

4

擴分、約分和通分



- ▲ 西元 2011 年時，北極冰層面積約是西元 2013 年的 $\frac{3}{4}$ ；西元 2012 年時，冰層面積是西元 2013 年的 $\frac{3}{5}$ 。你知道 $\frac{3}{4}$ 和 $\frac{3}{5}$ ，哪一個分數比較大嗎？
在本單元可以學習到。

先備經驗

- (1) 等值分數的意義。
- (2) 因數、公因數和最大公因數的意義及做法。
- (3) 倍數、公倍數和最小公倍數的意義及做法。

學習要點

- (1) 擴分、約分和通分的意義及做法。
- (2) 異分母分數的大小比較。
- (3) 繪製分數的數線。

暖身練習

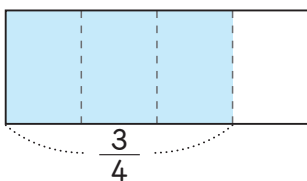
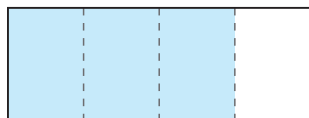
做做看：

- (1) 12 和 16 的公因數有哪些？
- (2) 4 和 6 的公倍數中，最小公倍數是多少？

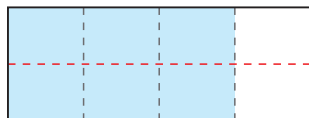
4-1 擴分

① 把一張紙平分成 4 份，塗色的部分是 $\frac{3}{4}$ 張，如下圖。

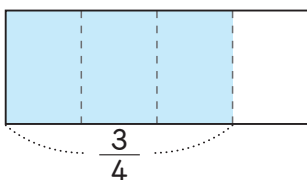
「 $\frac{3}{4}$ 」會和哪些分數相等？



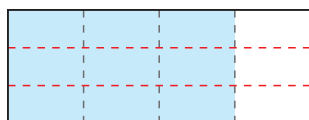
把 4 份中的每份再平分成 2 小份。



$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$



把 4 份中的每份再平分成 3 小份。



$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

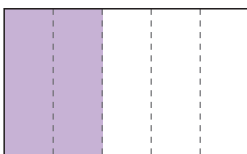
「 $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ 」和「 $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ 」中，你發現了什麼？

把分子和分母同乘以一個比 1 大的整數，會得到一個和原分數相等的分數，這種方法叫作**擴分**。

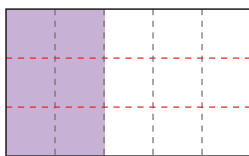


試試看

用擴分找出 $\frac{2}{5}$ 的等值分數：

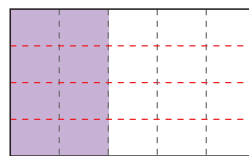


①



$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times \square}{5 \times \square} = \frac{\square}{\square}$$

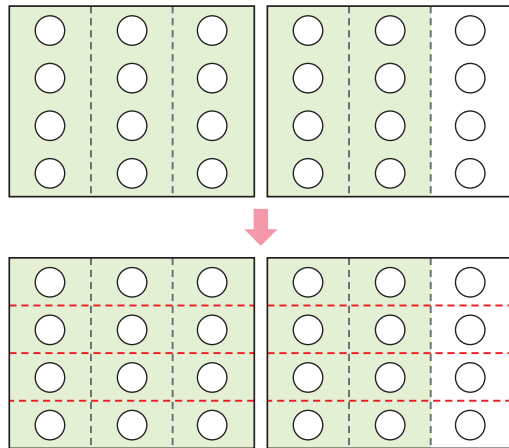
②



$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times \square}{5 \times \square} = \frac{\square}{\square}$$

- ② 一箱飲料有 12 瓶， $\frac{5}{3}$ 箱飲料和十二分之幾箱飲料一樣多？說說看，你是怎麼知道的？

$$\frac{5}{3} = \frac{5 \times 4}{3 \times 4} = \frac{20}{12}$$



將圖中的 3 份再平分成 12 小份，也就是 $3 \times 4 = 12$ ，分子和分母同乘以 4。

答：十二分之二十箱

- ③ $1\frac{4}{5} = 1\frac{20}{()}$ ，() 裡的數是多少？

$$1\frac{4}{5} = 1\frac{20}{()}$$

$\times 5$ (above the arrow)
 $\times 5$ (below the arrow)

$20 \div 4 = 5$ ，分子 4 擴分成 20 須乘以 5，因此分母也同乘以 5。



答：_____

試試看

填填看：

① $\frac{7}{3} = \frac{7 \times ()}{3 \times 2}$
 $= \frac{()}{6}$

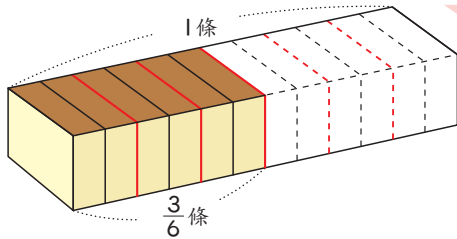
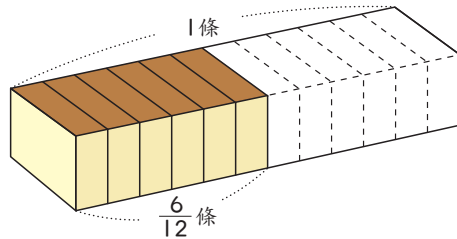
② $\frac{3}{4} = \frac{()}{16}$

③ $2\frac{6}{7} = 2\frac{18}{()}$

④ $\frac{5}{6} = \frac{()}{24} = \frac{25}{()}$

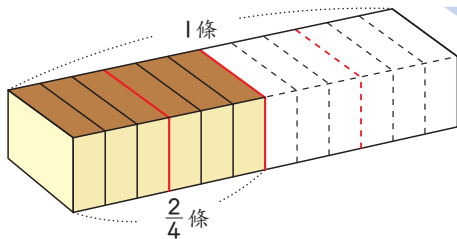
4-2 約分

- ① 慶生會上，梅西把一條乳酪蛋糕平分成 12 片， $\frac{6}{12}$ 條蛋糕也可說是幾條蛋糕？



每 2 片併成 1 份，共併成 6 份，
3 份是 $\frac{3}{6}$ 條。

$$\frac{6}{12} = \frac{6 \div 2}{12 \div 2} = \frac{3}{6}$$



每 3 片併成 1 份，共併成 4 份，
2 份是 $\frac{2}{4}$ 條。

$$\frac{6}{12} = \frac{6 \div 3}{12 \div 3} = \frac{2}{4}$$

答： $\frac{3}{6}$ 條或 $\frac{2}{4}$ 條

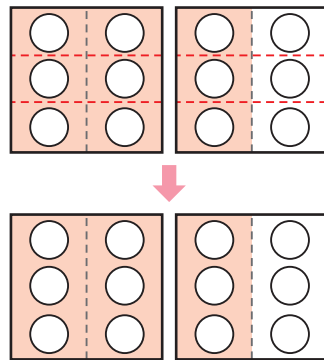
「 $\frac{6}{12} = \frac{3}{6}$ 」和「 $\frac{6}{12} = \frac{2}{4}$ 」中，你發現了什麼？

把分子和分母同除以一个比 1 大的公因數，會得到一個和原分數相等的分數，這種方法叫作**約分**。



② 頌伊買兩盒月餅當伴手禮給媽

媽，一盒月餅有 6 個， $\frac{9}{6}$ 盒月餅和二分之幾盒月餅一樣多？說說看，你是怎麼知道的？



將圖中的 6 小份併成 2 份，也就是 $6 \div 3 = 2$ ，分子和分母同除以 3。

$$\frac{9}{6} = \frac{9 \div 3}{6 \div 3} = \frac{3}{2}$$

答：二分之三盒

③ $2\frac{18}{24} = 2\frac{3}{()}$ ，() 裡的數是多少？

$$2\frac{18}{24} = 2\frac{3}{()}$$

$\xrightarrow{\div 6}$
 $\xleftarrow{\div 6}$

$18 \div 3 = 6$ ，分子 18 約分成 3 須除以 6，因此分母也同除以 6。



答：_____

試試看

填填看：

① $\frac{4}{24} = \frac{4 \div ()}{24 \div ()}$
 $= \frac{()}{6}$

② $\frac{12}{36} = \frac{()}{6}$

③ $3\frac{12}{18} = 3\frac{()}{3}$

④ $\frac{30}{24} = \frac{15}{()} = \frac{()}{4}$

④ 用約分寫出 $\frac{18}{24}$ 的三個等值分數。



約分時，分子和分母要能被相同的整數整除。

能同時整除分子和分母的數，都是分子和分母的公因數。18 和 24 的公因數是 1、2、3、6。



$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 2}{24 \div 2} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 3}{24 \div 3} =$$

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div (\quad)}{24 \div (\quad)} = (\quad)$$

答：_____、_____、_____

⑤ 用約分的方法找找看，和 $\frac{15}{60}$ 一樣大的分數有哪些？

15 和 60 的公因數是 1、3、5、15。



$$\frac{15}{60} \text{ 用 } 3 \text{ 約分可以寫成 } \frac{\cancel{15}^3}{\cancel{60}_{20}} = \frac{5}{20}$$

$$\frac{\cancel{15}^5}{\cancel{60}_{12}} = \frac{3}{12} \quad \text{用 } 5 \text{ 約分。}$$

$$\frac{\cancel{15}^{15}}{\cancel{60}_4} = \frac{1}{4} \quad \text{用 } 15 \text{ 約分。}$$

答： $\frac{5}{20}$ 、 $\frac{3}{12}$ 、 $\frac{1}{4}$

$\frac{5}{20}$ 、 $\frac{3}{12}$ 和 $\frac{1}{4}$ ，哪個分數不能再約分？

試試看

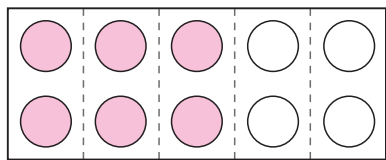
$$\frac{24}{36}、\frac{12}{18}、\frac{8}{12}、\frac{6}{9}、\frac{2}{3}$$

① 上面的分數都一樣大嗎？（ ）

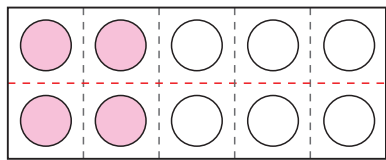
② 哪個分數不能再約分？（ ）

4-3 通分

- ① 一盒餅乾有 10 個，柯比分到 $\frac{3}{5}$ 盒餅乾，柯南分到 $\frac{4}{10}$ 盒餅乾，他們分到的餅乾一樣多嗎？想想看，該怎麼做？



$\frac{3}{5}$ 的 5 表示 1 盒有 5 份，
每份有 2 個。



$\frac{4}{10}$ 的 10 表示 1 盒有 10
份，每份有 1 個。

分母不同的分數，表示平分後的
每份不一樣多。要怎麼比較？



用擴分或約分，把不同的分母
化成相同的分母，讓平分後的
每份一樣多再比較。



用擴分來計算：

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{6}{10} > \frac{4}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} > \frac{4}{10}$$

用約分來計算：

$$\frac{4}{10} = \frac{4 \div 2}{10 \div 2} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} > \frac{4}{10}$$

答：不一樣多



利用擴分或約分，把不同分母的分數化成
相同分母的分數，叫作**通分**。

4-4 異分母分數的大小比較

- ① 有兩杯一樣多的果汁，敬騰喝了 $\frac{3}{5}$ 杯，安東喝了 $\frac{7}{10}$ 杯，誰喝的果汁比較多？

把分母相乘，通分成分母為 50 的分數。



10 是 5 和 10 的公倍數，把 $\frac{3}{5}$ 擴分成 $\frac{6}{10}$ 。



$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 10}{5 \times 10} = \frac{30}{50}$$

$$\frac{7}{10} = \frac{7 \times 5}{10 \times 5} = \frac{35}{50}$$

$$\frac{35}{50} > \frac{30}{50} \Rightarrow \frac{7}{10} > \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{7}{10} > \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{7}{10} > \frac{3}{5}$$

答：安東

- ② 比較 $\frac{5}{12}$ 和 $\frac{7}{18}$ 的大小。

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \times 3}{12 \times 3} = \square$$

$$\frac{7}{18} = \frac{7 \times 2}{18 \times 2} = \square$$

$$\square > \square \Rightarrow \square > \square$$

12 和 18 的最小公倍數是 36，分母通分為 36。



答：_____

試試看

比較下面各組分數的大小：

① $\frac{3}{4}$ ， $\frac{13}{20}$

② $\frac{3}{8}$ ， $\frac{5}{6}$

③ 志祥和依霖各有一個大小相同的杯子，裡面裝滿牛奶。

志祥喝了 $\frac{10}{16}$ 公升的牛奶，依霖喝了 $\frac{21}{24}$ 公升的牛奶，

誰喝的比較多？

$$\frac{10}{16} = \frac{10 \div 2}{16 \div 2} =$$

$$\frac{21}{24} =$$

約分成母為 8 的分數。



答：_____

④ 老師布置教室，用了 $\frac{5}{2}$ 公尺的紅色彩帶和 $\frac{9}{5}$ 公尺的藍色彩帶，哪種彩帶用得比較多？

直接通分比大小。



把假分數先化成帶分數，再比較大小。



$$\frac{5}{2} = \frac{25}{10}, \quad \frac{9}{5} = \frac{18}{10}$$

$$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}, \quad \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$$

答：_____

⑤ 比較 $\frac{11}{6}$ 和 $1\frac{4}{9}$ 的大小。

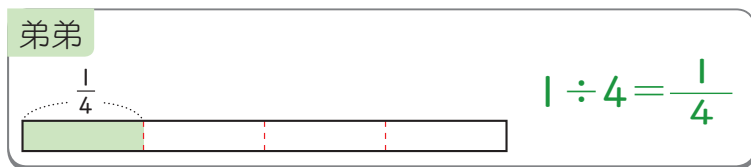
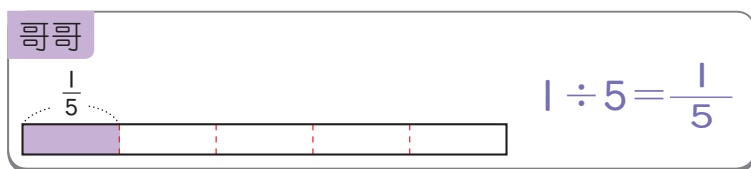
$$\frac{11}{6} = 1\frac{5}{6} = 1\frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \square$$

$$1\frac{4}{9} = 1\frac{4 \times 2}{9 \times 2} = \square$$

$$\square > \square$$

答：_____

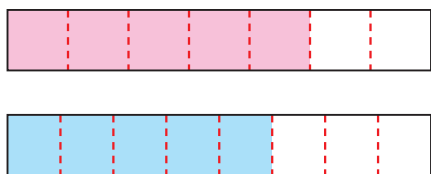
- ⑥ 兩條長 1 公尺的緞帶，一條平分成 5 段，哥哥用掉其中的 1 段；另一條平分成 4 段，弟弟用掉其中的 1 段，誰用掉的緞帶比較長？



$$\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$$

答：弟弟

- ⑦ 兩條一樣長的紙帶各自平分後塗上顏色。粉紅色的部分是 $\frac{5}{7}$ 條，藍色的部分是 $\frac{5}{8}$ 條，哪種顏色比較長？



$$\frac{1}{7} > \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{5}{7} > \frac{5}{8}$$

答：粉紅色

- ⑧ 從 ⑥、⑦ 的結果，「 $\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$ 」和「 $\frac{5}{7} > \frac{5}{8}$ 」中，你發現了什麼？

當分子一樣大時，分母越小，則分數越大。



試試看

在 中填入 $>$ 、 $<$ 或 $=$ ：

① $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{5}$

② $\frac{6}{5}$ $\frac{6}{4}$

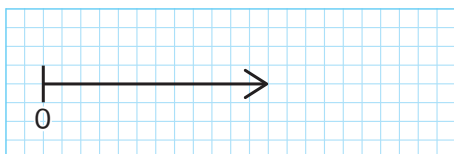
③ $\frac{14}{24}$ $\frac{7}{11}$

4-5 繪製分數的數線

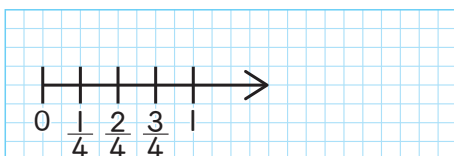
- ① 在方格紙上，以 $\frac{1}{4}$ 為刻度單位，畫出 0 到 1 之間，標示有分數的數線。（配合附件 P21）



子帆的做法



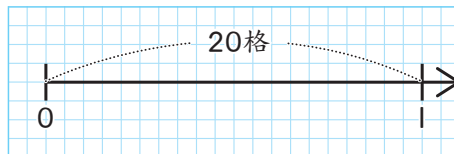
先畫一條直線，並標示出箭頭和 0 的位置。



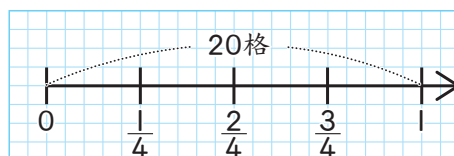
用 2 格的長表示 $\frac{1}{4}$ ，4 格就是 $\frac{2}{4}$ ，6 格就是……。



子晴的做法



先畫一條直線，並標示出箭頭和 0 的位置。從 0 往右數 4 的倍數的格數（20 格），再標示出 1 的位置。

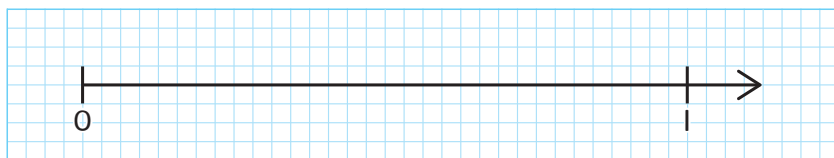


將 0 和 1 之間平分成 4 段， $20 \div 4 = 5$ ，5 格畫 1 段，1 段就是 $\frac{1}{4}$ ，再依序寫出 $\frac{2}{4}$ 、 $\frac{3}{4}$ 和 1。

說說看，子帆和子晴兩人的畫法都對嗎？兩人的數線中，各用幾格表示 $\frac{1}{4}$ ？

試試看

以 $\frac{1}{8}$ 為單位，畫出 0 到 1 之間，標示有分數的數線。

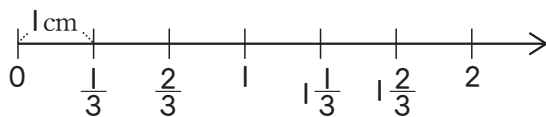


- ② 在空白紙上，以 $\frac{1}{3}$ 為刻度單位，畫出0到2之間，標示有分數的數線。說說看，怎麼做？



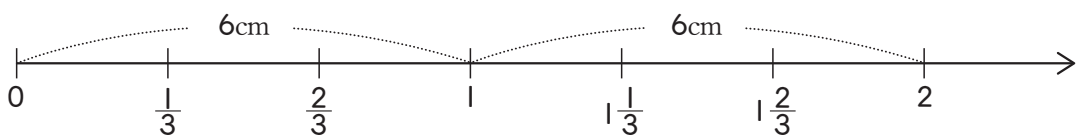
子帆的做法

- ① 先畫一條直線，並標示出箭頭和0的位置。
- ② 直線上從0開始，以1公分的長度表示 $\frac{1}{3}$ ，2公分表示 $\frac{2}{3}$ ，3公分表示1，再依序標示出 $1\frac{1}{3}$ 、 $1\frac{2}{3}$ 和2。



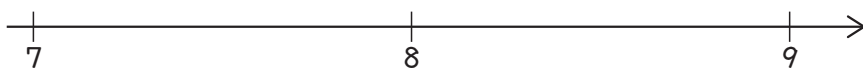
子晴的做法

- ① 先畫一條直線，並標示出箭頭和0的位置。從0向右取3的倍數的長度（6cm），此長度的1倍表示1，2倍表示2。
- ② 將0和1之間平分成3段， $6 \div 3 = 2$ ，2公分畫1段，1段就是 $\frac{1}{3}$ 。
- ③ 依步驟②將1和2之間也平分成3段，再依序標示出 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $1\frac{1}{3}$ 和 $1\frac{2}{3}$ 。



說說看，子帆和子晴兩人的畫法都對嗎？兩人的數線中，各用幾公分表示 $\frac{1}{3}$ ？

- ③ 在下面的數線上，標示出 $7\frac{3}{5}$ 和 $8\frac{2}{5}$ 的位置。





練習四

一 填填看：

$$1 \quad \frac{5}{6} = \frac{(\quad)}{18} = \frac{30}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{72}$$

$$2 \quad \frac{36}{48} = \frac{12}{(\quad)} = \frac{9}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{4}$$

$$3 \quad \frac{2}{3} = \frac{(\quad)}{45} = \frac{(\quad)}{6} = \frac{10}{(\quad)}$$

$$4 \quad \frac{20}{32} = \frac{(\quad)}{16} = \frac{(\quad)}{8} = \frac{(\quad)}{48}$$

二 在□中填入>、<或=：

$$1 \quad \frac{13}{16} \square \frac{13}{15}$$

$$2 \quad \frac{21}{24} \square \frac{14}{16}$$

$$3 \quad 2\frac{20}{45} \square 2\frac{23}{9}$$

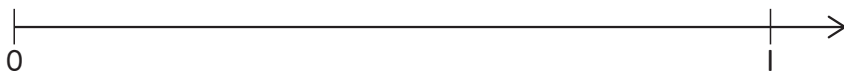
$$4 \quad 3\frac{6}{8} \square 3\frac{9}{12}$$

$$5 \quad 10 \div 7 \square 12 \div 7$$

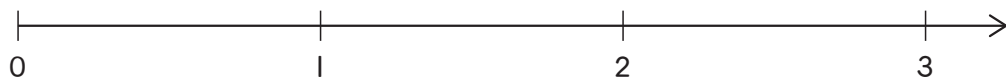
$$6 \quad 9 \div 8 \square 9 \div 10$$

三 畫畫看：

1 以 $\frac{1}{10}$ 為刻度單位，畫出 0 到 1 之間，標示有分數的數線。



- ② 在下面的數線上，標示出 $\frac{1}{2}$ 和 $2\frac{3}{4}$ 的位置。



四 應用題：

- ① 用約分的方法找找看，和 $\frac{30}{18}$ 一樣大的分數有哪些？
- ② 有兩盒一樣多的巧克力，姐姐吃了 $\frac{4}{9}$ 盒，妹妹吃了 $\frac{5}{12}$ 盒，誰吃的比較多？
- ③ 禮安 做百合花用掉 $\frac{3}{8}$ 包紙黏土，做玫瑰花用掉 $\frac{3}{11}$ 包，做哪一種花用掉的紙黏土比較多？
- ④ 元浩 的水壺可以裝 $1\frac{3}{4}$ 公升的水，敏俊 的水壺可以裝 $\frac{17}{10}$ 公升的水，誰的水壺容量比較多？