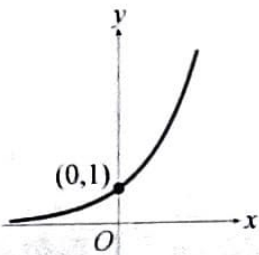
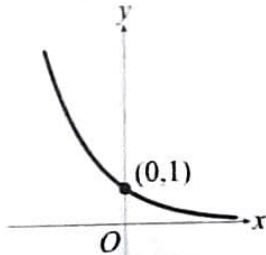


## 焦點 1 指數函數及其圖形

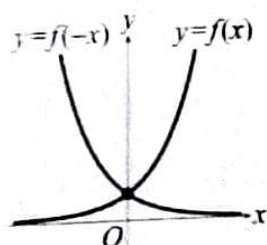
### 1. 指數函數的圖形：

設  $a > 0, a \neq 1, y = f(x) = a^x$  之圖形討論如下：

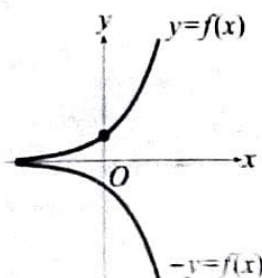
| $a > 1$                                                                                                                                                                                                                      | $0 < a < 1$                                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>① <math>f(x)</math> 是一個嚴格遞增函數，<br/>即 <math>x_2 &gt; x_1 \Rightarrow a^{x_2} &gt; a^{x_1}</math>。(如圖(一))</p>                                                                                                               | <p>① <math>f(x)</math> 是一個嚴格遞減函數，<br/>即 <math>x_2 &gt; x_1 \Rightarrow a^{x_2} &lt; a^{x_1}</math>。(如圖(二))</p> |
| <p>② 圖形恆過點 <math>(0, 1)</math>。</p> <p>③ <math>x</math> 軸是圖形的漸近線。</p> <p>④ 圖形恆在 <math>x</math> 軸上方，即 <math>a^x</math> 的值恆正。</p> <p>⑤ 圖形具有凹口向上性質，即 <math>\frac{a^{x_1} + a^{x_2}}{2} &gt; a^{\frac{x_1 + x_2}{2}}</math>。</p> |                                                                                                                |
|  <p>圖(一)</p>                                                                                                                               |  <p>圖(二)</p>                |

### 2. 指數函數圖形的對稱性：

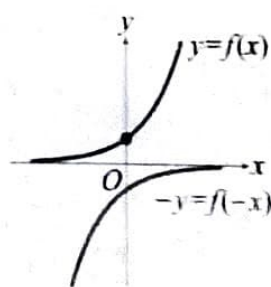
- (1)  $y = f(x)$  與  $y = f(-x)$  對稱於  $y$  軸，如圖(三)。例如： $y = 2^x$  與  $y = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 。
- (2)  $y = f(x)$  與  $-y = f(x)$  對稱於  $x$  軸，如圖(四)。例如： $y = 2^x$  與  $-y = 2^x$ 。
- (3)  $y = f(x)$  與  $-y = f(-x)$  對稱於原點，如圖(五)。例如： $y = 2^x$  與  $-y = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ 。
- (4)  $y = f(x)$  與  $x = f(y)$  對稱於直線  $x = y$ ，如圖(六)。例如： $y = 2^x$  與  $x = 2^y$  (即  $y = \log_2 x$ )。



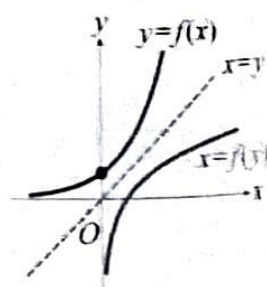
圖(三)



圖(四)



圖(五)



圖(六)

### 3. 指數函數圖形的平移：

- (1) 將  $y = a^x$  向右平移  $h$  單位 ( $h > 0$ )，可得新函數  $y = a^{x-h}$ 。
- (2) 將  $y = a^x$  向上平移  $k$  單位 ( $k > 0$ )，可得新函數  $y = a^x + k$ 。