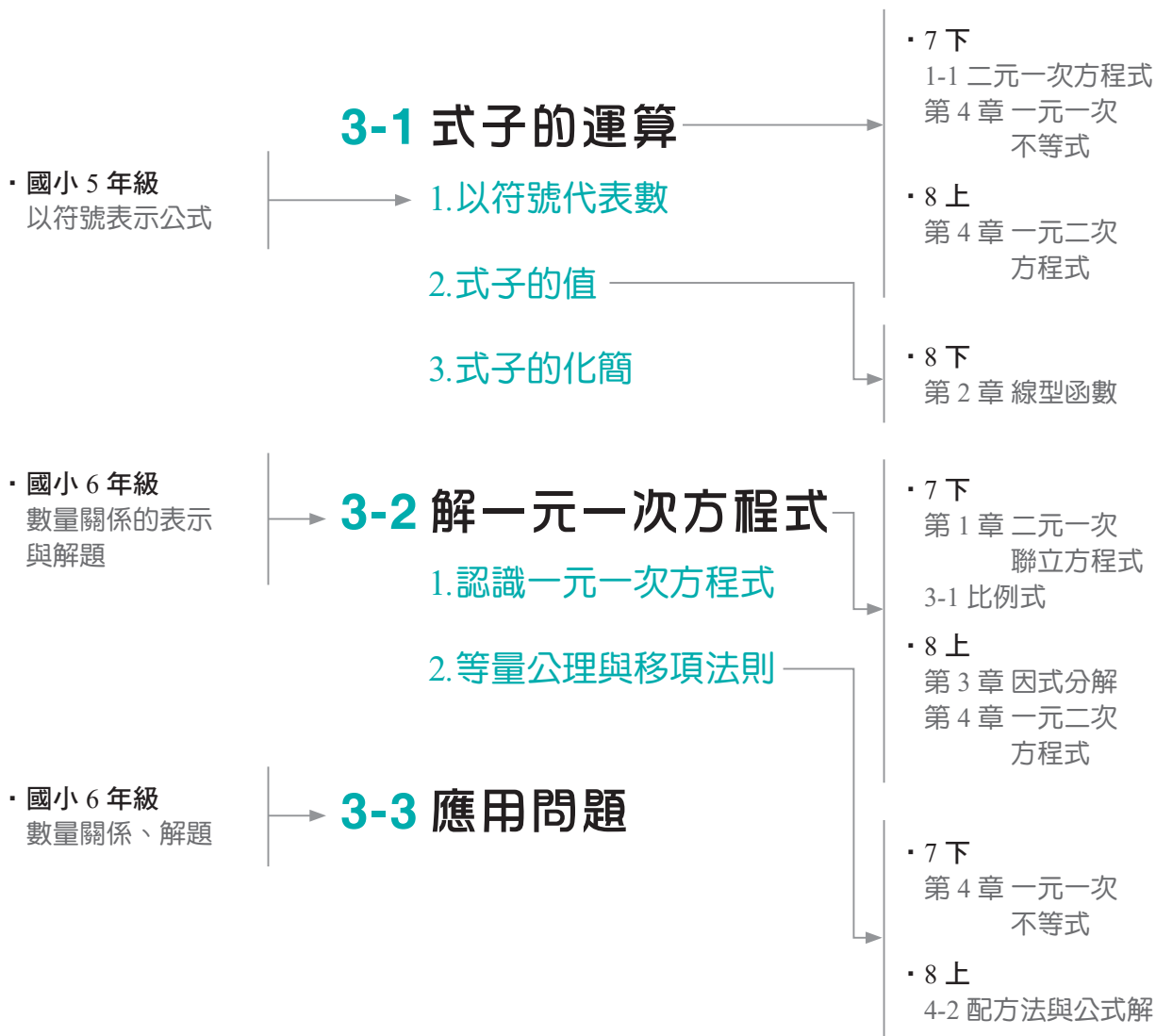


# 3

## 一元一次方程式

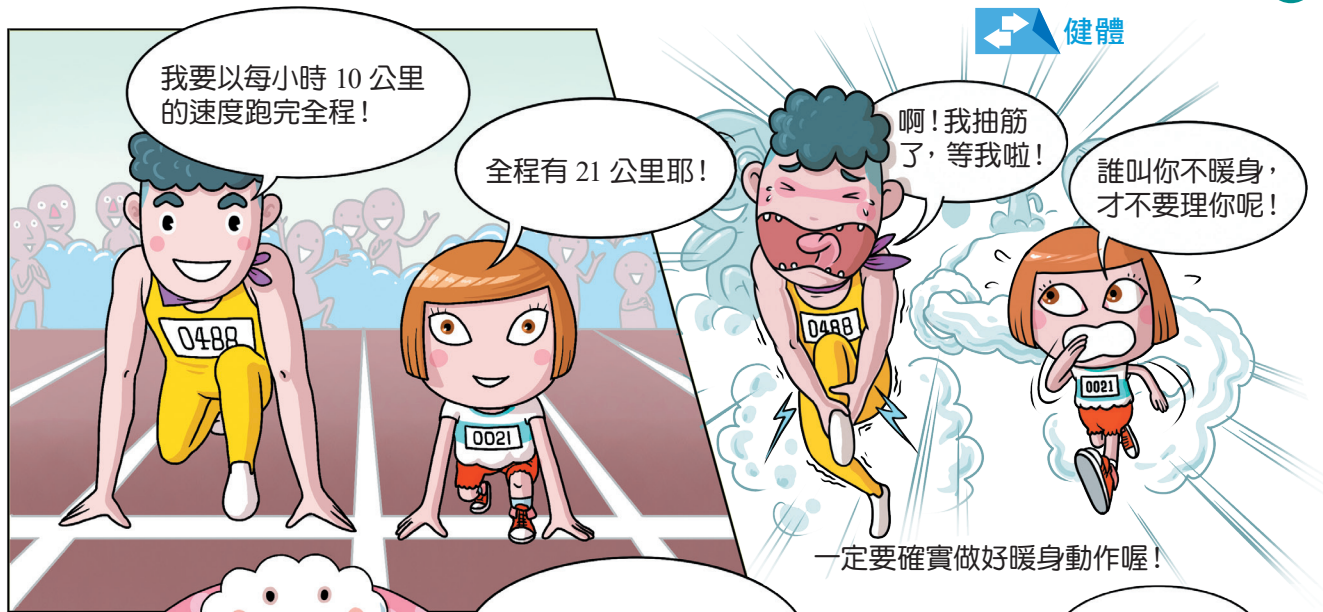


生活中常遇到一些問題需要用數學協助解決，例如：路跑時，要如何利用速率與所花的時間求得某段所跑的距離。

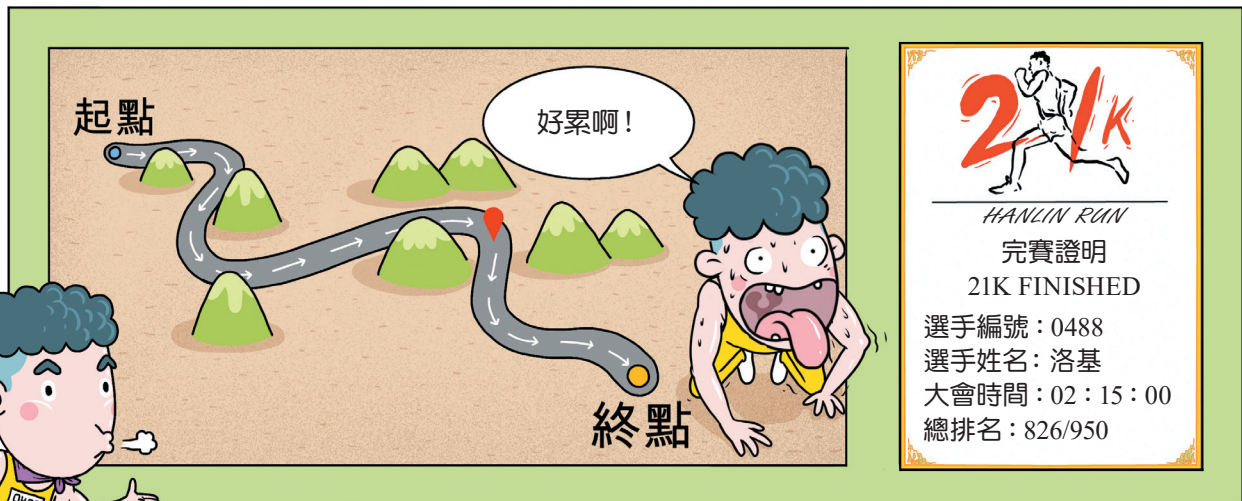
因此，本章將介紹一元一次方程式，透過符號代表未知數量的方式，學習式子的化簡與求解方程式，來協助解決生活中的數學問題。







一定要確實做好暖身動作喔!



洛基參加全程 21 公里的路跑，一開始的速度為每小時 10 公里，後來因為腳抽筋，所以只能以每小時 8 公里的速度跑完剩下的路程，總共花費 2 小時 15 分，則洛基一開始以每小時 10 公里的速度跑了多少公里？



## 學習前哨站

本單元為學生自我複習，  
教師可視班級情況決定如何運用。



### 回顧 1 去括號

7上第1章

$$(1) 4 - (3 + 2) = 4 - 3 - 2 = 1 - 2 = -1$$

↑                      ↑                      ↑  
去括號後要變號

$$(2) -12 - (7 - 8) = -12 - 7 + 8 = -19 + 8 = -11$$

↑                      ↑                      ↑  
去括號後要變號



#### 課前練習

計算下列各式：

(1)  $-5 - (4 + 6) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $13 - (-2 + 5) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

### 回顧 2 乘法對加減法的分配律

7上第1章

$$25 \times (100 + 1) = 25 \times 100 + 25 \times 1 = 2500 + 25 = 2525$$



#### 課前練習

計算下列各式：

(1)  $16 \times (1000 + 3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $37 \times (100 - 2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

### 回顧 3 求未知數的值

國小6年級

(1) 甲  $+ 2.5 = 6$ ，則甲  $= 6 - 2.5 = 3.5$ 。

(2) 乙  $\div 3 = \frac{3}{2}$ ，則乙  $= \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2}$ 。



#### 課前練習

計算下列各式：

(1)  $\square \times 2 = 100$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\triangle - 5 = 20$ ， $\triangle = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

# 3-1 式子的運算



## ① 以符號代表數

國小時曾經學過用「□、△、○」、「甲、乙、丙」等文字或符號代表未知的數並記錄問題，再以算式填充題的方式解題。後來又以英文字母  $x$ 、 $y$ 、 $z$  等代表未知的數。例如：

- (1) 長方形的寬  $x$  公分，長比寬多 5 公分，則長就是  $(x+5)$  公分。
- (2) 弟弟比哥哥小 2 歲，如果哥哥今年是  $x$  歲，則弟弟今年就是  $(x-2)$  歲。
- (3) 演唱會門票一張 1500 元，買  $x$  張要  $(1500 \times x)$  元。
- (4) 心凌買 3 支熱狗共用了  $y$  元，則每支熱狗的價格是  $(y \div 3)$  元。

像  $x+5$ 、 $x-2$ 、 $1500 \times x$ 、 $y \div 3$  等，由文字和數字組成的算式，稱為**代數式**。

## ▶ 符號的簡記

因為乘號「 $\times$ 」與英文字母「 $x$ 」在書寫時容易混淆，所以在列式時，常將乘號「 $\times$ 」改寫成「 $\cdot$ 」，或省略不寫，並把數字寫在英文字母的左方。例如：

$x \times 15$	或 $15 \times x$	簡記成 $15x$	← $15 \times x$ 可以寫成 $15 \cdot x = 15x$ ， 即 $x$ 的 15 倍。
$x \times 1.5$	或 $1.5 \times x$	簡記成 $1.5x$	
$x \times (-6)$	或 $(-6) \times x$	簡記成 $-6x$	
$x \times \frac{4}{7}$	或 $\frac{4}{7} \times x$	簡記成 $\frac{4}{7}x$ 或 $\frac{4x}{7}$	

$1 \times x$  依照「 $\times$ 」號省略的約定，應簡記成  $1x$ ，但因為 1 和任意數的乘積就是該數本身，所以可將  $1 \times x$  簡記成  $x$ ，同樣地， $(-1) \times x$  簡記成  $-x$ 。

### 例1 符號的簡記(乘法)

自評 P166 第 1、2 題

簡記下列各式：

$$(1) 3 \times x$$

$$(2) (-4) \times x$$

$$(3) x \times \frac{5}{3}$$

**解** (1)  $3 \times x = 3x$

$$(2) (-4) \times x = -4x$$

$$(3) x \times \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \times x \\ = \frac{5}{3}x \text{ (或 } \frac{5x}{3} \text{)}$$

除以一一個不為 0 的數就是乘以該數的倒數，例如：

(1)  $x \div 4$  可以寫成  $x \times \frac{1}{4}$ ，也就是說

$$x \div 4 = x \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}x \text{ 或 } \frac{x}{4}。$$

(2)  $x \div (-\frac{2}{3}) = x \times (-\frac{3}{2}) = (-\frac{3}{2}) \cdot x = -\frac{3}{2}x。$

$$-\frac{3}{2}x \text{ 寫成 } \frac{-3}{2}x \text{ 或 } \frac{-3x}{2}$$

都是很常見的寫法。

### 隨堂練習

簡記下列各式：

$$(1) (-3.5) \times a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2) y \times (-\frac{2}{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) x \div (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4) y \div (-\frac{5}{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

## 例2 簡記含加、減的式子

自評 P166 第 2 題

簡記下列各式：

(1)  $x \times 3 + 2$

(2)  $x \div \left(-\frac{5}{3}\right) - 1$

**解** (1) 因為  $x \times 3$  簡記成  $3x$ ，  
所以  $x \times 3 + 2 = 3x + 2$ 。

$$\begin{aligned} (2) \quad & x \div \left(-\frac{5}{3}\right) - 1 \\ & = x \times \left(-\frac{3}{5}\right) - 1 \\ & = -\frac{3}{5}x - 1 \end{aligned}$$

### 隨堂練習

簡記下列各式：

(1)  $x \cdot (-5) - 2$

$= \underline{\hspace{2cm}}。$

(2)  $x \div (-3) + 4$

$= \underline{\hspace{2cm}}。$

## ▶ 以符號列式

學會了簡記的方式後，如果要以文字符號列式表達數量關係，就可以直接用簡記的形式列出式子。

文字敘述	式子
$x$ 減 8	$x - 8$
$x$ 的 5 倍	$5x$
比 $x$ 大 5 的數	$x + 5$
比 $x$ 的 6 倍多 7 的數	$6x + 7$
比 $x$ 的一半少 3 的數	$\frac{1}{2}x - 3$

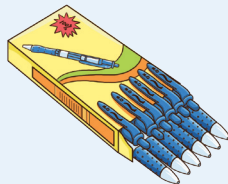


### 例3 以符號代表數

自評 P166 第 3、4 題

1. 已知原子筆每打  $x$  元，則：

- (1) 5 打原子筆多少元？
- (2) 每枝原子筆多少元？(一打有 12 枝)



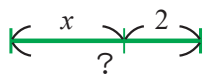
2. 志聰 的年齡比 勇年 大 2 歲，則：

- (1) 如果以  $x$  表示 勇年 的歲數，則 志聰 多少歲？
- (2) 如果以  $y$  表示 志聰 的歲數，則 勇年 多少歲？

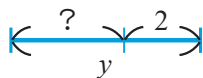
**解** 1. (1) 一打原子筆  $x$  元，則 5 打為  $x \times 5 = 5x$  (元)。

(2) 一打原子筆有 12 枝，所以每枝為  $x \div 12 = \frac{x}{12}$  (元)。

2. (1) 志聰 比 勇年 大 2 歲，所以 勇年  $x$  歲時，  
志聰 為  $(x+2)$  歲。



(2) 志聰 比 勇年 大 2 歲，即 勇年 比 志聰 小 2 歲，  
所以 志聰  $y$  歲時，勇年 為  $(y-2)$  歲。



### 隨堂練習

1. 如右圖，如果用  $x$  表示繳交的人數，則 書銘 收到 \_\_\_\_\_ 元。

生活科技課材料費，  
每人交 50 元給 書銘。

2. 水果一箱  $a$  元，8 人均分一箱，則每人要分攤 \_\_\_\_\_ 元。

3. 已知姐姐繳交的學費比弟弟多 200 元，則：

- (1) 如果姐姐的學費為  $x$  元，則弟弟的學費為 \_\_\_\_\_ 元。
- (2) 如果弟弟的學費為  $y$  元，則姐姐的學費為 \_\_\_\_\_ 元。

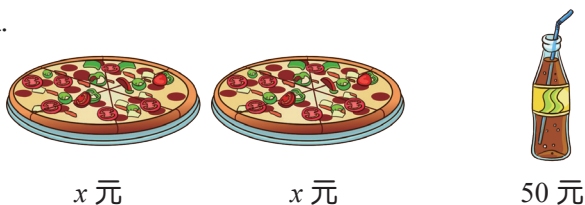


### 例4 以符號列式

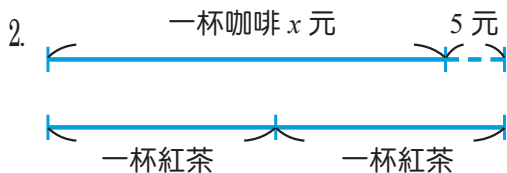
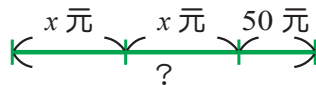
自評 P166 第 3、4 題

- 媽媽買了 2 個披薩及 1 瓶汽水，如果一個披薩  $x$  元，一瓶汽水 50 元，則媽媽共花了多少元？
- 一杯咖啡的價錢是一杯紅茶的 2 倍少 5 元，如果一杯咖啡  $x$  元，則一杯紅茶多少元？

解 1.



因為一個披薩  $x$  元，所以 2 個披薩要  $2x$  元，  
因此媽媽共花了  $(2x+50)$  元。



由上圖可知，一杯紅茶的價錢為  $\frac{x+5}{2}$  元。

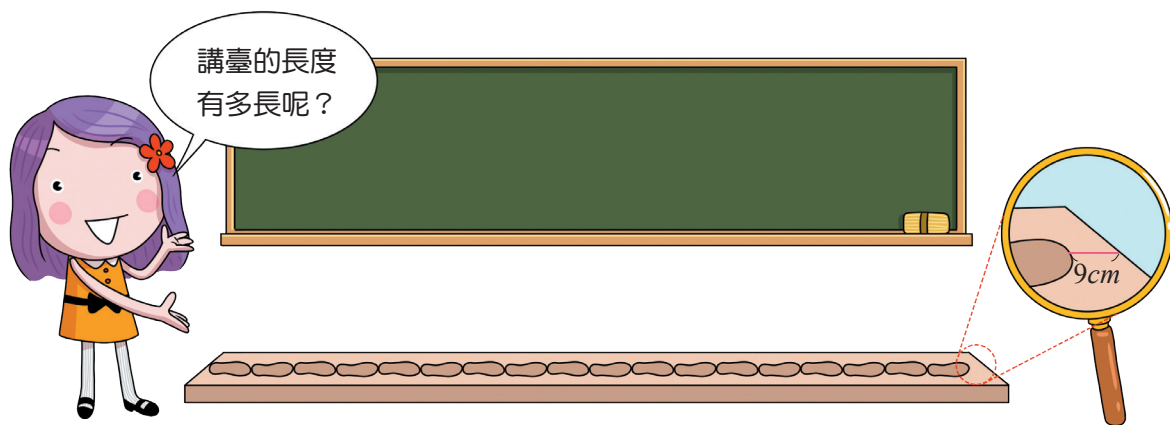
### 隨堂練習

- 已知父親的體重是兒子體重的 3 倍多 2 公斤，如果兒子的體重為  $x$  公斤，則父親的體重是 \_\_\_\_\_ 公斤。
- 小均買了 3 個雞塊及 1 杯 30 元的可樂，共花了  $x$  元，則每個雞塊 \_\_\_\_\_ 元。



## ② 式子的值

艾美想要測量教室講臺的長度，因為不容易找到直接測量的工具，所以她用鞋子的長度來測量，測量的結果是 18 個鞋子的長度再多 9 公分。假設一隻鞋子的長度記為  $x$  公分，則講臺的長度就是  $(18x+9)$  公分。



在上例中，式子  $18x+9$  的值是由  $x$  的值所決定。

例如：如果一隻鞋子的實際長度為 25 公分，也就是  $x=25$ ，則艾美就可算出講臺的長度為  $18 \times 25 + 9 = 459$  (公分)。也就是說，當  $x=25$  時， $18x+9$  這個式子的值為 459。此例中，講臺的長度是以  $18x+9$  表示，當  $x$  的值確定後， $18x+9$  的值也會確定。

### 例5 求式子的值

自評 P167 第 5 題

計算下列各式的值：

(1) 如果  $x=5$ ，則  $3x-8=$  \_\_\_\_\_。

(2) 如果  $x=-3$ ，則  $-3-7x=$  \_\_\_\_\_。

解 (1) 如果  $x=5$ ，

$$\begin{aligned} \text{則 } 3x-8 &= 3 \times 5 - 8 \\ &= 15 - 8 \\ &= 7 \end{aligned}$$

(2) 如果  $x=-3$ ，

$$\begin{aligned} \text{則 } -3-7x &= -3-7 \times (-3) \\ &= -3-(-21) \\ &= -3+21 \\ &= 18 \end{aligned}$$

 隨堂練習

求下列各式的值：

(1) 如果  $x=0$ ，則  $6x-7=$  \_\_\_\_\_。  
 (2) 如果  $x=6$ ，則  $\frac{x+3}{12}-5=$  \_\_\_\_\_。

假設搭乘計程車的基本費是 70 元，每跳表 1 次加收 5 元，如果跳表  $x$  次，則收費  $(70+5x)$  元。

跳表次數	1	2	8	10
收費(元)	$70+5x$ $=70+5\times 1$ $=75$	$70+5x$ $=70+5\times 2$ $=80$	$70+5x$ $=70+5\times 8$ $=110$	$70+5x$ $=70+5\times 10$ $=120$

由上例可以觀察到： $70+5x$  所代表的值，會隨著  $x$  值的不同，而有所改變。

### 例 6 求一個式子不同的值

自評 P167 第 5 題

當  $x$  分別為 2、0、-1、 $-\frac{5}{3}$  時，式子  $3x+4$  的值各是多少？

解  $x=2$ ，則  $3x+4=3\times 2+4=10$

$x=0$ ，則  $3x+4=3\times 0+4=4$

$x=-1$ ，則  $3x+4=3\times(-1)+4=1$

$x=-\frac{5}{3}$ ，則  $3x+4=3\times(-\frac{5}{3})+4=-1$

當  $x=-\frac{1}{7}$  時，  
 $5-7\times(-\frac{1}{7})=6$ 。

 隨堂練習

在下表的空格中，填入各式子所代表的值。

式子 \ $x$	2	-3	$-\frac{1}{7}$
$5-7x$			6
$-8+3x$			



### ③ 式子的化簡

學習式子的化簡之前，應先熟悉下列常用的名詞：

(1) 一元一次式：

式子中只含有一種代表數的文字符號（一元），且該文字符號的最高次方為一次方，這樣的式子稱為**一元一次式**。

例如： $5a$ 、 $-3x+2$ 、 $-2y-3$  等，皆是一元一次式。

(2) 項：

一元一次式  $6x-5$  可看成  $6x+(-5)$ ，其中  $6x$  與  $-5$  以「+」號連結，是一元一次式  $6x-5$  的**項**。 $6x-5$  共有兩項，分別是  $6x$  和  $-5$ ，其中  $-5$  是**常數項**。

(3) 同類項：

文字符號相同，次方也相同的項，稱為**同類項**。

例如： $6x$  和  $-2x$  是同類項， $3$  和  $-5$  是同類項，而  $2x$  和  $3y$  不是同類項。

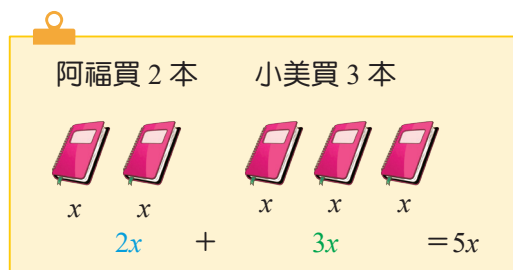
(4) 係數：

在各項中，文字符號前的數稱為該項的**係數**。

例如： $6x$  的係數是  $6$ ， $-2x$  的係數是  $-2$ ， $x$  的係數是  $1$ ， $-x$  的係數是  $-1$ 。

在數學的使用上，當文字符號代表數的時候，可以將它視為數來做運算，並有相同的運算規則。

例如：筆記本每本  $x$  元，阿福買 2 本需  $2x$  元，小美買 3 本需  $3x$  元，兩個人共買 5 本筆記本，所以一共需要  $5x$  元，也就是  $2x+3x=5x$ 。



也可以利用分配律  $a \times c + b \times c = (a+b) \times c$  來化簡  $2x+3x$ ，

$$\begin{aligned} \text{即 } 2x+3x &= 2 \times x + 3 \times x \\ &= (2+3) \times x \\ &= 5x \end{aligned}$$

## 例7 同類項的加減

化簡下列各式：

$$(1) -15x + 9x$$

$$(2) 7x - (-5x)$$

解 (1)  $-15x + 9x$

$$= [(-15) + 9]x$$

$$= -6x$$

(2)  $7x - (-5x)$

$$= 7x + 5x$$

$$= (7+5)x$$

$$= 12x$$

### 隨堂練習

化簡下列各式：

$$(1) -x + (-2x)$$

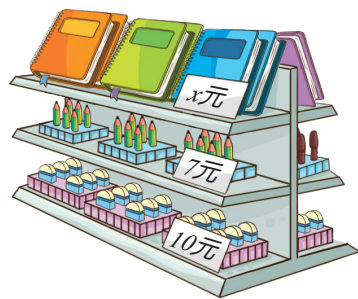
$$(2) x - 3x$$

$$(3) -8x - (-7x)$$

如果式子中有兩種不同類型的同類項，該如何化簡呢？

崇德 買  +  共  $(2x+7)$  元

佑慈 買  +  共  $(3x+10)$  元



已知 1 本筆記本  $x$  元，兩人共買了 5 本筆記本 ( $5x$  元)、1 枝鉛筆 (7 元) 和 1 個橡皮擦 (10 元)，所以總共需要  $(5x+17)$  元。

由上面的例子可以發現  $(2x+7) + (3x+10)$  與  $5x+17$  是相等的。也就是說：

$$\begin{aligned} (2x+7) + (3x+10) &= 2x+7+3x+10 \\ &= 2x+3x+7+10 \quad \leftarrow \text{加法交換律} \\ &= (2x+3x) + (7+10) \quad \leftarrow \text{合併同類項} \\ &= 5x+17 \end{aligned}$$



在一元一次式  $(2x+7) + (3x+10)$  化簡的過程中， $2x$  和  $3x$  是同類項， $7$  和  $10$  是同類項。在做式子的加減運算時，只有同類項才能合併。

因為  $5x$  和  $17$  不是同類項，所以化簡至  $5x+17$  時，就無法再合併。

### 例8 加、減式子的化簡

自評 P167 第 6 題 (1)

化簡下列各式：

(1)  $6x+3-2x-5$

(2)  $-3y-4-y+1$

解 (1)  $6x+3-2x-5$

$$= 6x + 3 + (-2x) + (-5)$$

$$= 6x + (-2x) + 3 + (-5)$$

$$= 4x + (-2)$$

$$= 4x - 2$$

(2)  $-3y-4-y+1$

$$= (-3y) + (-4) + (-y) + 1$$

$$= (-3y) + (-y) + (-4) + 1$$

$$= -4y - 3$$

$3-2x$  也可以想成  
 $3+(-2x)$ 。

同類項才能合併。



### 隨堂練習

化簡下列各式：

(1)  $5x-19+6x+7$

(2)  $2y-5-7y+11$

乘法交換律與乘法結合律也可以應用於式子的運算。例如：

$$8x \times 5 = 5 \times 8x \quad \leftarrow \text{乘法交換律 } a \times b = b \times a$$

$$= 5 \times (8 \times x)$$

$$= (5 \times 8) \times x \quad \leftarrow \text{乘法結合律 } a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

$$= 40x$$



**例9** 乘、除式子的化簡

化簡下列各式：

(1)  $(-8) \times 2x$

(2)  $(-8x) \div (-\frac{3}{5})$

**解** (1)  $(-8) \times 2x$

$= [(-8) \times 2] \times x$

$= -16 \times x$

$= -16x$

(2)  $(-8x) \div (-\frac{3}{5})$

$= (-8x) \times (-\frac{5}{3})$

$= [(-8) \times (-\frac{5}{3})] \times x$

$= \frac{40}{3}x$

**隨堂練習**

化簡下列各式：

(1)  $8x \times (-\frac{3}{2})$

(2)  $\frac{9}{7}x \div (-\frac{3}{49})$

(3)  $(-18x) \div (-5)$

含文字符號式子的去括號方法，與第1章所學的正負數去括號方法相同。

**去括號**

1.  $-(ax+b) = -ax-b$

2.  $-(ax-b) = -ax+b$

3.  $-(-ax+b) = ax-b$

4.  $-(-ax-b) = ax+b$

**例10** 去括號

自評 P167 第 6 題 (2)~(4)

化簡下列各式：

(1)  $-(3x-5)$

(2)  $-(-5x+3)$

**解** (1)  $-(3x-5)$

$= -3x+5$

(2)  $-(-5x+3)$

$= 5x-3$



 隨堂練習

化簡下列各式：

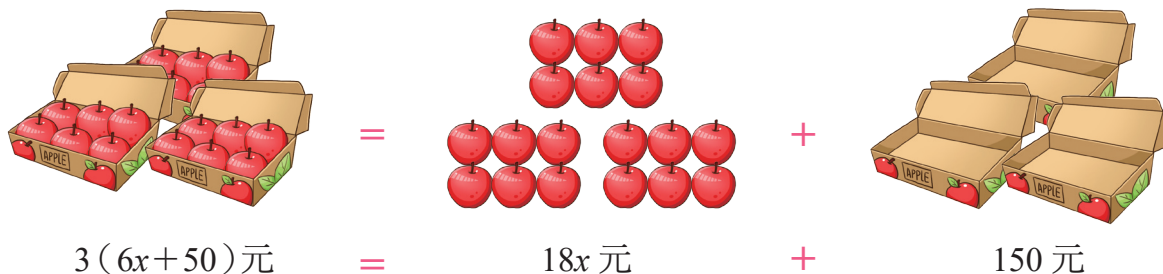
$$(1) -(2x+1)$$

$$(2) -(-3x-8)$$

在式子的運算中，常運用分配律的概念，學習如何去括號。例如：若每個  $x$  元的蘋果 6 個，裝入每個 50 元的紙盒內，則每盒蘋果的價錢為  $(6x+50)$  元。



3 盒蘋果的價錢可記為  $3(6x+50)$  元，也可以想成共有 18 個蘋果及 3 個紙盒，所以 3 盒蘋果的價錢也可以記成  $(18x+150)$  元。



因此，可以發現  $3(6x+50)$  與  $18x+150$  是相等的。

也就是說， $3(6x+50) = 3 \times 6x + 3 \times 50$  ← 分配律  $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$   
 $= 18x + 150$

## 例11 分配律

自評 P167 第 6 題 (2)~(4)

利用分配律，展開下列各式：

$$(1) 2(-4x+3)$$

$$(2) -3(x-2)$$

解 (1)  $2(-4x+3)$

$$= 2 \times (-4x) + 2 \times 3$$

$$= -8x + 6$$

(2)  $-3(x-2)$

$$= (-3) \times x - (-3) \times 2$$

$$= -3x - (-6)$$

$$= -3x + 6$$

### 隨堂練習

利用分配律，展開下列各式：

$$(1) 5(-3x+6)$$

$$(2) -2(3x-4)$$

## 例12 含有括號的化簡

自評 P167 第 6 題 (2)~(4)

化簡下列各式：

$$(1) (2x+3) + (-4x+8)$$

$$(2) (-3x+1) - 2(5x-1)$$

解 (1)  $(2x+3) + (-4x+8)$

$$= 2x + 3 - 4x + 8$$

$$= 2x - 4x + 3 + 8$$

$$= -2x + 11$$

(2)  $(-3x+1) - 2(5x-1)$

$$= (-3x+1) - (10x-2)$$

$$= -3x + 1 - 10x + 2$$

$$= -3x - 10x + 1 + 2$$

$$= -13x + 3$$

灰色部分在熟練以後，可省略。

### 隨堂練習

化簡下列各式：

$$(1) (x+4) + (3x-2)$$

$$(2) -(7x+5) - 3(x-2)$$



### 例13 式子的化簡

自評 P167 第 6 題 (5)~(6)

化簡下列各式：

$$(1) \frac{2}{3}x + \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$

$$(2) \frac{3x-1}{2} - \frac{2x+5}{3}$$

**解**

$$\begin{aligned} (1) & \frac{2}{3}x + \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \\ &= \left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}x\right) + \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{4}\right) \\ &= \frac{4x-3x}{6} + \frac{12-15}{20} \\ &= \frac{1}{6}x - \frac{3}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \frac{3x-1}{2} - \frac{2x+5}{3} \\ &= \frac{(3x-1)}{2} - \frac{(2x+5)}{3} \\ &= \frac{3(3x-1)}{2 \times 3} - \frac{2(2x+5)}{3 \times 2} \\ &= \frac{(9x-3) - (4x+10)}{6} \\ &= \frac{9x-3-4x-10}{6} \\ &= \frac{5x-13}{6} \quad (\text{或 } \frac{5}{6}x - \frac{13}{6}) \end{aligned}$$

要記得加括號  
才不會算錯哦！



### 隨堂練習

化簡下列各式：

$$(1) \frac{1}{4}x - \frac{3}{5} + \frac{1}{3}x + \frac{3}{2}$$

$$(2) 2x - \frac{x-6}{3}$$



## 重點回顧

### 1 符號的簡記

列式時，可將數字和文字符號中間的乘號「 $\times$ 」寫成「 $\cdot$ 」，或省略不寫，並把數字寫在文字符號的左方。

**例**  $x \cdot (-8)$  可以簡記為  $-8x$ 。

### 2 一元一次式

如果一個式子只含有一種代表數的文字符號，且該文字符號的最高次方為一次方，則這樣的式子稱為一元一次式。

**例**  $3a$ 、 $-2x+5$ 、 $y-3$  等，皆為一元一次式。

### 3 乘法的交換律與結合律

式子的乘除運算，可以利用乘法交換律或乘法結合律化簡。

(1) 乘法交換律： $a \times b = b \times a$

(2) 乘法結合律： $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

**例**  $4x \times 3 = 3 \times 4x$  (乘法交換律)  
 $= (3 \times 4) \times x$  (乘法結合律)  
 $= 12x$

### 4 同類項

(1) 文字符號相同，次方也相同的項，稱為同類項。

**例**  $2x$  和  $3x$  是同類項， $7$  和  $-2$  是同類項，而  $2x$  和  $3y$  不是同類項。

(2) 在做式子的加減運算時，須掌握同類項才能合併的方法。

**例**  $2x + 3x = 5x$

### 5 分配律

含括號的式子，可以利用分配律  $c \times (a + b) = c \times a + c \times b$  運算。

**例**  $-2(3x + 1) = (-2) \times 3x + (-2) \times 1$   
 $= -6x - 2$



## 3-1 自我評量

1 下列哪些式子所代表的數與  $4x$  是一樣的，在  $\square$  中打「 $\checkmark$ 」。

課 P152 例 1

$4+x$

$x \div \frac{1}{4}$

$4 \times x$

$x \times x \times x \times x$

$x \times 4$

$5x-1$

$4 \div x$

$x+x+x+x$

2 簡記下列各式：

課 P152、153 例 1、2

(1)  $x \times (-\frac{1}{2}) =$  \_\_\_\_\_

(2)  $x \times (-4) - 5 =$  \_\_\_\_\_

(3)  $x \div (-\frac{5}{2}) =$  \_\_\_\_\_

(4)  $x \times (-\frac{4}{5}) + 8 =$  \_\_\_\_\_

3 豆花每碗  $x$  元，佩珊買了 6 碗，一共需要 \_\_\_\_\_ 元。佩珊付了 200 元給老闆，應找回 \_\_\_\_\_ 元。

課 P154、155 例 3、4

4 將一箱柳丁平分給  $x$  位同學，每人得 3 個，最後還剩 10 個，則這箱柳丁共有 \_\_\_\_\_ 個。

課 P154、155 例 3、4



5 在下表的空格中，填入各式子所代表的值。

課 P156~157 例 5、6

式子 \ $x$	-1	0	$\frac{1}{2}$
$6x-4$			
$-5x+1$			

6 化簡下列各式：

(1)  $7x-5+4x+2$

課 P160 例 8

(2)  $2(x+3)+4(x-1)$

課 P161~163  
例 10~12

(3)  $3(2x+1)-(x+2)$

課 P161~163  
例 10~12

(4)  $-5(-2x+3)-3(4x-5)$

課 P161~163  
例 10~12

(5)  $\frac{1}{4}(3x-2)-(2x+4)$

課 P164 例 13

(6)  $\frac{2x-1}{5}-\frac{x+2}{2}$

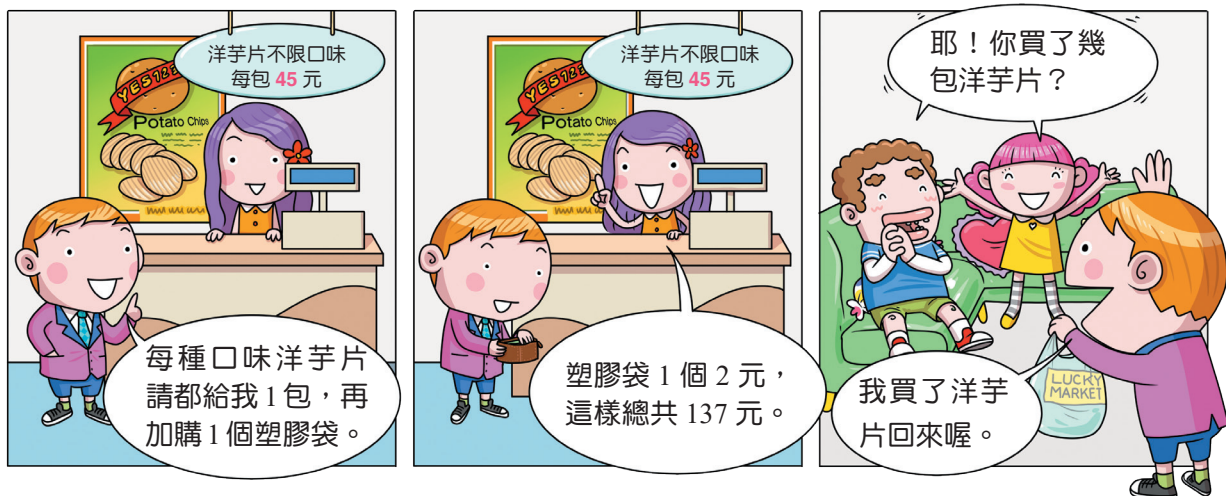
課 P164 例 13

# 3-2 解一元一次方程式



## ① 認識一元一次方程式

### ▶ 一元一次方程式的意義



假設買了  $x$  包洋芋片，則  $x$  包洋芋片共  $45x$  元；加上 1 個塑膠袋 2 元，所以總共花了  $(45x+2)$  元。又由漫畫中可知總共花了 137 元，所以  $45x+2$  和 137 是相等的，因此  $45x+2=137$ 。

在上面的式子  $45x+2=137$  中，不知道  $x$  所代表的數是多少，這時稱  $x$  為**未知數**，這種含有未知數的等式稱為**方程式**，而只含一種未知數（一元），且未知數的最高次方是一次的等式，稱為**一元一次方程式**。

將下列的敘述列出一元一次方程式，如下表：

自評 P182 第 1 題

文字敘述	一元一次方程式
$x$ 減 8 是 10	$x-8=10$
$x$ 的 5 倍等於 35	$5x=35$
比 $x$ 大 5 的數是 3	$x+5=3$
比 $x$ 的 6 倍多 7 的數是 37	$6x+7=37$
比 $x$ 的一半少 3 的數是 21	$\frac{1}{2}x-3=21$

## ▶ 一元一次方程式的解

依據題意列出一元一次方程式後，接著就是要找出這個方程式中，未知數所代表的數。例如：在前頁中，洋芋片 1 包 45 元，

買 1 包洋芋片共花費  $45 \times 1 + 2 = 47$  (元)；

買 2 包洋芋片共花費  $45 \times 2 + 2 = 92$  (元)；

買 3 包洋芋片共花費  $45 \times 3 + 2 = 137$  (元)。

買 3 包洋芋片及 1 個 2 元的塑膠袋，也就是當  $x=3$  時，可使得一元一次方程式  $45x + 2 = 137$  等號左右兩邊的數值相等，就稱  $x=3$  是此方程式的解。也就是說，將一個數代入一元一次方程式後，能使等號左右兩邊的數值相等，稱這個數為此一元一次方程式的解。

### 例 1 解的檢驗

自評 P182 第 2 題

12、15、18 三個數中，何者為一元一次方程式  $4x + 80 = 8x + 20$  的解？

解 將各數分別代入方程式  $4x + 80 = 8x + 20$ ，檢驗等號是否成立：

$x$	左式： $4x + 80$	右式： $8x + 20$	左右兩式是否相等
12	$4 \times 12 + 80 = 128$	$8 \times 12 + 20 = 116$	否
15	$4 \times 15 + 80 = 140$	$8 \times 15 + 20 = 140$	是
18	$4 \times 18 + 80 = 152$	$8 \times 18 + 20 = 164$	否

所以  $x=15$  是一元一次方程式  $4x + 80 = 8x + 20$  的解。

### 隨堂練習

將  $x$  分別以 1、2、3、4 代入一元一次方程式  $3x + 8 = 20$  逐一檢驗，何者為這個一元一次方程式的解？

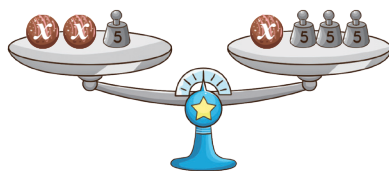


## ② 等量公理與移項法則

利用數值逐一代入方程式，不易求解。接下來介紹的等量公理，可以有效的求出一元一次方程式的解。

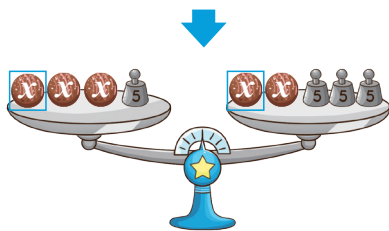
### 1. 等量公理(加法)

在天平的左右兩邊，分別放上巧克力(每塊  $x$  公克)與砝碼(每個 5 公克)，天平剛好平衡。



$$2x + 5 = x + 15$$

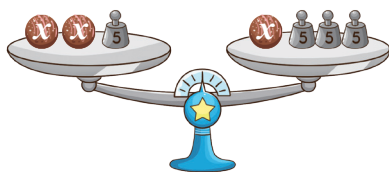
在天平的左右兩邊，各加上 1 塊巧克力，結果天平仍然保持平衡，也就是在等號左右兩邊同加一個數，等號仍會成立。



$$2x + 5 + x = x + 15 + x$$

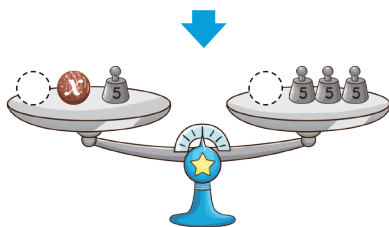
### 2. 等量公理(減法)

天平的左右兩邊，分別放上巧克力(每塊  $x$  公克)與砝碼(每個 5 公克)，天平剛好平衡。



$$2x + 5 = x + 15$$

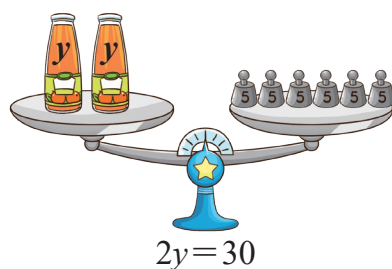
在天平的左右兩邊，各拿走 1 塊巧克力，則天平仍然保持平衡，也就是在等號左右兩邊同減一個數，等號仍會成立。



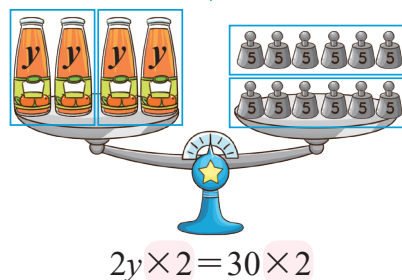
$$2x + 5 - x = x + 15 - x$$

### 3. 等量公理(乘法)

在天平的左右兩邊，分別放上果汁（每瓶  $y$  公克）與砝碼（每個 5 公克），天平剛好平衡。

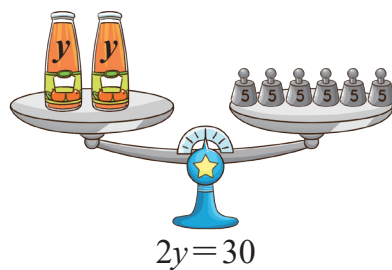


如果將天平左右兩邊的數量變成原來的 2 倍，則天平仍然保持平衡，也就是在等號左右兩邊同乘以一個數，等號仍會成立。

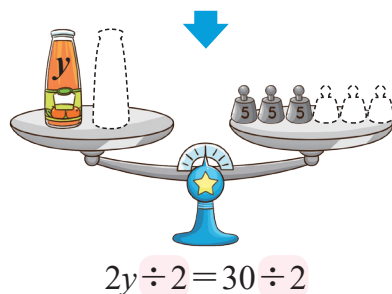


### 4. 等量公理(除法)

在天平的左右兩邊，分別放上果汁（每瓶  $y$  公克）與砝碼（每個 5 公克），天平剛好平衡。



將天平左右兩邊的數量減半，則天平仍然保持平衡，也就是在等號左右兩邊同除以一不為 0 的數，等號仍會成立。



雖然以上例子的情境都是正數，但不論正數或負數，等量公理都會成立。

### 等量公理

如果  $a=b$ ，則

(1)  $a+c=b+c$

(2)  $a-c=b-c$

(3)  $a \times c = b \times c$

(4)  $a \div c = b \div c$  (此時  $c \neq 0$ )



求一元一次方程式中  $x$  所代表的數之過程，稱為解一元一次方程式。接下來利用等量公理解方程式，求出解之後，可將解代入原方程式驗算，以確定答案是正確的。

### 例2 以等量公理解方程式(加法)

解一元一次方程式  $x - 19 = 25$ 。

**解** 為了求出  $x$  的值，須將等號左邊的「 $-19$ 」消去。

$$\begin{array}{l}
 x - 19 = 25 \\
 \begin{array}{c} +19 \curvearrowright \\ x - 19 + 19 = 25 + 19 \end{array} \quad \begin{array}{c} \curvearrowleft +19 \\ \leftarrow \text{等號兩邊同加 } 19 \end{array} \\
 x = 25 + 19 \\
 x = 44
 \end{array}$$

#### 驗算

把  $x = 44$  代入原方程式：  
左式  $= x - 19 = 44 - 19 = 25 =$  右式

### 例3 以等量公理解方程式(減法)

解一元一次方程式  $x + 38 = 27$ 。

**解** 為了求出  $x$  的值，須將等號左邊的「 $38$ 」消去。

$$\begin{array}{l}
 x + 38 = 27 \\
 \begin{array}{c} -38 \curvearrowright \\ x + 38 - 38 = 27 - 38 \end{array} \quad \begin{array}{c} \curvearrowleft -38 \\ \leftarrow \text{等號兩邊同減 } 38 \end{array} \\
 x = 27 - 38 \\
 x = -11
 \end{array}$$

#### 驗算

把  $x = -11$  代入原方程式：  
左式  $= x + 38 = -11 + 38 = 27 =$  右式



 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

(1)  $x + 8 = -9$

(2)  $y - 6 = -7$

在例2中，若將  $x - 19 + 19 = 25 + 19$  這個步驟省略，可得

$$\begin{array}{l} x - 19 = 25 \\ x = 25 + 19 \\ x = 44 \end{array}$$

「-19」移到等號另一邊變成「+19」

在例3中，若將  $x + 38 - 38 = 27 - 38$  這個步驟省略，可得

$$\begin{array}{l} x + 38 = 27 \\ x = 27 - 38 \\ x = -11 \end{array}$$

「+38」移到等號另一邊變成「-38」

在上述解方程式的過程中，省略的步驟看起來就像將「-19」移到等號的另一邊變成「+19」；將「+38」移到等號的另一邊變成「-38」，像這樣解方程式的運算方式，稱為**移項法則**。



求出解後，可將解代入原方程式驗算，以確定答案是正確的，驗算的過程通常不會寫出來。

#### 例4 以等量公理解方程式(乘法)

解一元一次方程式  $x \div 7 = 14$ 。

**解** 為了求出  $x$  的值，須將等號左邊的「 $\div 7$ 」消去。

$$\begin{aligned}
 x \div 7 &= 14 \\
 \frac{x}{7} &= 14 \\
 \times 7 \quad \frac{x}{7} \times 7 &= 14 \times 7 \quad \times 7 \leftarrow \text{等號兩邊同乘以 } 7 \\
 x &= 14 \times 7 \\
 x &= 98
 \end{aligned}$$

#### 例5 以等量公理解方程式(除法)

解一元一次方程式  $x \times 3 = -63$ 。

**解** 為了求出  $x$  的值，須將等號左邊的「 $\times 3$ 」消去。

$$\begin{aligned}
 x \times 3 &= -63 \\
 \frac{x \times 3}{3} &= \frac{-63}{3} \quad \div 3 \leftarrow \text{等號兩邊同除以 } 3 \\
 x &= \frac{-63}{3} \\
 x &= -21
 \end{aligned}$$

 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

(1)  $x \div 6 = -18$

(2)  $-\frac{1}{4}t = 6$

(3)  $7x = -105$

(4)  $3x = 11$

在例4中，若將  $\frac{x}{7} \times 7 = 14 \times 7$  這個步驟省略，可得


$$\begin{array}{l} x \div 7 = 14 \\ x = 14 \times 7 \\ x = 98 \end{array}$$

「 $\div 7$ 」移到等號另一邊變成「 $\times 7$ 」

在例5中，若將  $\frac{x \times 3}{3} = \frac{-63}{3}$  這個步驟省略，可得

$$\begin{array}{l} x \times 3 = -63 \\ x = \frac{-63}{3} \\ x = -21 \end{array}$$

「 $\times 3$ 」移到等號另一邊變成「 $\div 3$ 」



$$\frac{-63}{3} \text{ 即 } -63 \div 3。$$



例6與例7中，我們將等量公理與移項法則的解題步驟並列，方便同學們觀察移項法則是等量公理簡化的結果。

### 例6 等量公理與移項法則

解一元一次方程式  $5x - 20 = 30$ 。

解

#### 等量公理解題

$$\begin{array}{l}
 5x - 20 = 30 \\
 \downarrow \text{等號兩邊同加 } 20 \\
 5x - 20 + 20 = 30 + 20 \\
 \downarrow \text{整理} \\
 5x = 50 \\
 \downarrow \text{等號兩邊同除以 } 5 \\
 \frac{5x}{5} = \frac{50}{5} \\
 \downarrow \text{整理} \\
 x = 10
 \end{array}$$

#### 移項法則解題

$$\begin{array}{l}
 5x - 20 = 30 \\
 \downarrow \\
 5x = 30 + 20 \\
 \\
 5x = 50 \\
 \downarrow \\
 x = \frac{50}{5} \\
 \\
 x = 10
 \end{array}$$



#### 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

(1)  $2x + 8 = 14$

(2)  $4 - 5x = 14$

解一元一次方程式的目的是求出未知數的值，得到形如  $x=3$  的式子，所以當方程式的等號兩邊都含有未知數時，應設法使含未知數的每一項都在等號的一邊，不含未知數的每一項都在等號的另一邊。

### 例 7 等量公理與移項法則(兩邊都含有未知數)

自評 P182 第 3 題 (1)~(2)

解一元一次方程式  $9x+7=6x-4$ 。

解

#### 等量公理解題

$$\begin{aligned}
 &9x+7=6x-4 \\
 &\quad \downarrow \text{等號兩邊同減 } 6x \\
 &9x-6x+7=6x-6x-4 \\
 &\quad \downarrow \text{整理} \\
 &3x+7=-4 \\
 &\quad \downarrow \text{等號兩邊同減 } 7 \\
 &3x+7-7=-4-7 \\
 &\quad \downarrow \text{整理} \\
 &3x=-11 \\
 &\quad \downarrow \text{等號兩邊同除以 } 3 \\
 &\frac{3x}{3}=-\frac{11}{3} \\
 &\quad \downarrow \text{整理} \\
 &x=-\frac{11}{3}
 \end{aligned}$$

#### 移項法則解題

$$\begin{aligned}
 &9x+7=6x-4 \\
 &\quad \downarrow \\
 &9x-6x+7=-4 \\
 &\quad \downarrow \\
 &3x+7=-4 \\
 &\quad \downarrow \\
 &3x=-4-7 \\
 &\quad \downarrow \\
 &3x=-11 \\
 &\quad \downarrow \\
 &x=-\frac{11}{3}
 \end{aligned}$$

#### 隨堂練習

解一元一次方程式  $11x-5=9x+8$ 。

### 例8 以移項法則解一元一次方程式

自評 P183 第3題(3)~(4)

解下列各一元一次方程式：

$$(1) 5x + 24 = 3(x + 2) + 2$$

$$(2) 3x - 3(2x + 5) = 12 + 4(x + 2)$$

解 (1)  $5x + 24 = 3(x + 2) + 2$

$$5x + 24 = 3x + 6 + 2$$

$$5x - 3x = 6 + 2 - 24$$

$$2x = -16$$

$$x = -8$$

(2)  $3x - 3(2x + 5) = 12 + 4(x + 2)$

$$3x - 6x - 15 = 12 + 4x + 8$$

$$3x - 6x - 4x = 12 + 8 + 15$$

$$-7x = 35$$

$$x = -5$$



### 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

$$(1) 2(3 - x) = -4(x + 5)$$

$$(2) 2(x - 4) - (3x + 4) = -20 + 7x$$

### 例9 解一元一次方程式

自評 P183 第 3 題 (5)

解一元一次方程式  $2x = \frac{2}{3}x - 16$ 。

#### 解 直接移項

$$\begin{aligned}
 2x &= \frac{2}{3}x - 16 \\
 2x - \frac{2}{3}x &= -16 \\
 \frac{4}{3}x &= -16 \\
 x &= (-16) \div \frac{4}{3} \\
 x &= -12
 \end{aligned}$$

#### 解 先去分母再移項

$$\begin{aligned}
 2x &= \frac{2}{3}x - 16 && \begin{array}{l} \text{等號兩邊} \\ \text{同乘以 3} \end{array} \\
 3 \times 2x &= 3 \left( \frac{2}{3}x - 16 \right) \\
 6x &= 2x - 48 \\
 6x - 2x &= -48 \\
 4x &= -48 \\
 x &= -12
 \end{aligned}$$

#### 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

(1)  $\frac{1}{4}x - 4 = x + 3$

(2)  $\frac{3}{2}x - 2 = 2x + \frac{2}{5}$

### 例10 解一元一次方程式

自評 P183 第3題(6)

解一元一次方程式  $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{6} = 2$ 。

解

$$\frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{6} = 2$$

$$\frac{(2x+1) \times 2}{3 \times 2} - \frac{(x-4) \times 1}{6 \times 1} = 2 \times 6$$

等號兩邊同乘以 6

$$2(2x+1) - (x-4) = 12$$

$$4x+2-x+4=12$$

$$3x+6=12$$

$$3x=6$$

$$x=2$$

要記得加括號  
才不會算錯喔！



### 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

(1)  $\frac{3x+2}{2} + \frac{4x-2}{3} = 1$

(2)  $\frac{3x+1}{4} - \frac{2x-3}{6} = 2$





## 重點回顧

### 1 一元一次方程式

只含一種未知數，且未知數的最高次方是一次的等式，稱為一元一次方程式。

**例**  $2x=6$ ， $\frac{2}{5}x-3=x-9$  等，皆為一元一次方程式。

### 2 一元一次方程式的解

如果一個數代入一元一次方程式後，能使等號左右兩邊的值相等，稱這個數為此一元一次方程式的解。

**例**  $x=3$  代入一元一次方程式  $2x=6$ ，

左式  $=2 \times 3 = 6 =$  右式，所以  $x=3$  是  $2x=6$  的解。

### 3 等量公理

當等號左右兩邊相等時，在等號左右兩邊同時加、減、乘、除以一數（除數不為 0），等號仍然成立，即

如果  $a=b$ ，則

$$(1) a+c=b+c$$

$$(2) a-c=b-c$$

$$(3) a \times c = b \times c$$

$$(4) a \div c = b \div c \text{ (此時 } c \neq 0 \text{)}$$

### 4 解一元一次方程式

求一元一次方程式中未知數所代表的數之過程，稱為解一元一次方程式。

**例**  $x+4+3x-2=-6$

$$4x+2=-6$$

$$4x=-8$$

$$x=-2$$



## 3-2 自我評量

1 依據下列各文字敘述，列出一元一次方程式：

課 P168 表格

(1)  $x$  加 5 等於 13

(2)  $x$  的 7 倍等於 21

(3)  $x$  的 5 倍加 9 等於 29

(4)  $x$  的  $\frac{1}{4}$  減 3 等於 25

2 ( ) 判別  $x = -3$  是下列哪一個方程式的解？

課 P169 例 1

(A)  $5x + 2 = 2x + 5$

(B)  $5x - 2 = -2x + 5$

(C)  $5x + 4 = 2x - 5$

(D)  $5x + 4 = -2x - 5$

3 解下列各一元一次方程式：

(1)  $3x + 1 = 2x - 5$

課 P177 例 7

(2)  $5x = 3x$

課 P177 例 7

$$(3) 2(x-4) - 3(x+4) = -2$$

課 P178 例 8

$$(4) 3(2x+1) - (x+2) = (7x+1) + (-x+3)$$

課 P178 例 8

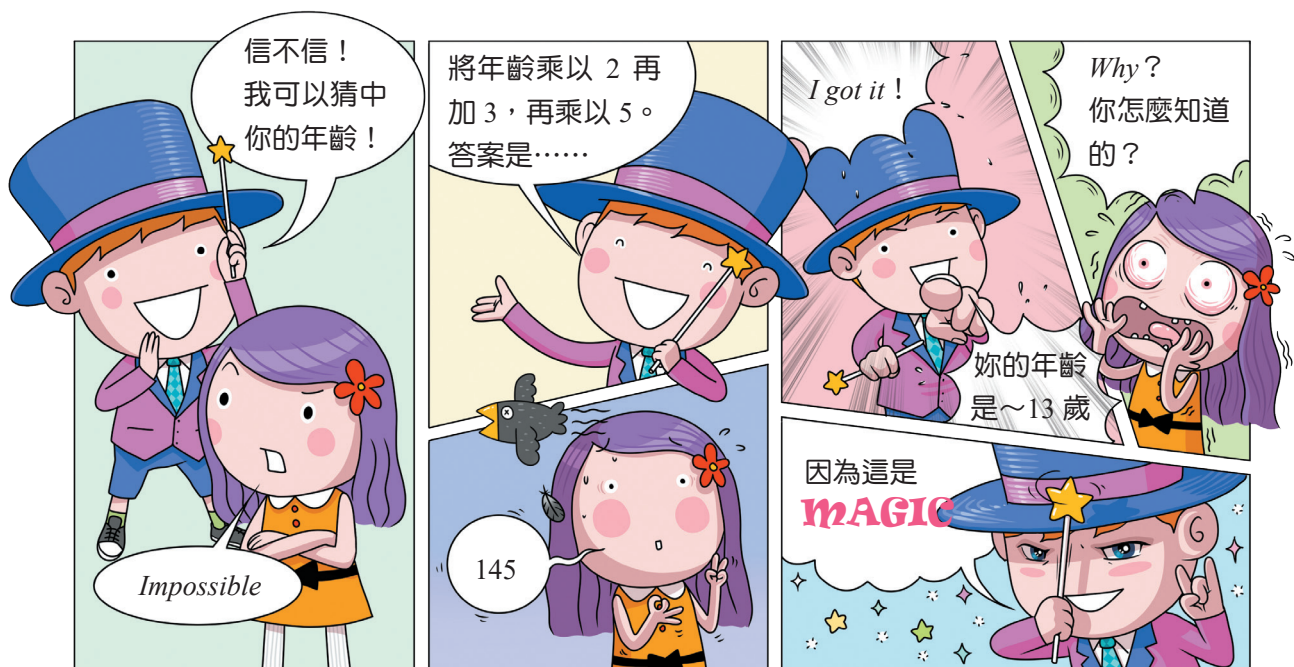
$$(5) \frac{1}{2}x + 3 = \frac{2}{3}x - 2$$

課 P179 例 9

$$(6) \frac{3x-3}{4} + \frac{x-8}{3} = 2$$

課 P180 例 10

# 3-3 應用問題



傑克如何猜出艾美的年齡呢？可依下列步驟：

**步驟 1：** 假設一個適當的未知數

→ 假設艾美的年齡為  $x$ 。

**步驟 2：** 列一元一次方程式

→ 因此可列得方程式  $(2x+3) \times 5 = 145$

**步驟 3：** 解方程式

$$(2x+3) \times 5 = 145$$

$$10x + 15 = 145$$

$$10x = 145 - 15$$

$$10x = 130$$

$$x = 13$$

**步驟 4：** 依題意寫出答案

若不合題意，則寫無解或沒有解。

→ 答：13 歲。



：「只要將艾美算出的答案減去 15，再除以 10，就可以算出艾美的年齡。」

### 例1 依題意列方程式

自評 P194 第 1、2 題

1. 這次段考，傑克的國文成績為  $x$  分，如果傑克的數學成績是國文成績的 2 倍少 40 分，且這兩科的成績合計為 170 分，依題意列出一元一次方程式。
2. 安琪本月在便利商店買了 5 杯咖啡，3 瓶礦泉水，總共花了 235 元。若一瓶礦泉水  $x$  元，且一杯咖啡比一瓶礦泉水貴 15 元，依題意列出一元一次方程式。

- 解**
1. 因為國文成績為  $x$  分，所以數學成績為  $(2x-40)$  分，  
由於兩科的成績合計為 170 分，  
因此列出一元一次方程式為  $x + (2x - 40) = 170$ 。
  2. 因為一瓶礦泉水  $x$  元，所以一杯咖啡為  $(x+15)$  元，  
由於 5 杯咖啡，3 瓶礦泉水，總共花了 235 元，  
因此列出一元一次方程式為  $5(x+15) + 3x = 235$ 。

### 隨堂練習

1. 如右圖，賣場的燈泡正在特價優惠。威利花 3260 元買了 LED 和省電燈泡共 18 個，其中省電燈泡買了  $x$  個，則：
  - (1) LED 燈泡買了 \_\_\_\_\_ 個。(以含  $x$  的式子表示)
  - (2) 因為共花 3260 元，依題意可列出一元一次方程式 \_\_\_\_\_。

特價商品



省電燈泡  
230 元 / 個



LED 燈泡  
120 元 / 個

2. 弟弟身上有  $x$  元，哥哥身上的錢是弟弟的 2 倍少 10 元，且兄弟兩人身上共有 140 元，依題意可列出一元一次方程式 \_\_\_\_\_。

日常生活中所遇到的問題並不會設定好未知數，因此我們通常會依據題目的敘述，將希望求得的答案直接假設為未知數，並根據相關數量關係列成一元一次方程式，以解決應用問題。

## 例2 點餐問題

自評 P194 第 2、3 題

麥克速食店一份套餐和一份兒童餐共需 180 元，威利和家人共點了 2 份套餐和 3 份兒童餐，合計為 430 元，則一份套餐多少元？

**解** 設一份套餐  $x$  元，則一份兒童餐為  $(180-x)$  元，

由於 2 份套餐和 3 份兒童餐合計 430 元，因此

$$2x + 3(180 - x) = 430$$

$$2x + 540 - 3x = 430$$

$$-x = -110$$

$$x = 110$$

所以一份套餐是 110 元。

因為想求出一份套餐多少元，  
所以直接假設一份套餐  $x$  元。



## 隨堂練習

安琪在好味簡餐店點了 1 個排骨便當和 1 個雞腿便當，共需 170 元，而洛基點了 3 個排骨便當和 4 個雞腿便當，共需 600 元，則一個排骨便當多少元？

### 例 3 分配問題

自評 P195 第 4 題

將一箱李子發給一群學生，如果每人發 4 個，則剩 50 個；如果每人發 12 個，則不足 6 個。求學生有多少人？李子總共有多少個？

解一 設學生有  $x$  人，則

$$4x + 50 = 12x - 6$$

$$50 + 6 = 12x - 4x$$

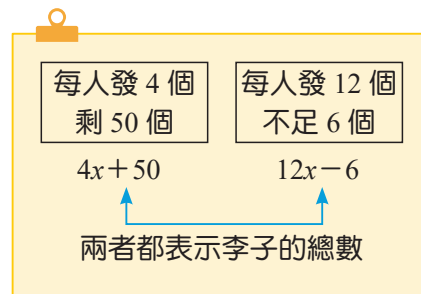
$$8x = 56$$

$$x = 7$$

所以學生有 7 人，

李子總數為  $4x + 50 = 4 \times 7 + 50$

$$= 78 \text{ (個)}。 \leftarrow \begin{array}{l} \text{李子的總數也可以這樣算：} \\ 12x - 6 = 12 \times 7 - 6 = 78 \text{ (個)} \end{array}$$



解二 設李子有  $x$  個，則

$$\frac{x-50}{4} = \frac{x+6}{12} \leftarrow \text{兩邊同乘以 12}$$

$$3(x-50) = x+6$$

$$3x - 150 = x + 6$$

$$3x - x = 6 + 150$$

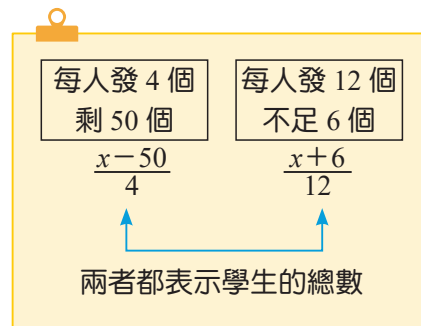
$$2x = 156$$

$$x = 78$$

所以李子有 78 個，

$$\text{學生有 } \frac{x-50}{4} = \frac{78-50}{4} = \frac{28}{4}$$

$$= 7 \text{ (人)}。 \leftarrow \begin{array}{l} \text{學生的人數也可以這樣算：} \\ \frac{x+6}{12} = \frac{78+6}{12} = 7 \text{ (人)} \end{array}$$



由 **例 3** 可以發現，選擇不合適的未知數，可能會列出較複雜的方程式，而增加解題的難度。

 隨堂練習

老師買了一桶棒棒糖，獎勵數學成績優良的學生，如果每人分 8 根棒棒糖，則剩下 3 根；如果每人分 10 根棒棒糖，則不夠 5 根。

- (1) 此次數學成績優良的學生有多少人？
- (2) 此桶棒棒糖有多少根？

### 例4 折扣問題

自評 P195 第 5 題

已知某手機以定價的七五折賣出，則賠本 1000 元；如果改以定價的九折賣出，可賺 2000 元。這支手機的定價是多少元？

**解** 設這支手機的定價  $x$  元，則

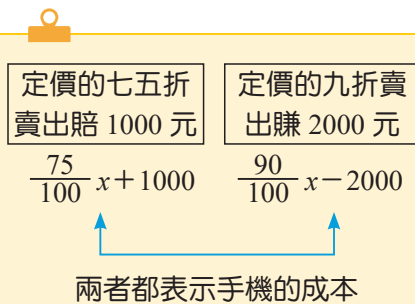
$$\frac{75}{100}x + 1000 = \frac{90}{100}x - 2000$$

$$75x + 100000 = 90x - 200000$$

$$300000 = 15x$$

$$x = 20000$$

所以這支手機的定價是 20000 元。





 隨堂練習

已知某商品以定價的八折賣出，則賠本 350 元；如果改以定價的九五折賣出，可賺 250 元。求此商品的成本是多少元？

 補給站 買賣小常識

大賣場內商品的價格是如何被標訂出來的？

賣場買進一批商品時，所付出的價錢稱為「成本」。



成本：100元 / 隻

為了賺取利潤，會將成本加上一定的百分比作為「定價」，這個過程稱為「加成」（「一成」=10%）。

若將成本加 6 成當定價，則定價是成本的 1.6 倍。



定價：100×1.6

定價 160 元

賣場為了吸引消費者的購買，會將商品的定價減少一定的百分比，這個過程稱為「打折」（「一折」=10%）。

最後商品售出的價格稱為「售價」。

若以定價的 70 % 售出商品，稱為「打七折」或「30% off」。

促銷優惠



售價：160×0.7

售價 112 元

售價 - 成本 = 「獲利」。

若獲利是正，表示賺錢；若獲利是負，表示賠錢。



獲利：112 - 100  
= 12 元

我們知道「 $\frac{\text{距離}}{\text{速率}} = \text{時間}$ 」，如果已知距離與速率，就可以求出行走所需的時間。

例如：某條步道全長 1200 公尺，若行走的平均速率為每分鐘 60 公尺，則所需時間為  $\frac{1200}{60} = 20$  (分鐘)。

接下來，我們用這個概念處理距離、時間與速率的問題。

### 例5 速率問題

自評 P195 第 6 題

博士從 1 樓坐電梯到頂樓，再坐回 1 樓，總共花 70 秒(不計所有停留時間)。若電梯上升的速率為每秒 15 公尺，下行的速率為每秒 10 公尺，則電梯從 1 樓到頂樓，共上升多少公尺？

**解** 設電梯從 1 樓到頂樓共上升  $x$  公尺，

由於上升時間與下行時間共花 70 秒，因此

$$\frac{x}{15} + \frac{x}{10} = 70 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同乘以 15 和 10 的最小公倍數 30。}$$

$$2x + 3x = 2100$$

$$5x = 2100$$

$$x = 420$$

所以電梯從 1 樓到頂樓共上升 420 公尺。

$$\frac{\text{距離}}{\text{速率}} = \text{時間}$$

### 隨堂練習

洛基在綠色隧道騎自行車運動。已知去程時速每小時 18 公里，回程時速每小時 12 公里，來回總共花了 50 分鐘，則綠色隧道長多少公里？

## 例6 解的合理性

圖中是安琪和博士聊天的對話，為何艾美會說博士在騙人？

博士，你今年幾歲？



我的年齡與我兒子的年齡相差 28 歲；且 8 年後，我的年齡是兒子的 5 倍多 4 歲。



你騙人！

**解** 設博士的兒子今年  $x$  歲，

則博士今年為  $(x+28)$  歲；

8 年後，兒子為  $(x+8)$  歲，

博士為  $(x+28)+8=x+36$  (歲)，

由於 8 年後，博士年齡是兒子的 5 倍多 4 歲，

因此  $x+36=5(x+8)+4$

$$x+36=5x+40+4$$

$$-4x=8$$

$$x=-2$$

但年齡為負數不合理，因此艾美知道博士在騙人。

	今年(歲)	8年後(歲)
博士	$x$	$x+8$
兒子	$x+28$	$(x+28)+8$

### 隨堂練習

小夢說自己生日的日期數為月分數的 4 倍，且其月分和日期兩數的和為 16。

則小夢的說法正確嗎？為什麼？



## 節約能源



節約能源（簡稱節能），是指以減少能源消耗的方式保護資源，減少對環境的污染。節能的方式很多，例如節約用水、節約用電等。



鎢絲燈泡



省電燈泡



LED 燈泡

以節約用電而言，鎢絲燈泡（也稱白熾燈泡），售價雖便宜但耗電量大，市面上已經少見。在發光量相同的情況下，省電燈泡的耗電量為鎢絲燈泡的  $\frac{1}{5}$  到  $\frac{1}{3}$ ，壽命則為其 8 到 15 倍。而 LED 燈泡又比省電燈泡更省電，且壽命長、耗電低、低熱源，又有不同亮度、顏色變化。

在照明度相當的情況下，將三種燈泡進行用電量及電費比較，以 107 年家庭用電平均每度 2.8 元計算，每天使用 8 小時，1 顆 100W 的鎢絲燈泡使用 1 年的電費約 818 元、21W 的省電燈泡電費約 172 元，而 12W 的 LED 燈泡電費僅 98 元。由此可知，換購 LED 燈泡可有效節省能源及家中電費。

**Q** 已知某品牌 36W 的省電燈泡每千小時耗電 36 度，而 12W LED 燈泡每千小時耗電 12 度。若某畫廊已安裝 40 顆省電燈泡，老闆想節約用電，於是將其中一部分換成了 LED 燈泡，結果每千小時共耗電 840 度，則共更換了幾顆 LED 燈泡？





## 重點回顧

### 運用一元一次方程式的應用問題

已知某場演唱會的看台區門票為  $x$  元，且搖滾區門票為看台區門票的 2 倍少 80 元。小霖買了搖滾區和看台區的門票各 2 張，總共花了 5720 元，則看台區的門票是多少元？

解題步驟：

步驟 1	
設未知數	
看台區門票？元 搖滾區門票？元	設看台區門票 $x$ 元 搖滾區門票 $2x - 80$ 元
步驟 2	
列方程式	
搖滾區和看台區的門票各 2 張， 總共花了 5720 元。	$2x + 2(2x - 80) = 5720$
步驟 3	
解方程式	
 <p>計算出 <math>x</math> 的值。</p>	$2x + 2(2x - 80) = 5720$ $2x + 4x - 160 = 5720$ $6x = 5880$ $x = 980$
步驟 4	
依題意寫出答案	
若不合題意，則寫無解或沒有解。	答：看台區門票 980 元。





## 3-3 自我評量

1 依下列各題意列出一元一次方程式：

課 P185 例 1

(1) 威利到文具店影印，每張紙的影印費是 2 元，封面裝訂費用是 50 元。威利影印了  $x$  張紙，並裝訂封面，一共需付 290 元。

依題意可列出一元一次方程式\_\_\_\_\_。

(2) 博士拿了 1000 元給安琪、艾美買原子筆，原子筆每支 8 元，安琪買了  $x$  支，而艾美買的比安琪多 5 支，兩人結帳後，共找回 720 元。

依題意可列出一元一次方程式\_\_\_\_\_。

課 P185、186 例 1、2

2 一個滷蛋比一條海帶貴 4 元，若一條海帶  $x$  元，且洛基買了 2 個滷蛋和 5 條海帶，一共需付 50 元。依題意列出一元一次方程式，並求一條海帶多少元？

3 新開幕水果行的蘋果每斤賣 50 元，梨子每斤賣 30 元，某日蘋果和梨子共賣出 30 斤，總售價 1260 元，則蘋果和梨子各賣出多少斤？

課 P186 例 2

- 4 一群同學聚餐，如果 8 人一桌，則有 3 人沒位子坐；如果 9 人一桌，則有一桌只坐 3 人，則這群同學有多少人？ 課 P187 例 3

- 5 某商店賣蘋果牌音響，平時以定價九五折賣出，可賺 3000 元，最後一臺展示品以定價八折賣出，賠了 2400 元，則這套音響的定價是多少元？ 課 P188 例 4

- 6 土哲上山每小時走 3 公里，下山每小時走 5 公里，若來回一趟共需 4 小時，則山路長多少公里？ 課 P190 例 5



## 自我挑戰

本單元為概念統整課程，由學生自行挑戰，教師可視班級情況而自行決定如何運用。

有兩枝粗細不同的蠟燭，但高度都是 10 公分，粗的蠟燭需 4 小時燒完，細的蠟燭則需 3 小時燒完。回答下列問題：

(1) 粗、細兩枝蠟燭每小時各燃燒掉多少公分？

解

(2) 假設燃燒  $x$  小時後，粗、細兩枝蠟燭各剩多少公分？

解

(3) 同時點燃兩枝蠟燭，經過多少時間後，粗蠟燭剩下的長度是細蠟燭剩下長度的 2 倍？

解







## 趣學數學

本單元為配合此章所設計的趣味問題，由學生自行練習，教師可視班級情況而自行決定如何運用。

### 1 配合 3-1

在一個上了鎖的隱密地窖，藏著失落的寶藏。想要進去，除了配對顏色開鎖外，還需要輸入一組英文密碼，這組密碼會是什麼呢？



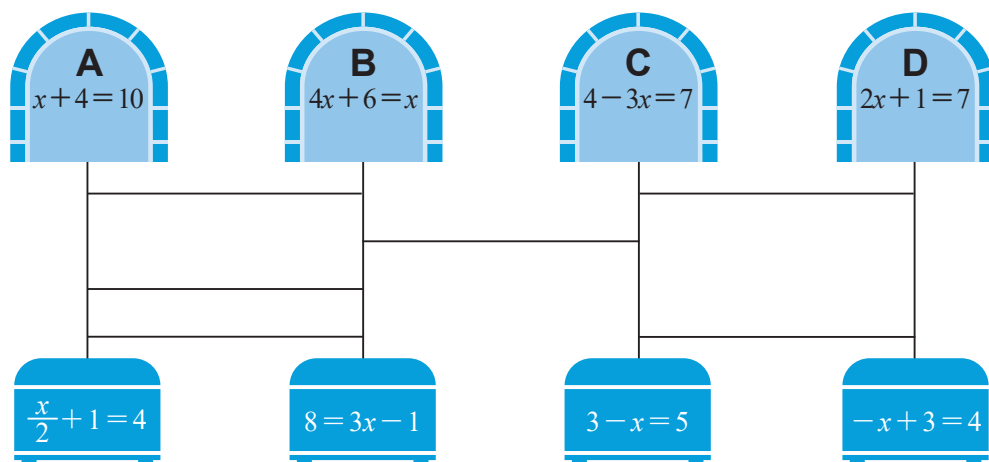
規則：

1. 找出和鎖相同顏色的鑰匙，並將鑰匙中的  $x$  代入鎖上的式子求值，才能將鎖打開。
2. 將求得的值，對應英文字母  $A$  到  $Z$  的順序，轉換成英文字母。例如： $1 \rightarrow A, 2 \rightarrow B, 3 \rightarrow C \dots$ 。
3. 每個鎖得到一個英文字母，四個英文字母組成一個單字，即為密碼。

密碼：\_\_\_\_\_

### 2 配合 3-2

開啟地窖後，發現裡面有  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四條通道，一旁的牆上刻著相關的線索，哪條路才能通往正確的藏寶處呢？



規則：

1. 從  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四個起點開始，經由階梯圖往下走到終點。（不能回頭，且遇到橫線要轉彎）
2. 當兩方程式的解相同時，此起點即為正確的通道入口！



## 代數之父—丟番圖

丟番圖 (Diophantus of Alexandria, 希臘人, 200-284) 被譽為代數學 (algebra) 的鼻祖。丟番圖引入未知數, 創造未知數的符號, 並架構方程式的思想體系。

在丟番圖的墓誌銘中, 用數學介紹了他的一生, 我們假設丟番圖活了  $x$  年來計算他活了幾歲。

上帝送給他一生的六分之一當少年時代  $\frac{x}{6}$

長鬍子的我還挺帥的！ 之後經過一生的十二分之一他長了鬍鬚  $\frac{x}{12}$

又過一生的七分之一他步上紅毯結了婚  $\frac{x}{7}$

五年之後妻子為他生了一個胖胖的嬰孩 5

來~叫爸爸！ 哇(爸)~哇(爸)~

只活了父親丟番圖半生的時間不幸辭世  $\frac{x}{2}$

啊呀！可憐的孩子呀！

這裡躺著大名鼎鼎的代數之父 丟番圖  
上帝送給他一生的六分之一當少年時代  
之後經過一生的十二分之一他長了鬍鬚  
又過一生的七分之一他步上紅毯結了婚  
五年之後妻子為他生了一個胖胖的嬰孩  
啊呀！可憐的孩子呀！  
只活了父親丟番圖半生的時間不幸辭世  
痛失愛子的四年來他強忍悲傷  
歲月不饒人他也消失在人生的舞臺上了

痛失愛子的四年來他強忍悲傷  
歲月不饒人他也消失在人生的舞臺上了

算得出來我活幾歲嗎？

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x, x = 84 \text{ (歲)}$$