

◎二次項係數為 1 的十字交乘法

1. 觀察 $(x+3)(x+4)$ 的乘積展開：

直式：

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} x \\ \times) x \end{array} \begin{array}{r} + 3 \\ + 4 \end{array} \\
 \hline
 x^2 + 3x \\
 \hline
 4x + 12 \\
 \hline
 x^2 + 7x + 12 \\
 \hline
 \parallel \parallel \\
 3+4 3 \times 4
 \end{array}$$

我們可以將這個直式簡寫為「交叉相乘的直式」，或稱「十字交乘」。

$$\begin{array}{c}
 x \cdot x = x^2 \quad \left\langle \begin{array}{c} x \\ x \end{array} \begin{array}{c} +3 \\ +4 \end{array} \right\rangle 12 = 3 \times 4 \\
 \hline
 3x + 4x = 7x
 \end{array}$$

2. 一般來說， $(x+a)(x+b) = x^2 + ax + bx + ab$

$$= x^2 + (a+b)x + ab \dots\dots \textcircled{1}$$

a 與 b 的和 a 與 b 的乘積

如果把①式中等號的兩邊互換，可得到下列的因式分解：

a 與 b 的乘積

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

a 與 b 的和

也就是說，一個二次多項式 $x^2 + px + q$ ，如果可以因式分解為兩個一次多項式 $x+a$ 與 $x+b$ 的乘積，即

$$\begin{array}{c}
 x^2 \quad \left\langle \begin{array}{c} x \\ x \end{array} \begin{array}{c} +a \\ +b \end{array} \right\rangle ab \\
 \hline
 ax + bx = (a+b)x
 \end{array}$$

我們就得到 $x^2 + \boxed{p}x + \boxed{q}$

$$= x^2 + (a+b)x + ab, \text{ 即 } p = a+b, q = ab.$$

Exercise1

(S1) $x^2 + 4x + 3$

(S2) $x^2 + 6x + 5$

(T1) $x^2 + 6x + 8$

(T2) $x^2 + 7x + 12$

Exercise2

(S1) x^2-4x+3

(S2) x^2-6x+5

(T1) x^2-6x+8

(T2) $x^2-7x+12$

Exercise3

(S1) x^2+4x-5

(S2) x^2-6x-7

(T1) x^2+6x-8

(T2) $x^2-7x-18$

Exercise4

(S1) $x^2+14x-15$

(S2) $x^2+2x-15$

(T1) $x^2-14x-15$

(T2) $x^2-2x-15$

Exercise5

(S1) $x^2-13x+36$

(T1) x^4-13x^2+36

S	T	自評	

◎分組討論學習單-1

1.若 $x^2 + px + 12$ 可分解為兩個一次式的乘積，則請寫出所有可能的 p 值

2. 若 $x^2 + px - 12$ 可分解為 $(x+a)(x+b)$ ，則 $pa \times b$ 最大值為何？

3. 若 $x^2 - 4x - a$ 可以分解為兩個一次因式的乘積，則下列何者可能為 a 值？

(A) $5 \times 6 \times 7 \times 8$ (B) $6 \times 7 \times 8 \times 9$ (C) $7 \times 8 \times 9 \times 10$ (D) $6 \times 7 \times 8 \times 10$

◎二次項係數不為 1 的十字交乘法

1.觀察以十字交乘將 $(2x+5)(3x+4)$ 的乘積展開寫成：

$$\begin{array}{c} x^2 \text{ 項的係數} \rightarrow 6 = 2 \times 3 \left\langle \begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} +5 \\ +4 \end{array} \right\rangle 20 = 5 \times 4 \leftarrow \text{常數項} \\ \hline 15 + 8 = 23 \leftarrow x \text{ 項的係數} \end{array}$$

$$\therefore (2x+5)(3x+4) = \underline{\hspace{2cm}}x^2 + \underline{\hspace{2cm}}x + \underline{\hspace{2cm}}$$

Exercise1

(S)

$$\begin{array}{c} \begin{array}{|c|} \hline 2x^2 + 7x + 6 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 3x + 2 \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 4x \\ 3x \\ \hline 7x \end{array} \end{array}$$

$$\therefore 2x^2 + 7x + 6 = (\underline{\hspace{1cm}}x + \underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}x + \underline{\hspace{1cm}})$$

(T)

$$\begin{array}{c} \begin{array}{|c|} \hline 3x^2 + 10x + 8 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4x + 2 \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 6x \\ 4x \\ \hline 10x \end{array} \end{array}$$

$$\therefore 3x^2 + 10x + 8 = \underline{\hspace{4cm}}$$

Exercise2

(S1) $2x^2 + 13x + 6$

(T1) $6x^2 + 13x + 5$

(S2) $2x^2 - 9x + 4$

(T2) $3x^2 - 10x + 7$

(S3) $2x^2 - x - 3$

(T3) $8x^2 + 2x - 3$

(S4) $6x^2 + x - 35$

(T4) $6x^2 + 15x - 9$

◎分組討論學習單-2

1.若 $3x^2+ax+5$ 可因式分解成 $(3x+b)(x+c)$ ，其中 a 、 b 、 c 為整數，則寫出所有可能的 a 值＝？

2. 下列哪一個選項是 $22 \times 8^2 - 9 \times 8 - 1$ 的因數？
(A) 17 (B) 87 (C) 89 (D) 175

3.求 $3 \times 1006^2 - 19 \times 1005 - 13 = ?$

4.因式分解 $x^2 - xy - 2y^2 + x + 7y - 6$