



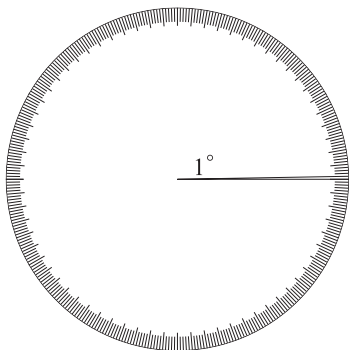
1-1 弧度量

重點整理

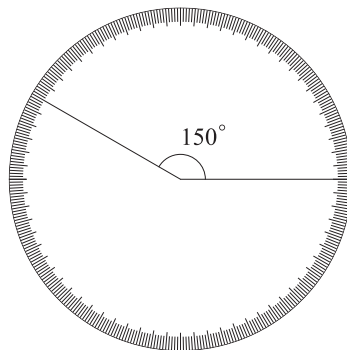
一、弧度量的定義

1. 度度量與弧度量：

- (1) 度度量：將圓周分成 360 等分，每一等分所對應的圓心角稱為 1 度 (degree, 記為 1°)，如圖(一)。



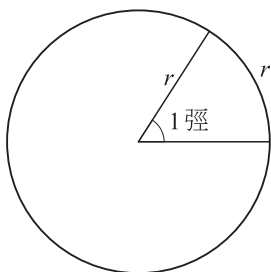
圖(一)



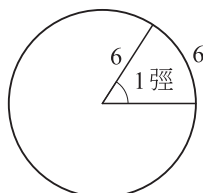
圖(二)

例：如圖(二)，將圓周分為 360 等分，則 150 個等分形成的弧所對應的圓心角為 150° 。

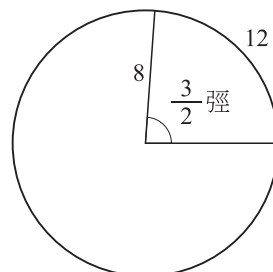
- (2) 弧度量：圓周上，與半徑等長的弧所對應的圓心角稱為 1 徑 (radian, 又稱 1 弧度)，如圖(三)。由定義可知，若圓半徑為 r ，則長度為 s 的弧所對應的圓心角 θ 為 $\theta = \frac{s}{r}$ 徑。



圖(三)



圖(四)



圖(五)

例：如圖(四)，設一圓半徑為 6，則長度為 6 的弧所對應的圓心角 $\theta = 1$ 徑。

例：如圖(五)，設一圓半徑為 8，則長度為 12 的弧所對應的圓心角

$$\theta = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \text{ 徑。}$$



2. 度與徑的換算：

$$(1) 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ 徑}。$$

$$\text{例：} 30^\circ = 30 \times \frac{\pi}{180} \text{ 徑} = \frac{\pi}{6} \text{ 徑}，100^\circ = 100 \times \frac{\pi}{180} \text{ 徑} = \frac{5\pi}{9} \text{ 徑}。$$

$$(2) 1 \text{ 徑} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ。$$

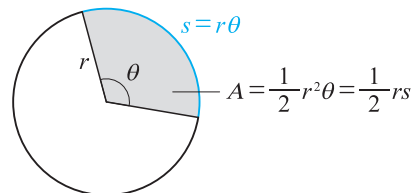
$$\text{例：} \frac{2\pi}{3} \text{ 徑} = \frac{2\pi}{3} \times \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = 120^\circ，3 \text{ 徑} = 3 \times \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = \left(\frac{540}{\pi}\right)^\circ。$$

二、弧長與扇形面積

假設圓半徑為 r ，扇形圓心角為 θ 徑，弧長為 s ，則如圖(六)，此扇形的弧長與面積公式如下：

$$(1) \text{ 弧長 } s = r\theta。$$

$$(2) \text{ 扇形面積 } A = \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} rs。$$



圖(六)

例：一圓半徑 12，扇形圓心角 $\frac{\pi}{3}$ 徑，

$$\text{則此扇形弧長 } s = 12 \times \frac{\pi}{3} = 4\pi，\text{面積 } A = \frac{1}{2} \times 12^2 \times \frac{\pi}{3} = 24\pi。$$

例：一圓半徑 8，扇形圓心角 2 徑，則此扇形弧長 $s = 8 \times 2 = 16$ ，

$$\text{面積 } A = \frac{1}{2} \times 8^2 \times 2 = 64。$$

例：一圓半徑 6，扇形弧長 $s = 12$ ，則此扇形面積 $A = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36$ 。



● 例題 1 角度與弧互換

將度度量換算為弧度量，或將弧度量換算為度度量。(每格 2 分)

度度量	135°	420°	-60°	(4) _____	(5) _____
弧度量	(1) _____ 弧	(2) _____ 弧	(3) _____ 弧	4 弧	$\frac{2\pi}{3}$ 弧

解

● 例題 2 使用計算機轉換角度單位(度與弧)

(1) 使用計算機將下列度度量換算為弧度量，並四捨五入到小數點後第一位。

- ① 120° 。(2 分) ② 252° 。(2 分) ③ 127.3° 。(2 分)

(2) 使用計算機將下列弧度量換算為度度量，若非整數，請使用 、 鍵，並四捨五入約至秒單位。

- ① $\frac{7\pi}{5}$ 弧。(2 分) ② 12.45 弧。(2 分)

解

**例題 3 使用計算機求三角比**

使用計算機求三角比，並四捨五入取到小數點後第四位。

(1) $\sin \frac{\pi}{7}$ 。(2分)

(2) $\cos 3.6$ 。(2分)

(3) $\sin 164^\circ$ 。(2分)

(4) $\tan(-12.5^\circ)$ 。(2分)

(5) $\tan 1234.56^\circ$ 。(2分)

解

例題 4 扇形弧長與面積(一)(已知半徑與圓心角(度)求弧長、面積)

已知扇形的半徑為 24 公分，圓心角為 36° ，求扇形的：

(1) 弧長。(5分)

(2) 面積。(5分)

解



● 例題 5 扇形弧長與面積(二)(已知半徑與弧長求圓心角、面積)

已知扇形的半徑為 6 公分，弧長 8 公分，求扇形的：

- (1) 圓心角。(5 分)
- (2) 面積。(5 分)

解

● 例題 6 扇形弧長與面積(三)(已知半徑與周長求圓心角、面積)

已知扇形半徑 10 公分，周長 30 公分，求扇形的：

- (1) 圓心角。(5 分)
- (2) 面積。(5 分)

解

● 例題 7 扇形弧長公式的應用(一)

將 4 個大小相同的圓罐綁在一起，已知圓罐半徑為 4 公分，若不計打結所需要的繩長，則繩長至少需要多少公分？(10 分)

解



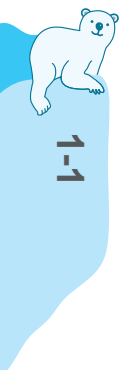
● 例題 8 弧度的定義

試判斷下列各弧度量位於第幾象限？

- (1) 4 徑。(5 分)
- (2) 10.5 徑。(5 分)

解





● 例題 9 扇形弧長公式的應用(二)

觀察一個時鐘，回答下列問題：

- (1) 10 點 20 分時，時針與分針所夾的較小角為多少？(5 分)
- (2) 假設分針長度為 12 公分，求分針的針尖從 8 點 15 分到 8 點 50 分，在鐘面上掃過的路徑長。(5 分)

解

● 例題 10 扇形面積公式的應用

如右圖，此摺扇完全打開時，圓心角為 135° ，試求扇面的面積。
(10 分)

解

