

1 習題

觀念澄清

下列敘述對的打「○」，錯的打「×」。

(1) 無窮數列 $\langle -1 \rangle$ 為發散數列。

(2) 無窮數列 $\left\langle \frac{(-1)^n}{n^2} \right\rangle$ 的極限為 0。

(3) 無窮等比級數 $1 + (-1) + 1 + (-1) + \dots$ 的和為 $\frac{1}{1 - (-1)} = \frac{1}{2}$ 。

一、基礎題

1. 判斷下列各無窮數列為收斂或發散數列；若為收斂數列，求其極限。

(1) $\left\langle \frac{3}{n+2} \right\rangle$ 。 (2) $\left\langle 2 - \frac{1}{n^2} \right\rangle$ 。 (3) $\langle \pi^n \rangle$ 。 (4) $\left\langle \frac{(-5)^n}{6^{n+1}} \right\rangle$ 。

2. 求下列各極限：

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{15}{n^2} - \left(\frac{2}{3} \right)^n + 2 \right)$ 。 (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(2 + \frac{1}{5^n} \right) \left(3 - \frac{1}{n} \right) \right)$ 。

3. 求下列各極限：

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^2 + 1}{n^2 - 1}$ 。 (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n + 3}{n^3 + n + 1}$ 。 (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^{n+1}}{2^{n+1} + 3^n}$ 。

4. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n} - \frac{n^2 - 2n + 5}{n - 1} \right)$ 的值。

5. 判斷下列各無窮等比級數為收斂或發散級數；若為收斂級數，求其和。

(1) $24+12+6+3+\dots$ 。 (2) $3+4+\frac{16}{3}+\frac{64}{9}+\dots$ 。

(3) $3\sqrt{3}+(-3)+\sqrt{3}+(-1)+\dots$ 。

6. 已知首項為 a ，公比為 $\sqrt{0.32}$ 的無窮等比級數和為 9，求首項 a 的值。