

(甲)數線上的分點公式：

設 $A(a)$, $B(b)$ 為數線上兩點。若 $P(x)$ 點在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP}:\overline{BP}=m:n$ ，其中 m, n 為正數，

則 P 點的坐標為()

證明(1)

證明(2)

EX1 設數線上兩點 $A(-1), B(15)$ 。

(1)已知點 $P(x)$ 在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP}:\overline{BP}=3:5$ ，求 x 的值。

(2)已知 \overline{AB} 外一點 $Q(y)$ 滿足 $\overline{AQ}:\overline{BQ}=3:5$ ，求 y 的值。

EX2 設 $A(12), B(-6)$ 為數線上兩點。

(1)已知 P 點在 A, B 之間，且 $\overline{AP}=2\overline{BP}$ ，求 P 的坐標。

(2)已知 \overline{AB} 外一點 Q 滿足 $\overline{AQ}:\overline{BQ}=7:1$ ，求 Q 的坐標。

EX3 設 $a < b$ ，且 $P(\frac{a+3b}{4})$, $Q(\frac{a+b}{2})$, $R(\frac{3a+b}{4})$ 。

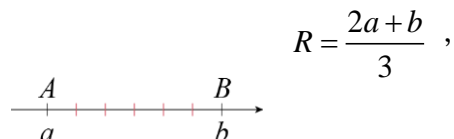
(1) 在右圖中分別標出 P, Q, R 三點所在的位置。



(2) 比較 $\frac{a+3b}{4}$, $\frac{a+b}{2}$, $\frac{3a+b}{4}$ 三數的大小。

EX4 設 $a < b$ ，且 $P = \frac{a+b}{2}$, $Q = \frac{a+5b}{6}$,

(1) 在右圖中分別標出 P, Q, R 三點所在的位置。



(2) 比較 $\frac{a+b}{2}$, $\frac{a+5b}{6}$, $\frac{2a+b}{3}$ 三數的大小。

(乙) 含絕對值的一次方程式

1. 絕對值的幾何意義與代數意義

設數線上兩點 $P(x)$ 與 $A(a)$ 。

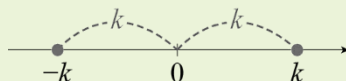
(1) 符號 $|x|$ 表示數線上點 $P(x)$ 與原點 $O(0)$ 的距離，且

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{當 } x \geq 0 \\ -x, & \text{當 } x < 0 \end{cases}。$$

(2) 符號 $|x-a|$ 表示數線上點 $P(x)$ 與點 $A(a)$ 的距離，且 $|x-a| = \begin{cases} x-a, & \text{當 } x \geq a \\ -(x-a), & \text{當 } x < a \end{cases}。$

2. 含絕對值的一次方程式

設 k 為正數。若 $|x| = k$ ，則 $x = k$ 或 $-k$ 。



EX5 解下列各方程式：

(1) $|x-1| = 2$ 。

(2) $|2-x| = 4$ 。

(3) $|2x-3| = 5$ 。

EX6 解下列各方程式：

(1) $|x+3|=1$ 。

(2) $|1-x|=3$ 。

(3) $|3x+1|=2$ 。

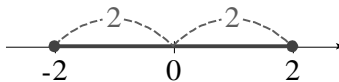
EX7 解方程式 $|x|+|x+3|=5$ 。

EX8 解方程式 $|x+3|-2x=0$ 。

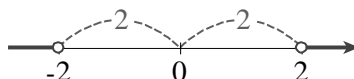
(丙)含絕對值的一次不等式

1. 要解含絕對值的不等式，可從_____來思考。

(1) 不等式 $|x| \leq 2$ 表示 x 是數線上與原點距離小於或等於 2 的點，用_____來表示。



(2) 不等式 $|x| > 2$ 表示 x 是數線上與原點距離大於 2 的點，用_____來表示。



(3) 區間 $(1, 5]$ 表示所有滿足在 1 和 5 之間的數，不包括 1 但包括 5，即_____。

(4) 區間 $[10, \infty)$ 表示所有滿足比 10 大的數，且包括 10，即_____。

2. 絕對值不等式的解

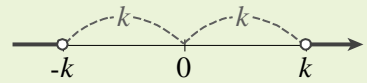
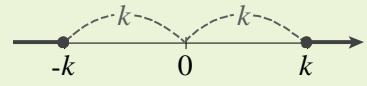
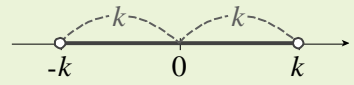
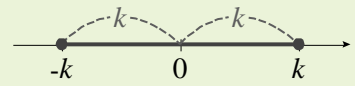
設 k 是正數。

(1) 若 $|x| \leq k$ ，則 $-k \leq x \leq k$ ，記作_____。

(2) 若 $|x| < k$ ，則 $-k < x < k$ ，記作_____。

(3) 若 $|x| \geq k$ ，則 $x \geq k$ 或 $x \leq -k$ ，記作_____。

(4) 若 $|x| > k$ ，則 $x > k$ 或 $x < -k$ ，記作_____。



EX9 解下列各不等式：

(1) $|x-1| \leq 2$ 。

(2) $|3-x| > 2$ 。

(3) $|2x-1| < 5$ 。

EX10 解下列各不等式：

(1) $|x+2| \geq 1$ 。

(2) $|-x+2| \leq 4$ 。

(3) $|3x+1| > 2$ 。

EX11 解下列各不等式：

$$(1) \begin{cases} |x| < 2 \\ |x-2| < 1 \end{cases} .$$

$$(2) 1 \leq |2x-1| < 5 .$$

EX12 解下列各不等式：

$$(1) \begin{cases} |x+1| < 3 \\ |1-x| \leq 4 \end{cases} .$$

$$(2) 1 < |2x-3| < 4 .$$

EX13 人體體溫超過 38 度稱為發燒，低於 35 度稱為失溫。已知人體體溫為 x 度且發燒或失溫的體溫範圍恰可用 $|x-a| > b$ 來表示，求 a, b 的值。

EX14 世界衛生組織規範男性標準體重的公式為

$$\text{標準體重}_{(\text{kg})} = (\text{身高}_{(\text{cm})} - 80) \times 0.7 .$$

根據此規範回答下列各題：

(1) 身高 180 公分的男性，其標準體重為多少公斤？

(2) 標準體重增減 10% 為正常體重的範圍，已知一位身高為 180 公分的男性體重為 x 公斤，其正常體重的範圍恰可表示成 $|x-a| \leq b$ ，求 a, b 的值。

一、是非題

下列敘述對的打「○」，錯的打「×」。

____(1)數線上 $A(a)$ 與 $B(-4)$ 的距離為 $|a+4|$ 。

____(2)若 $a < b$ ，則 $\frac{2a+b}{3} > \frac{a+2b}{3}$ 。

____(3)不等式 $|x-1| \leq 3$ 與 $|1-x| \leq 3$ 的解相同。

二、計算題

1. 設數線上兩點 $A(5), B(12)$ 。

(1)求 \overline{AB} 的長。_____

(2)已知點 $P(x)$ 在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP}:\overline{BP}=3:4$ ，求 x 的值。_____

(3)已知 \overline{AB} 外一點 $Q(y)$ 滿足 $\overline{AQ}:\overline{BQ}=3:4$ ，求 y 的值。_____

2. 設 $a < b$ ，下列各數中何者最大？_____

(1) $\frac{4a+b}{5}$ (2) $\frac{2a+3b}{5}$ (3) $\frac{3a+2b}{5}$ (4) $\frac{a+4b}{5}$ 。

3. 解下列各方程式：

(1) $|-1+x|=5$ 。_____

(2) $|3x+5|=2$ 。_____

4. 解下列各不等式：

(1) $|x-5| \leq 3$ 。_____

(2) $|x+2| > 5$ 。_____

(3) $|5-2x| \leq 7$ 。_____

5. 解下列各不等式：

(1) $\begin{cases} |x-2| < 3 \\ |x| > 4 \end{cases}$ 。_____

(2) $2 \leq |-3x+2| < 5$ 。_____

6. 懷孕的正常生產週數為 37 至 41 週。已知一孕婦生產週數為 x 週，其正常生產週數的範圍恰可表示為 $|x-a| \leq b$ ，求 a, b 的值。以數對 (a, b) 表示=_____

7. 已知 x 為實數且 $|x+7|=3|x-1|$ ，求 x 之值。(x 有兩解) x =_____

8. 設 a, b 為實數，已知 $|2x+a| \leq b$ 的解為 $-8 \leq x \leq 2$ ，求 a, b 的值。_____

9. 已知不等式 $\begin{cases} |x-1| < a \\ |2x+3| \geq b \end{cases}$ 的解為 $2 \leq x < 3$ ，求 a, b 的值。_____