

南一課本、習作例題輕鬆考

範圍 1-1 連比

年 班 號 姓名

每題 10 分，共 100 分

1. 已知 $x : y : z = 4 : 5 : 7$ 。若 $z = -28$ ，則 $x + y =$ -36。2. 已知 $x : y : z = 5 : 7 : 3$ 。若 $x + y + z = 75$ ，則 $x =$ 25， $y =$ 35， $z =$ 15。3. 設 $x : y : z = 5 : 3 : 1$ ，求 $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z}$ ，並化成最簡整數比。答： 3 : 5 : 15。

4. 試求下列各題的連比：

(1) 若 $x : y = 3 : 2$ ， $y : z = 2 : 5$ ，則 $x : y : z =$ 3 : 2 : 5。(2) 若 $x : y = 3 : 2$ ， $x : z = 5 : 2$ ，則 $x : y : z =$ 15 : 10 : 6。5. 設 x 、 y 、 z 均不為 0，若 $\frac{x}{4} = \frac{z}{7}$ ， $2y = z$ ，則 $x : y : z =$ 8 : 7 : 14。

6. $\triangle ABC$ 中， $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ，則 $\angle A = \underline{30^\circ}$ ， $\angle B = \underline{60^\circ}$ ， $\angle C = \underline{90^\circ}$ 。

7. 小昭餅舖製作的廣式月餅、蛋黃酥、鳳梨酥的數量比為 $5 : 2 : 3$ ，其中只有製作廣式月餅和蛋黃酥時使用鹹蛋黃，且製作每個廣式月餅時使用 2 顆鹹蛋黃，製作每個蛋黃酥時使用 1 顆鹹蛋黃。若總共使用 1200 顆鹹蛋黃，則餅舖製作了幾個鳳梨酥？

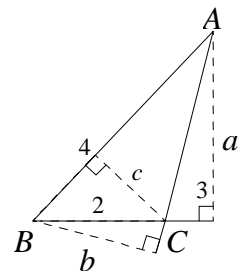
答： 300 個鳳梨酥。

8. 本屆八年級學生均需選擇加入甲、乙、丙三個社團中的一個。上學期的三社團人數比為 $4 : 1 : 3$ ；下學期甲、丙兩社團各有 8 人轉到乙社團後，三社團人數比變為 $10 : 7 : 7$ 。試問：

(1) 上學期的乙社團人數為多少人？ **答：** 12 人。

(2) 本屆八年級總人數為多少人？ **答：** 96 人。

9. 三角形 ABC 中， $\overline{BC} = 2$ 公分， $\overline{AC} = 3$ 公分， $\overline{AB} = 4$ 公分。若此三角形三邊的對應高依序分別為 a 公分、 b 公分、 c 公分，則 $a : b : c = \underline{6 : 4 : 3}$ 。



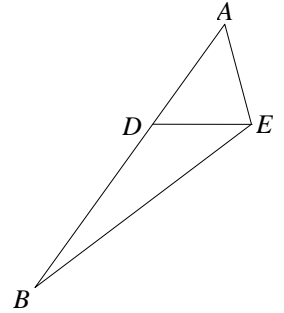
10. 觀光局針對臺北市的故宮博物館、臺北市立動物園、101 觀景臺三個觀光景點做人數統計，一月時，三個景點的參訪人數比依序為 $6 : 4 : 3$ 。在強化臺北市的觀光旅遊宣導後，二月時，101 觀景臺的參訪人數與一月相同，但是三個觀光景點總人數多了 15 萬人。若知道在二月時，三個觀光景點的參訪人數比依序為 $13 : 12 : 6$ ，請問二月時，三個景點的參訪總人數多少人？

答： 93 萬人。

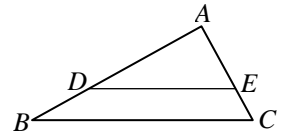
10. 設一月份，參觀人數故宮博物館 $6r$ 人、臺北市立動物園 $4r$ 人、101 觀景臺 $3r$ 人， $r \neq 0$ ，
設二月份，參觀人數故宮博物館 $13k$ 人、臺北市立動物園 $12k$ 人、101 觀景臺 $6k$ 人， $k \neq 0$ ，
由題意可知 $3r = 6k$ ，得 $r = 2k$ 。
 $(13k + 12k + 6k) - (6r + 4r + 3r) = 15$
 $31k - 13r = 15$
 $31k - 26k = 15$ ， $k = 3$ 。
二月時，三個觀光景點的參訪人數為 $13k + 12k + 6k = 31k = 93$ (萬人)。

每題 10 分，共 100 分

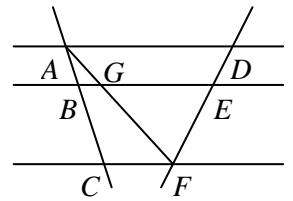
1. 如右圖，在 $\triangle ABE$ 中， D 點在 \overline{AB} 上。若 $\overline{AD} = 9$ ，
 $\overline{DB} = 15$ ，則 $\triangle ADE$ 和 $\triangle DEB$ 的面積比 = 3 : 5。



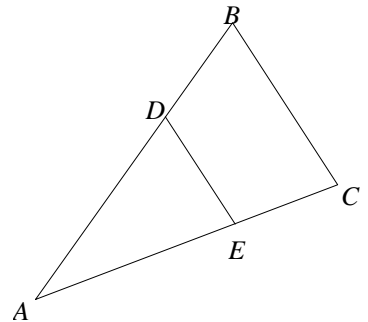
2. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = 18$ ， $\overline{AB} = 4x - 1$ ，
 $\overline{AE} = 10$ ， $\overline{AC} = 2x + 1$ ，則 $x =$ 7。



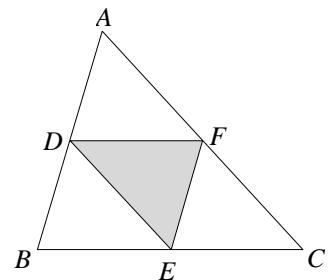
3. 如右圖，已知 $\overline{AD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{CF}$ ，已知 $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$ ，
若 $\overline{EF} = 8$ ， $\overline{AD} = 15$ ， $\overline{BE} = 12$ ，則 $\overline{DF} =$ 12，
 $\overline{GE} =$ 10， $\overline{CF} =$ 6。



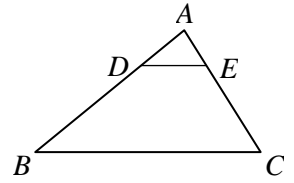
4. 如右圖，已知 $\overline{AC} = 60$ ，若 $\overline{DE} : \overline{BC} = 2 : 3$ ，
且 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ，則 $\overline{AE} =$ 40。



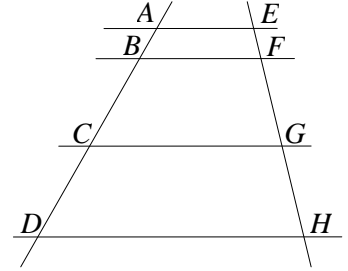
5. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 8$ ，
 $\overline{AC} = 9$ ，且 D 、 E 、 F 三點分別是 \overline{AB} 、
 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的中點，則 $\triangle DEF$ 的周長 = 12。



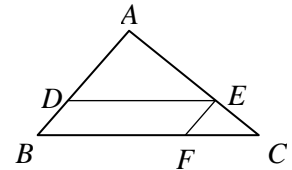
6. 如右圖，已知 $\overline{AB} = 28$ ， $\overline{DB} = 20$ ， $\overline{AC} = 21$ ，
 $\overline{EC} = 15$ 。若 $\angle AED = 70^\circ$ ，則 $\angle A + \angle B =$ 110°。



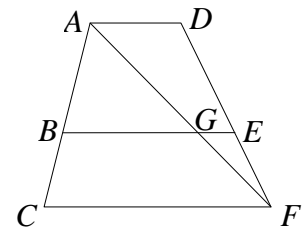
7. 如右圖，已知 $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG} \parallel \overline{DH}$ ，且 $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$ ， $\overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 2$ 。若 $\overline{EH} = 28$ ，則
 $\overline{EF} =$ 4、 $\overline{FG} =$ 8、 $\overline{GH} =$ 16。



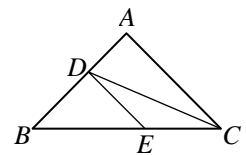
8. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ 。
 若 $\overline{AE} = 12$ ， $\overline{CF} = 8$ ， $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{DB} = 5$ ，
 則 $\overline{CE} =$ 6， $\overline{DE} =$ 16。



9. 如右圖， $\overline{AD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{CF}$ ，且 \overline{AF} 交 \overline{BE} 於 G 點。
 已知 $\overline{AB} : \overline{BC} = a : b$ ，試問：
 (1) $\overline{AG} : \overline{GF} =$ $a : b$ 。
 (2) $\overline{DE} : \overline{EF} =$ $a : b$ 。



10. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{BC} 上，
 且 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{CE} : \overline{EB} = 2 : 3$ 。若 $\triangle BDE$ 面積 = 45，
 則：
 (1) $\triangle DEC$ 面積 = 30。
 (2) $\triangle ADC$ 面積 = 50。

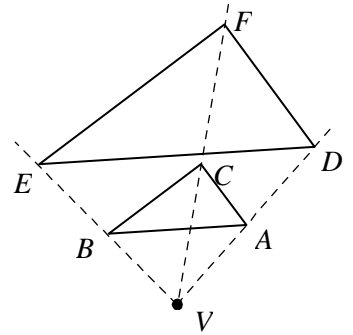


每題 10 分，共 100 分

1. 以 V 為中心，作出三角形 ABC 的各頂點分別與 V 點的距離放大為 2 倍的 D 、 E 、 F 三點，得到三角形 DEF 。請判斷下列敘述何者錯誤？

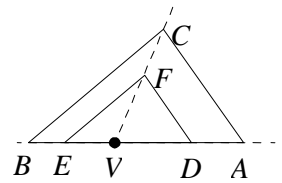
- (A) $\angle EFD$ 是 $\angle BCA$ 的兩倍
- (B) \overline{DE} 是 \overline{AB} 的兩倍
- (C) $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 相似
- (D) V 、 A 、 D 在同一直線上

答：(A)。



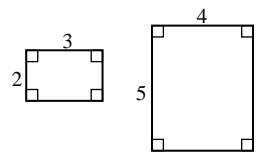
2. 如右圖， D 、 E 、 F 三點是以 V 點為中心，分別將 A 、 B 、 C 三點與 V 點的距離縮小為 $\frac{3}{5}$ 倍的點，則：

- (1) $\overline{EF} : \overline{BC} = 3 : 5$ 。
- (2) 若 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 85^\circ$ ，則 $\angle EDF = 55^\circ$ 。



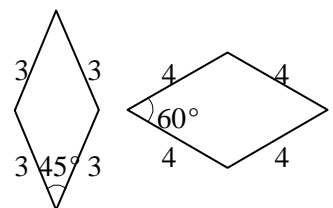
3. 請依據右圖中的兩個矩形回答下列問題。

- (1) 長邊與寬邊是否對應成比例？ 答：否。
- (2) 四個角度是否對應相等？ 答：是。
- (3) 兩個矩形是否相似？ 答：否。



4. 請依據右圖中的兩個菱形回答下列問題。

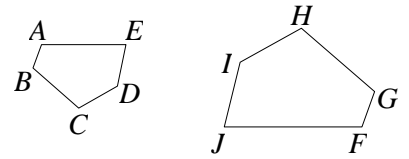
- (1) 四個邊是否對應成比例？ 答：是。
- (2) 四個角度是否對應相等？ 答：否。
- (3) 兩個菱形是否相似？ 答：否。



5. 已知五邊形 $ABCDE \sim$ 五邊形 $FGHIJ$ 。

(1) 若 $\angle B = 110^\circ$, $\angle E = 70^\circ$, $\angle F = 110^\circ$, $\angle H = 120^\circ$, 則 $\angle I =$ 130°。

(2) 若 $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{CD} = 3$, $\overline{FG} = 6$, $\overline{IJ} = 9$, $\overline{FJ} = 21$, 則 $\overline{AE} =$ 7、 $\overline{DE} =$ 3、 $\overline{GH} =$ 15、 $\overline{HI} =$ 9。



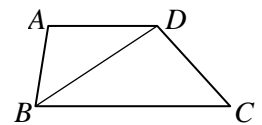
6. 若三角形的三邊長分別為 10、12 與 14，另一個三角形的三邊長分別為 21、18 與 15，則由 SSS 相似性質，可知這兩個三角形相似。

7. 如右圖，在梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = 9$, $\overline{BD} = 12$, $\overline{BC} = 16$ 。試問：

(1) 由 SAS 相似性質，可知 $\triangle ABD \sim \triangle DCB$ 。

(2) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} =$ $\frac{3}{4}$ 。

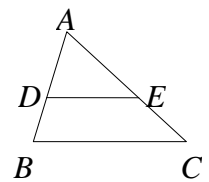
(3) $\angle ABD$ 和 $\angle C$ 的度數相等。



8. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle ADE = \angle B$ 。試問：

(1) 由 AA 相似性質，可知 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 。

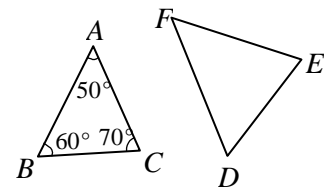
(2) 若 $\overline{AD} = 6$, $\overline{BD} = 4$, $\overline{DE} = 8$, 則 $\overline{BC} =$ $\frac{40}{3}$ 。



9. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，已知 $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$ 。

(1) 由 SSS 相似性質，可知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

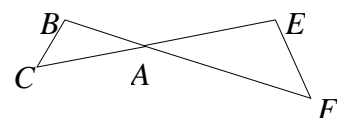
(2) 若 $\angle D = (x + 2y)^\circ$, $\angle F = (x + 3y)^\circ$, 則 $x =$ 10, $y =$ 20。



10. 如右圖， \overline{BF} 與 \overline{CE} 交於 A 點，形成 $\triangle ABC$ 與 $\triangle AEF$ 。已知 $\angle B = \angle E$ 。

(1) 由 AA 相似性質，可知 $\triangle ABC \sim \triangle AEF$ 。

(2) 若 $\overline{AC} = 40$, $\overline{AF} = 50$, $\overline{EF} = 40$, 則 $\overline{BC} =$ 32。

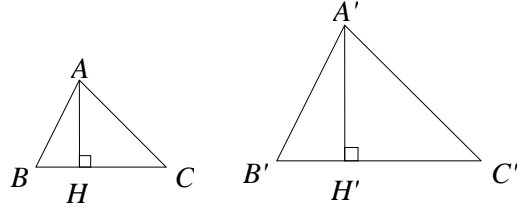


每題 10 分，共 100 分

1. 如右圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， \overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， $\overline{A'H'}$ 為 $\overline{B'C'}$ 上的高，

若 $\overline{AC} = 200$ 、 $\overline{A'C'} = 500$ ，試問：

- (1) $\triangle ACH$ 與 $\triangle A'C'H'$ 是否相似？答：是。
- (2) $\overline{AH} : \overline{A'H'} = 2 : 5$ 。
- (3) $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle A'B'C'$ 的面積 = $4 : 25$ 。

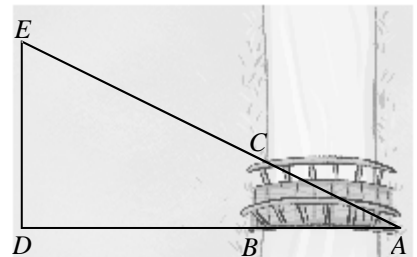


根據上圖，試問該樹的高度是多少公尺？

答：3.2 公尺。

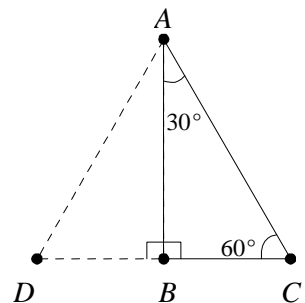
3. 如右圖，設計師欲在河流的 A 、 B 兩點間架設橋樑，在 B 點的北邊 10 公尺設立 C 點，從 B 點向西走 30 公尺到 D 點，接著再往北走 25 公尺到 E 點。此時 A 、 C 、 E 在同一直線，則橋樑長 \overline{AB} 為

20 公尺。



4. 如右圖，在正 $\triangle ACD$ 中，已知 $\angle BAC = 30^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{BC} = k$ ，試問：

- (1) $\overline{AC} = 2k$ 。
- (2) $\overline{AB} = \sqrt{3}k$ 。

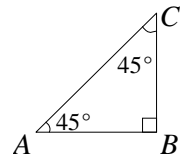


5. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=45^\circ$ ， $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{BC}=k$ 。

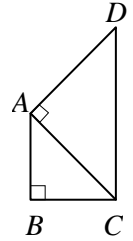
試問：

(1) $\overline{AB} = \underline{k}$ 。

(2) $\overline{AC} = \underline{\sqrt{2}k}$ 。

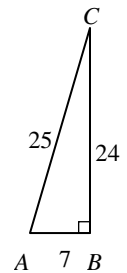


6. 如右圖， $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 均為等腰直角三角形，若 $\overline{AB}=1$ ，則 $\overline{CD} = \underline{2}$ 。



7. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AB}=7$ ， $\overline{AC}=25$ ，則：

(1) $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \underline{\frac{24}{25}}$ 。 (2) $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \underline{\frac{7}{25}}$ 。 (3) $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \underline{\frac{24}{7}}$ 。

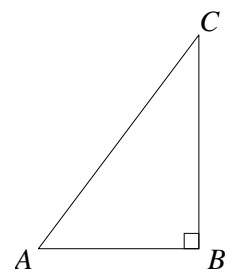


8. 承上題，若 $\triangle DEF$ 的 $\angle E=90^\circ$ ， $\angle D=\angle A$ ， $\overline{DF}=50$ ，

則 $\frac{\overline{EF}}{\overline{DE}} = \underline{\frac{24}{7}}$ ， $\overline{DE} = \underline{14}$ 。

9. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{BC}=4$ ，

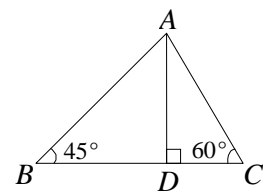
則 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \underline{\frac{4}{5}}$ ， $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \underline{\frac{3}{5}}$ ， $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \underline{\frac{4}{3}}$ 。



10. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，已知 $\angle B=45^\circ$ ， $\angle C=60^\circ$ ，且 $\overline{AC}=6$ ，則：

(1) $\overline{AD} = \underline{3\sqrt{3}}$ 。

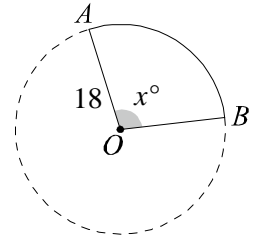
(2) $\overline{AB} = \underline{3\sqrt{6}}$ 。



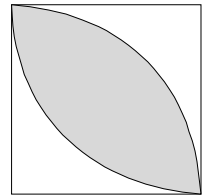
每題 10 分，共 100 分

1. 如右圖，已知圓 O 的半徑為 18， $\widehat{AB} = 10\pi$ ，則：

- (1) $\angle AOB$ 的度數 = 100°。
 (2) 扇形 AOB 的面積 = 90π。



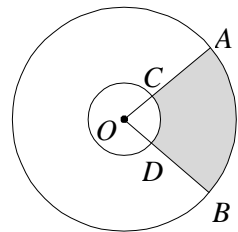
2. 市政府有一塊邊長 100 公尺正方形土地要規劃成休閒廣場，設計師規劃用兩個 $\frac{1}{4}$ 圓弧將土地分成三塊如右圖，中間的灰色區域要種植草皮，其餘兩塊則要鋪設地磚。求灰色區域的面積。



答： 5000π - 10000 平方公尺。

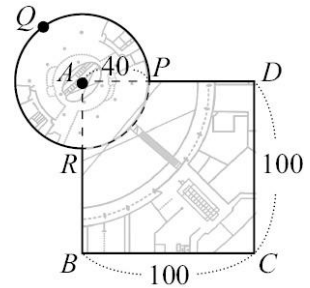
3. 如右圖，兩同心圓的半徑分別為 $\overline{OA} = 9$ 、 $\overline{OC} = 3$ 。已知 \widehat{AB} 的長度為 4π ，則：

- (1) 圓心角 $\angle AOB$ 的度數 = 80°。
 (2) 灰色區域的面積 = 16π。



4. 右圖是某百貨公司的一樓平面圖，其中四邊形 $ABCD$ 為邊長 100 公尺的正方形， \widehat{PQR} 是以 A 點為圓心、半徑為 40 公尺的弧。試問此百貨公司一樓的占地面積為多少平方公尺？

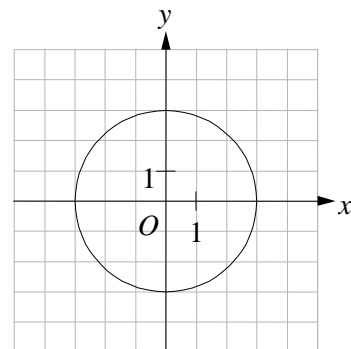
答： 10000 + 1200π 平方公尺。



5. 在坐標平面上有 $A(6, 2)$ 、 $B(4, 5)$ 、 $C(3, 5)$ 三點。今以原點 O 為圓心畫一圓 O ，恰發現 A 點在圓 O 上，則：

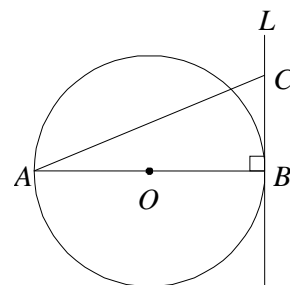
- (1) 圓半徑為何？ 答： 2√10。
 (2) B 點與圓 O 的位置關係為何？ 答： B 點在圓外。
 (3) C 點與圓 O 的位置關係為何？ 答： C 點在圓內。

6. 如右圖，已知坐標平面上有一圓 O ，其圓心為 $(0, 0)$ 且半徑為 3。若有四條直線分別為 $L_1: x = -1$ 、 $L_2: x = -2$ 、 $L_3: x = -3$ 與 $L_4: x = -4$ ，試判斷這四條直線與圓 O 的位置關係。(請填入交於兩點、相切或不相交)

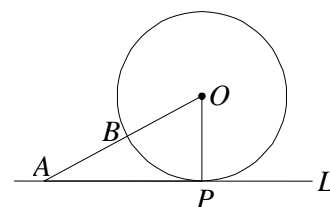


- (1) L_1 與圓 O 交於兩點。
 (2) L_2 與圓 O 交於兩點。
 (3) L_3 與圓 O 相切。
 (4) L_4 與圓 O 不相交。

7. 如右圖， \overline{AB} 為圓 O 的直徑，直線 L 與圓 O 相切於 B 點， C 為直線 L 上一點。若圓 O 的半徑為 6， $\overline{BC} = 5$ ，則 $\overline{AC} =$ 13。



8. 如右圖，直線 L 與圓 O 相切於 P 點， A 為直線 L 上一點， \overline{OA} 與圓 O 相交於 B 點。若 $\overline{PA} = 5$ ， $\overline{AB} = 3$ ，則圓 O 的半徑 = $\frac{8}{3}$ 。

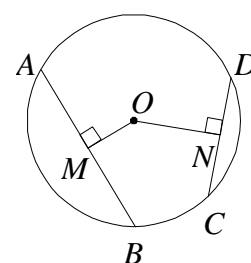


9. 公園裡的圓形池塘原本有一條直徑 60 公尺的步道，若要在步道三等分點位置增建兩條新步道，且新步道與原步道垂直。請問兩條新步道長度總和為多少公尺？

答： $80\sqrt{2}$ 公尺。



10. 如右圖，在半徑為 7 的圓 O 中， \overline{OM} 、 \overline{ON} 分別為 \overline{AB} 與 \overline{CD} 的弦心距。已知 $\overline{AB} = 12$ 、 $\overline{CD} = 8$ ，則 $\overline{OM} =$ $\sqrt{13}$ ， $\overline{ON} =$ $\sqrt{33}$ 。

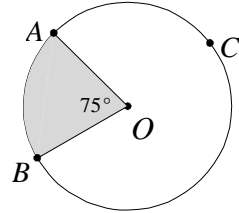


每題 10 分，共 100 分

1. 如右圖，已知圓心角 $\angle AOB = 75^\circ$ ，則：

(1) \widehat{AB} 的度數 = 75°。

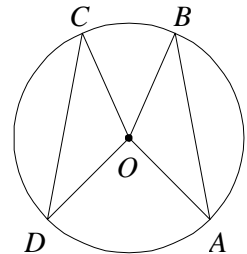
(2) \widehat{ACB} 的度數 = 285°。



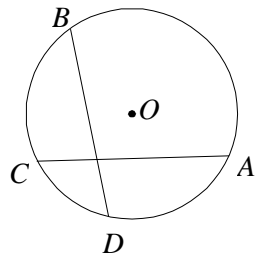
2. 如右圖， A 、 B 、 C 、 D 為圓 O 上四點。已知 $\widehat{ABC} = \widehat{BCD}$ ， $\angle AOB = 110^\circ$ ， $\overline{CD} = 7$ ，則：

(1) $\angle COD$ 的度數 = 110°。

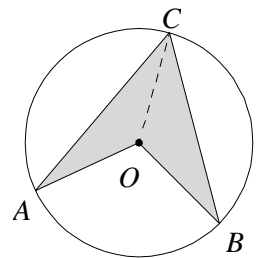
(2) \overline{AB} 的長度 = 7。



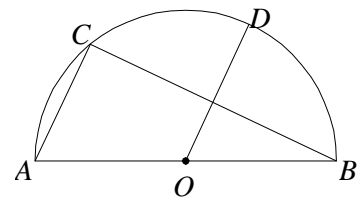
3. 如右圖，已知 A 、 B 、 C 、 D 為圓 O 上四點，且 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。已知 $\widehat{AB} = 150^\circ$ ， $\widehat{CD} = 50^\circ$ ，則 \widehat{AD} 的度數 = 80°。



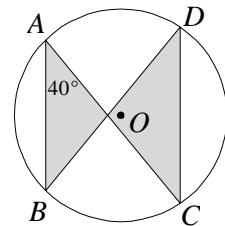
4. 如右圖， A 、 B 、 C 三點在圓 O 上。已知 $\angle A = 25^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，則 \widehat{AB} 的度數 = 110°。



5. 如右圖， \widehat{AB} 是半圓， O 為圓心， C 、 D 兩點在 \widehat{AB} 上，且 $\overline{AC} \parallel \overline{OD}$ 。若 $\widehat{AC} = 50^\circ$ ，則 \widehat{CD} 的度數 = 65°。

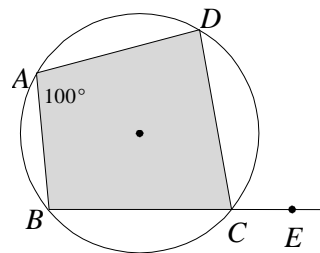


6. 如右圖， \overline{AB} 、 \overline{CD} 是圓 O 的兩弦，且 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 。
若 $\angle A = 40^\circ$ ，則 $\angle B$ 的度數 = 40°。



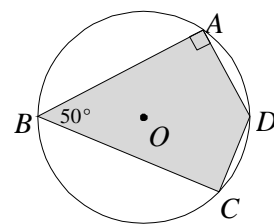
7. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 內接於一圓。若 $\angle A = 100^\circ$ ，
則：

- (1) $\angle BCD$ 的度數 = 80°。
(2) $\angle DCE$ 的度數 = 100°。

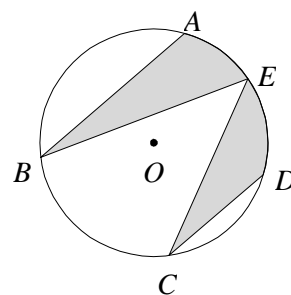


8. 如右圖，已知 A 、 B 、 C 、 D 四點均在圓 O 上，且
 $\angle A = 90^\circ$ 、 $\angle B = 50^\circ$ ，則：

- (1) $\angle C$ 的度數 = 90°。
(2) $\angle D$ 的度數 = 130°。

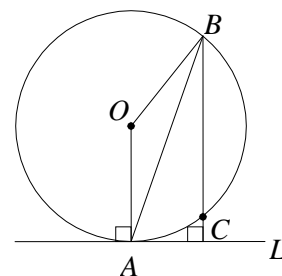


9. 如右圖， \overline{AB} 與 \overline{CD} 為圓 O 的兩弦，且 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 。
若 $\widehat{AE} = 40^\circ$ ， $\angle BEC = 45^\circ$ ，則 $\angle C$ 的度數 = 25°。



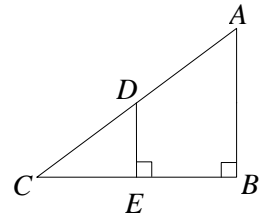
10. 如右圖，已知直線 L 與圓 O 相切於 A 點，弦 \overline{BC} 的延長線
與直線 L 垂直。已知 $\widehat{ACB} = 140^\circ$ ，則：

- (1) $\angle ABC$ 的度數 = 20°。
(2) \widehat{BC} 的度數 = 100°。



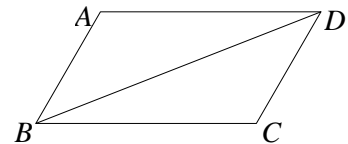
第 7、8 題每題 20 分，其餘每題 10 分，共 100 分

1. 如右圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle B = 90^\circ$ ，
過 AC 中點 D 作 $DE \perp BC$ ，且交 BC 於 E 點，
試證： $\overline{CE} = \overline{BE}$ 。



答： $\because \angle CED = \underline{\angle B}$ $\therefore \overline{DE} \parallel \underline{\overline{AB}}$
又因為 D 點為 \overline{AC} 的中點，所以 $\overline{AD} = \underline{\overline{DC}}$ ，
故 $\overline{CE} = \underline{\overline{BE}}$ 。

2. 如右圖，已知 $\triangle ABD$ 與 $\triangle CDB$ 中， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，
且 $\angle ABD = \angle CDB$ 。試證 $\angle A = \angle C$ 。

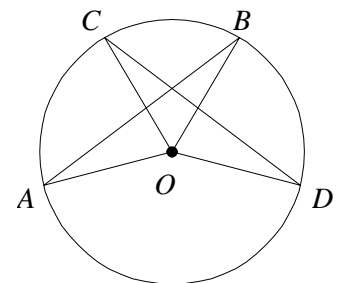


答： $\because \overline{AB} = \overline{CD}$ (已知)
 $\angle ABD = \angle CDB$ (已知)
 $\underline{\overline{BD} = \overline{BD}}$ (公用邊)
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB$ (SAS 全等性質)
故 $\angle A = \underline{\angle C}$ (對應角相等)。

3. 若 a 為任意數，試證 $(1+a)^2 \geq 1+2a$ 。

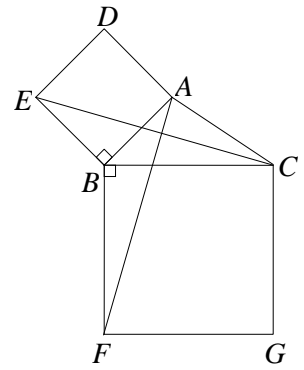
答： $(1+a)^2 = 1+2a+a^2$
 $\because a^2$ 必為正數或 0
 $\therefore (1+a)^2 \geq 1+2a$

4. \overline{AB} 與 \overline{CD} 為圓 O 內的兩條弦，已知 $\angle AOB = \angle COD$ ，
試證明： $\overline{AB} = \overline{CD}$ 。



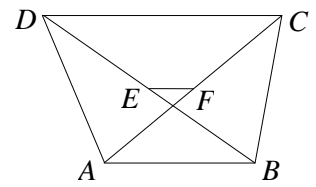
答：在 $\triangle AOB$ 與 $\triangle COD$ 中，
因為 $\underline{\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}}$ (等半徑)，
且 $\angle AOB = \angle COD$ ，所以 $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (SAS 全等性質)
故 $\overline{AB} = \overline{CD}$ (對應邊相等)。

5. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，分別以 \overline{AB} 、 \overline{BC} 為邊做正方形，試證 $\overline{EC} = \overline{AF}$ 。



答：在 $\triangle BEC$ 與 $\triangle BAF$ 中，
 $\because \overline{BE} = \overline{BA}$ ， $\overline{BC} = \overline{BF}$
 且 $\angle EBC = 90^\circ + \angle ABC = \angle ABF$
 $\therefore \triangle BEC \cong \triangle BAF$ (SAS 全等性質)
 故 $\overline{EC} = \overline{AF}$ (對應邊相等)。

6. 如右圖，在梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，且 E 、 F 分別為兩對角線 \overline{BD} 與 \overline{AC} 的中點。若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{CD} = 16$ ，則 $\overline{EF} = \underline{\quad 3 \quad}$ 。



7. 若 m 、 n 皆為正整數，且 $m > n$ ，試證以 $m^2 - n^2$ 、 $2mn$ 、 $m^2 + n^2$ 為三邊長的三角形為直角三角形。(提示：直角三角形的判別性質)

答：因為 $(m^2 - n^2)^2 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4$ ， $(2mn)^2 = 4m^2n^2$ ，
 $(m^2 + n^2)^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$ ，
 又 $(m^4 - 2m^2n^2 + n^4) + 4m^2n^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$ ，
 所以 $(m^2 + n^2)^2 = (m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2$ ，
 故以 $m^2 - n^2$ 、 $2mn$ 、 $m^2 + n^2$ 為三邊長的三角形為直角三角形。

8. 若 a 、 b 為兩個連續奇數，且 $a < b$ ，

- (1) 設 $a = 2k + 1$ ， k 為整數，則 $b = \underline{2k + 3}$ 。
 (2) 承(1)，證明 $ab + 1$ 為4的倍數。

答： $ab + 1 = (2k + 1)(2k + 3) + 1 = (4k^2 + 8k + 3) + 1 = 4(k^2 + 2k + 1)$ ，
 其中 $k^2 + 2k + 1$ 為整數，
 因此可知 $ab + 1 = 4(k^2 + 2k + 1)$ 為4的倍數。

每題 10 分，共 100 分

1. $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ 。若 $\overline{AC}=10$ ， O 點為外心，則 $\overline{OC} = \underline{5}$ 。

2. 鈍角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=110^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ，且 O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，求：

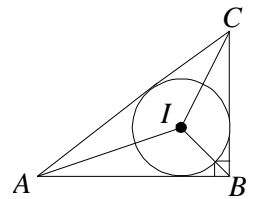
(1) $\angle AOC$ 的度數 = 60°。

(2) $\angle BOC$ 的度數 = 140°。

(3) $\angle AOB$ 的度數 = 80°。

3. 如右圖，在直角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=3$ ，且 $\angle ABC=90^\circ$ ，

I 點為內心，則 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑 = 1。

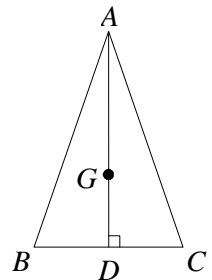


4. (1) 直角 $\triangle ABC$ 中，三邊長分別為 6、8、10，則 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑 = 2。

(2) 已知等腰直角 $\triangle ABC$ 的兩股長皆為 6，則 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑 = $6-3\sqrt{2}$ 。

5. 如右圖，等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=\overline{AC}=50$ ， $\overline{BC}=28$ ，

G 點為重心，則 $\overline{AG} = \underline{32}$ 。



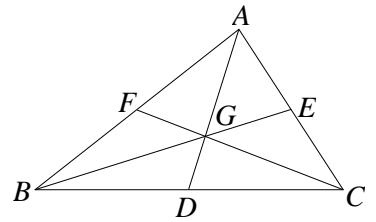
6. 右圖 $\triangle ABC$ 中，三中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於 G

點。若 $\triangle GBD$ 面積為6，則：

(1) $\triangle GCD$ 面積= 6， $\triangle GEC$ 面積= 6，

$\triangle AGB$ 面積= 12。

(2) $\triangle ABC$ 面積= 36。

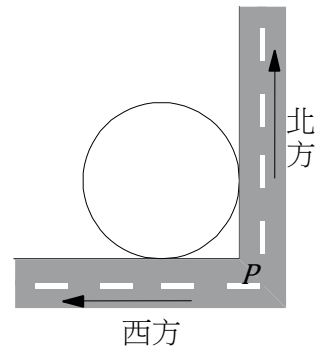


7. 有一張 $\triangle ABC$ 厚紙板，其中線 \overline{AD} 為24公分。若要用食指撐住此張厚紙板，則支撐點應設在 \overline{AD} 上距離 A 點16公分處。

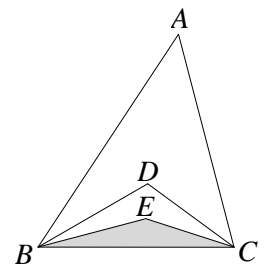
8. 如右圖，有一個圓形建築物與兩條街道均相切。

若甲、乙兩人分別從兩條街道的轉角 P 點沿著街道向西走12公尺與向北走16公尺時，兩人恰好可以看到彼此，則此建築物的半徑為

4公尺。



9. 如右圖，已知 $\angle A = 48^\circ$ ， $\triangle ABC$ 的內心為 D 點， $\triangle DBC$ 的內心為 E 點，則 $\angle BEC =$ 147° 。



10. 已知 O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，試回答下列各題：

(1) 若 $\angle C = 70^\circ$ ，則 $\angle AOB =$ 140度。

(2) 若 $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 5 : 11$ ，則 $\angle AOB =$ 162度。