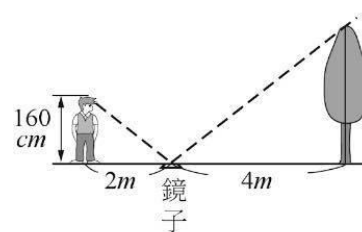
如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，已知 $\overline{BD} = 4$ ， $\overline{CD} = 9$ ，求：

① $\overline{AD} = ?$ ② $a\triangle ABD : a\triangle ACD : a\triangle ABC = ?$



例題八

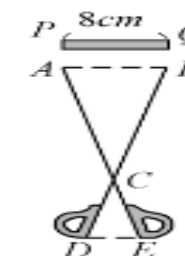
如圖，征國想測量樹高，他先在樹前方放一面鏡子，在自距離鏡前 2m 處向鏡子看，透過光的反射看到樹梢，若樹距離鏡子 4m，征國身高 160cm，則樹高多少 m？



例題九

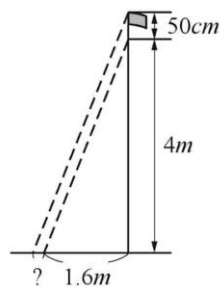
一支夾子如圖所示，若 $\overline{AE} = \frac{3}{2}\overline{AC}$ ， $\overline{BD} = \frac{3}{2}\overline{BC}$ ，則：① $\triangle ABC$ 是否與 $\triangle EDC$ 相似？

② 若在夾子前面有一個長方形物體，其長 $\overline{PQ} = 8\text{cm}$ ，如果想用 A、B 夾住 P、Q 兩點，那麼手握的地方 $\overline{DE}$ 要張開多少 cm 才可以夾住它？



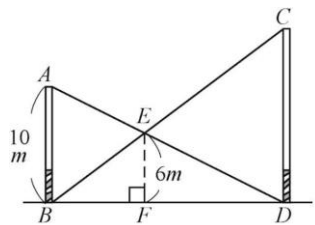
例題十

一根旗桿長 $4m$ ，在陽光的照射下，影子長 $1.6m$ ；今在旗桿上綁一支旗子，如果旗子超出旗桿 $50cm$ ，那麼旗子的影長為多少 cm ？



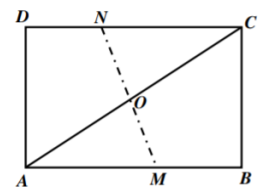
例題十一

兩根長短不同的電線桿 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 直立在地面上，若分別從兩點線桿的頂點 A 、 C 兩處拉鋼索將兩桿固定，如右圖所示。已知 $\overline{AB} = 10m$ ，且兩鋼相交處 E 距離地面 $6m$ ，則 $\overline{CD}$ 為多少公尺？



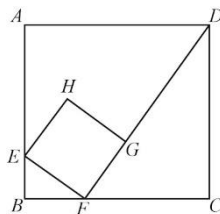
例題十二

如圖，唯一張 $ABCD$ 長方形紙片，將此紙片摺疊使 A 、 C 重合，摺痕為 $\overline{MN}$ ，若 $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{AD} = 12$ ，則 $\overline{MN} = ?$



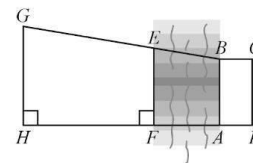
例題十三

如圖，邊長 12 的正方形 $ABCD$ 中，有一個小正方形 $EFGH$ ， E 、 F 、 G 分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{FD}$ 。若 $\overline{BF} = 3$ ，則小正方形的邊長為何？



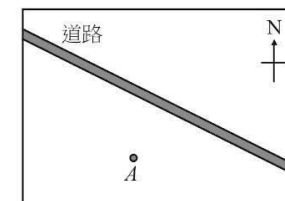
例題十四

鍾碩向要估測對岸的矩形房子 $ABCD$ 的寬 $\overline{AB}$ ，他設計了兩個梯形 $EFAB$ 和 $GHFE$ ，如圖所示，已知 G 、 B 、 E 三點共線，河寬 $\overline{AF}$ 為 30 公尺， $\overline{HF} = 60$ 公尺， $\overline{GH} = 45$ 公尺， $\overline{EF} = 35$ 公尺，則房子 $ABCD$ 的寬度 $\overline{AB}$ 為多少公尺？



例題十五

如圖，有 A 市與一條直線型的道路，允熙從 A 市向東走 10 公里，再向北走 3 公里可到達道路，晨楓從 A 市向西走 8 公里，再向北走 12 公里也可以到達道路，則允熙從 A 市向東走幾公里可到達道路？



例題十六

如圖，直角 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 12$ ， D 點在 $\overline{BC}$ 上， E 點在 $\overline{AC}$ 上， F 點在 $\overline{AB}$ 上。若四邊形 $BDEF$ 為正方形，試求正方形 $BDEF$ 的周長是多少？

