

2-1

點、直線與圓之間的位置關係

- 1 圓 2 點與圓的位置關係 3 直線與圓的位置關係
4 切線段 5 弦與弦心距

過去我們已經認識一些平面幾何圖形及其性質，如三角形、平行四邊形、梯形等。接下來，我們要介紹另一個常見的平面圖形。

主題 1 圓

圓

在平面上，與一個固定點距離相等的所有點，組成的圖形稱為**圓**。這個固定點稱為**圓心**，圓心到圓上任一點的連線段稱為**半徑**。如圖 1， O 點是圓 O 的圓心， $\overline{OA}$ 是圓 O 的半徑。

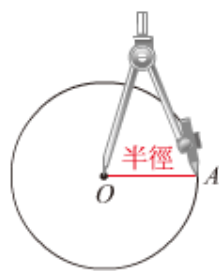


圖 1

弦

將圓上相異兩點所連接的線段稱為**弦**，通過圓心的弦稱為**直徑**，而直徑是該圓最長的弦。如圖 2， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 都是弦，其中 $\overline{CD}$ 為直徑。

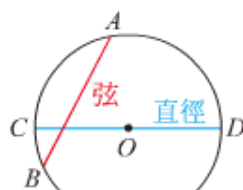


圖 2

弧

每一條弦都會將圓分成兩部分，每一部分都稱為**弧**。當弦為直徑時，這兩個弧會一樣大，稱為**半圓**。如果弦不是直徑，弧就不一樣大，其中較大的弧稱為**優弧**，較小的弧稱為**劣弧**。如圖 3， $\overline{AB}$ 將圓分成大小兩弧，兩弧皆可記為 $\widehat{AB}$ ，但為了加以區別，通常將劣弧表示為 $\widehat{AB}$ ；而優弧可在弧上另取一點 C ，表示為 $\widehat{ACB}$ 。 $\widehat{AB}$ 除了可用來表示這段弧，也可以表示它的長度。

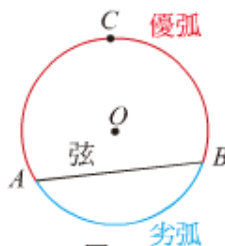


圖 3

弓形

圓的一弦將圓分成兩個弧，此弦與任一弧所圍成的圖形稱為**弓形**，如圖 4。



圖 4

圓心角

以圓心為頂點，兩半徑為邊所夾的角，稱為**圓心角**。如圖 5， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 都是圓心角。

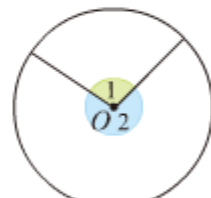


圖 5

扇形

在圓上，兩半徑與一弧所圍成的圖形，稱為**扇形**。如圖 6，半徑 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 將圓分成兩個扇形，在沒有特別指定下，我們所說的扇形 AOB 通常是指圓心角較小的扇形，如圖 6 中的藍色部分。

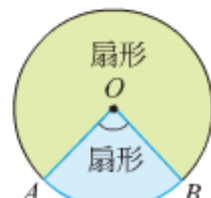
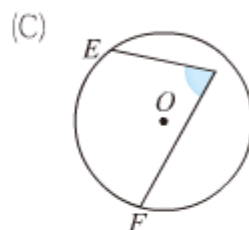
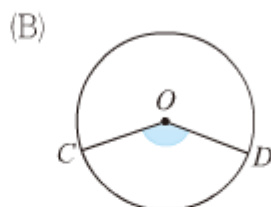
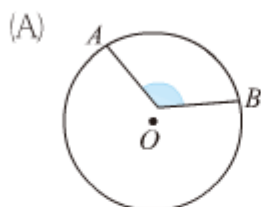


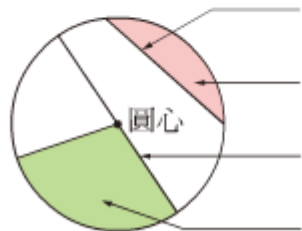
圖 6

放大**隨堂練習****重新布題**

Ans 1. 下列各角何者是圓 O 的圓心角？答：_____。



Ans 2. 在下列空格中填入適當名稱。



連接圓上任兩點的線段：_____。

圓的一弦和一弧所圍成的圖形：_____。

通過圓心的弦：_____。

兩半徑和一弧所圍成的圖形：_____。



歐拉

(Leonhard Euler, 西元 1707~1783 年), 瑞士數學家與物理學家, 史上獨自產出最多作品的一位數學家。雖不是使用 π 作為圓周率符號的第一人, 但將此符號傳遍歐洲。

弧長與扇形面積

重新布題

數學家故事真人版

我們在國小時學過圓周長和圓面積的公式：

圓周長 = 直徑 $\times$ 圓周率；圓面積 = 半徑 $\times$ 半徑 $\times$ 圓周率。

其中圓周率是「圓周長與直徑的比值」，約為 3.14。

事實上，圓周率無法以有限小數或分數來表示，在數學上以符號「 π 」（讀作「仟五」）來表示它。當一圓的半徑為 r ，可得：

圓周長 = $2r \times \pi = 2\pi r$ ；圓面積 = $r \times r \times \pi = \pi r^2$ 。

此時，弧長與扇形面積又該如何計算呢？

如圖 7，圓心角 $\angle AOB = x^\circ$ ，由於周角是 360° ，

因此 $\angle AOB$ 是周角的 $\frac{x}{360}$ 倍，

所以 $\angle AOB$ 所對的 $\widehat{AB}$ 長度就是圓周長的 $\frac{x}{360}$ 倍。

所夾的扇形 AOB 面積就是圓面積的 $\frac{x}{360}$ 倍。也就是說：

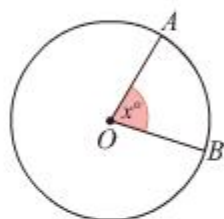


圖 7

課外探索

Key point

弧長與扇形面積

當一圓的半徑為 r ，其中一弧所對應的圓心角為 x° ，則：

$$(1) \text{ 弧長} = \text{圓周長} \times \frac{x}{360} = 2\pi r \times \frac{x}{360}。$$

$$(2) \text{ 扇形面積} = \text{圓面積} \times \frac{x}{360} = \pi r^2 \times \frac{x}{360}。$$

數

學

好

好

玩

圓周率 π

你知道嗎？

π 為希臘文「圓周」的第一個字母，音近似「派」。因近似值為 3.14，人們將每年的 3 月 14 日訂為 π 日。



放大

例 1

求弧長、扇形周長和面積

如右圖，圓 O 的半徑為 10 公分，圓心角 $\angle AOB = 60^\circ$ ，

則：(1) $\widehat{AB}$ 的長度為多少公分？

(2) 扇形 AOB 的周長為多少公分？

(3) 扇形 AOB 的面積為多少平方公分？



計算機操作



可以利用計算機上的 π 鍵，求出含有圓周率的近似值喔！



放大

隨堂練習

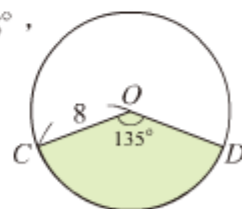
● 重新布題

如右圖，圓 O 的半徑為 8 公分，圓心角 $\angle COD = 135^\circ$ ，

則：(1) $\widehat{CD}$ 的長度為多少公分？

(2) 扇形 COD 的周長為多少公分？

(3) 扇形 COD 的面積為多少平方公分？



Ans



有些計算機上會有 π 的按鍵，這就代表圓周率的意思。
(操作方式可參閱書末 P.V~VI「計算機使用說明」)