

1

無窮數列的極限(111/09/08)

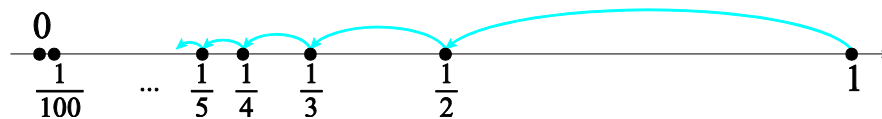
無窮數列的極限

1. 如果一個數列的項數是有限的，就稱這個數列為有限數列，否則稱為無窮數列。
2. 無窮數列 $\langle a_n \rangle$ 的極限：

(1) 當 n 趨向無限大且 a_n 趨近一個定值 a 時，稱無窮數列 $\langle a_n \rangle$ 的極限為 a ，記作 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ ，並稱此數列為收斂數列。

說例 將無窮數列 $\langle \frac{1}{n} \rangle$ 逐項列出： $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{100}, \dots$ 。

將各項依序在數線上標出其位置。



當 n 愈來愈大時， $\frac{1}{n}$ 在數線上的位置會趨近原點 0 。此時我們稱無窮數列

$\langle \frac{1}{n} \rangle$ 的極限為 0 ，並且用符號 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ 表示。

(2) 當 n 趨向無限大且 a_n 不會趨近一個定值時，稱無窮數列 $\langle a_n \rangle$ 為發散數列。

說例 將無窮數列 $\langle 2n+1 \rangle$ 的每一項依序列出： $3, 5, 7, \dots, 201, 203, \dots$ 。因為當 n 趨向無限大時， $2n+1$ 不會趨近一個定值，所以無窮數列 $\langle 2n+1 \rangle$ 為發散數列。



例題



求下列各無窮數列的極限：

$$(1) \left\langle -\frac{1}{n^3} \right\rangle \quad (2) \left\langle 5 + \frac{1}{n} \right\rangle \quad (3) \left\langle \frac{3}{2} \right\rangle \quad (4) \langle n+3 \rangle$$

演練 1



求下列各無窮數列的極限：

$$(1) \left\langle \frac{1}{n+1} \right\rangle \quad (2) \left\langle -2 - \frac{3}{n} \right\rangle \quad (3) \langle \sqrt{2} + 1 \rangle \quad (4) \langle n^2 - 1000 \rangle$$

演練 2



求下列各無窮數列的極限：

$$(1) \left\langle \frac{1}{3n-5} \right\rangle \quad (2) \langle 2 - n^2 \rangle \quad (3) \langle \pi \rangle$$