

一、連比例

班級：

姓名：

座號：

1. 連比及其運算性質：相同口味但數量不同的「活力蔬果汁」

份量 \ 食材的杯數	蘋果汁(x)	鳳梨汁(y)	胡蘿蔔汁(z)
4 人份	3	2	5
12 人份	9	6	15
2 人份	1.5	1	2.5

$\div 2$ $\times 3$

(1) $3:2:5 =$ (同乘 3 倍) $3:2:5 =$ (同除 2 倍)

(2) 蘋果汁、胡蘿蔔汁份量的比為 $3:5$ 。(3) 鳳梨汁、胡蘿蔔汁份量的比為 $2:5$ 。

※若 $x:y:z=3:2:5$ ，則 $x:y=$ ， $y:z=$ ， $x:z=$ 。反之亦然。

① 已知 $a:b=2:3$ ， $b:c=3:4$ ，求 $a:b:c$ 。

$$a:b = 2:3$$

$$b:c = 3:4$$

$$a:b:c =$$

② 設 $x:z=3:2$ ， $y:z=7:2$ ，求 $x:y:z$ 。

$$x:z = 3:2$$

$$y:z = 7:2$$

$$x:y:z =$$

2. (1) 設 $x:y=2:9$ ， $y:z=3:5$ ，則 $x:y:z=$ ？

(2) 設 $a:b=\frac{5}{3}:2$ ， $a:c=\frac{15}{2}:4$ ，則 $a:b:c=$ ？

(3) 已知 a, b, c 皆不等於 0，且 $3a=4b$ ， $5b=6c$ ，則 $a:b:c=$ ？

(4) 已知 x, y, z 皆不等於 0，且 $2x-5y=0$ ， $\frac{x}{10}=\frac{z}{7}$ ，則 $x:y:z=$ ？

3. (1) 若 $\frac{x}{y}=\frac{3}{2}$ ， $\frac{z}{y}=\frac{5}{4}$ ，則 ① $x:y:z=$ ？ ② $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=$ ？

(2) 若 $2x:z=5:4$ ， $3y:z=7:4$ ，則 $x:y:z=$ ？

(3) $3x:2y:z=1:2:3$ ，則 $x:y:z=$ ？

(4) 若 $abc \neq 0$ ， $2ab:3bc=4:9$ ， $4ac:5bc=2:3$ ，則 ① $a:b:c=$ ？ ② $(a+b+c):(c-b+a)$ 的比值為何？

二、連比例式的應用 (連比的虛與實)

1. 甲、乙兩個大小不同的音樂盒，它們長、寬、高的連比都是 $6:3:2$ ，已知甲的長是 18 公分，乙的高是 5 公分，則空格分別為？

	長	寬	高
甲	18		
乙			5

2. 根據上面「活力蔬果汁」的調配比例，若要製作與其相同口味的活力蔬果汁，需要蘋果汁 x 杯、鳳梨汁 y 杯及胡蘿蔔汁 z 杯，則必須滿足 $x:y:z=3:2:5$ ，稱為連比例式。

若假設 $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{5}=m(m \neq 0)$ ，可以得到 $x=3m$ 、 $y=2m$ 、 $z=5m$ 。

3. (1) 製作葡萄奶酥抹醬的材料中，糖粉、全脂奶粉和葡萄乾的重量比為 $5:12:2$ ，則淨重為 665 公克的葡萄奶酥抹醬，所含的葡萄乾重量是多少公克？

(2) 目前樞淇與依辰的榮譽貼紙數比為 $7:6$ ，而依辰和映柔則是 $4:5$ 。若三人的榮譽貼紙共計有 164 張，則依辰現有多少張？

(3) 將全部學生分成 A、B、C 三組，已知 A、B 兩組人數比為 $1:\frac{3}{4}$ ，A、C 兩組人數比為 $\frac{3}{2}:1$ ，若 B、C 兩組人數相差 20 人，則全部學生有多少人？

(4) 120 位學生參加隔宿露營，分成了甲、乙、丙三個中隊，人數比為 $7:9:8$ ，因某些因素有一位乙中隊的學生轉到甲中隊，請問後來甲、乙、丙三中隊的人數比為何？

4. 連比例式的運算(一)

(1) $3:x:y=2:3:5$ ，求 x, y 的值？

(2) 如果 $x:y:z=3:5:2$ ，且 $2x+y+2z=45$ ，則 ① 求 x, y, z 的值。 ② $x-y=$ ？

(3) $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=1:4:3$ ，且 $x-y-z=20$ ，則 $x=$ ？

(4) 設 $a:b=\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ ，且 $11b=9c$ ，則 ① $a:b:c=$ ？ ② 若 $3a-b-c=64$ ，求 $a, b, c=$ ？

(5) $x:y=5:3$ ， $(2z-y):y=4:1$ ，則 $x:y:z=$ ？

(6) 已知 $3x=6y=4z$ ，且 x, y, z 均不為 0，則 $x:(3y+2z)=$ ？

(7) 若 $xyz \neq 0$ ，且 $\frac{x}{5}=\frac{y}{6}=\frac{z}{7}$ ，則 $\frac{2x+y}{x+y-z}=$ ？

(8) 若 $\frac{1}{2}x=\frac{2}{3}y=\frac{1}{4}z$ ，且 $x+y+z=45$ ，則 $2x-y+z=$ ？

5. (1) 老師將一些巧克力球分給 3 組小朋友，若全部分給甲組，則每人分得 9 顆；若全部分給乙組，則每人分得 4 顆；若全部分給丙組，則每人分得 6 顆；甲、乙、丙這 3 組小朋友人數的比為何？

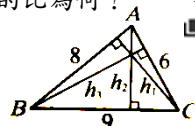
(2) 如下圖所示，請問原子筆、橡皮擦、立可帶的長度比是多少？



(3) 三人相約走同路線去書局，俞佳出發後 3 分鐘靜好也出發了，在靜好出發 2 分鐘後，冠雅才出發，已知冠雅走了 10 鐘後，她與靜好正好同時追上俞佳，此時尚未到達書局。求冠雅、靜好、俞佳三人的速率比為何？

6. (1) 已知甲、乙、丙三個平行四邊形的面積相等，且底邊長分別為 4 公分、5 公分、6 公分，則甲、乙、丙三個平行四邊形高的連比為何？

(2) 若 $\triangle ABC$ 的三個邊長比為 $8:9:6$ ，則 $\triangle ABC$ 中三邊對應的高的比為何？



7. 已知同形狀的物體重量相等，則以下這三種物體每一個的重量比 $\bullet:\blacksquare:\blacktriangle=$ ？

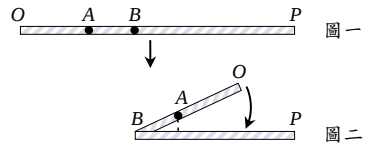


8. (1) 已知 1 元硬幣、5 元硬幣、10 元硬幣的個數比為 15:10:7，若 5 元硬幣有 20 個，則全部硬幣共有多少元？
 (2) 瑋宸過年時打開存錢筒發現其中 1 元、5 元及 10 元硬幣的個數比為 42:28:17，存錢筒內共有 1760 元，則 10 元硬幣有多少個？
9. (1) 設 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = a^\circ$ ， $\angle B = b^\circ$ ， $\angle C = c^\circ$ ，且 $2a : 3b = 3 : 2$ ， $5b : 2c = 2 : 1$ ，求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度數。
 (2) $\triangle ABC$ 中，若 $(\angle A + \angle B) : (\angle A - \angle B) : \angle C = 7 : 1 : 5$ ，則 $\angle C = ?$

10. (1) 某新興旅遊景點因觀光局大力廣告，使得前年與去年觀光人數比為 2:5，但今年因疫情的關係，導致旅遊人數大幅降低，去年和今年的觀光人數比為 3:1。已知今年的人數較前年少了 5 萬人，則近三年的觀光人數共有多少萬人？
 (2) 大同國中九年級第一次數學段考分成選擇、填充及計算三種題型，題數比為 2:4:1，已知選擇題每題 2 分，填充題 4 分，計算每題 5 分，滿分為 100 分，則此次數學段考考卷共有多少題？
 (3) 如右圖，鈺婕拿了三根長度不同的吸管甲、乙、丙放入容器中，若每支吸管均垂直插到底，之後發現吸管露出水面的部分，甲占全長的 $\frac{1}{2}$ ，乙占全長的 $\frac{1}{4}$ ，丙占全長的 $\frac{1}{5}$ ，若三根吸管的總長度為 55 公分，則容器中水面的高度為多少？



11. (1) 上古時代，居民以物易物，已知 3 個貝殼可以換 2 隻雞，而 7 隻雞可以換 2 頭羊，則 42 個貝殼可換幾頭羊？
 (2) 原始部落中的人是以分別刻有 $\ominus$ 、 $\star$ 、 $\textcircled{W}$ 的硬幣在做買賣，且用 3 個 $\ominus$ 和 2 個 $\star$ ，或 1 個 $\textcircled{W}$ 和 2 個 $\star$ 皆能買到相同的野兔；而用 5 個 $\ominus$ 和 1 個 $\textcircled{W}$ ，或 1 個 $\textcircled{W}$ 和 3 個 $\star$ 皆能買到相同的山羊。若今天有一頭野豬可以用 8 個 $\ominus$ 和 2 個 $\textcircled{W}$ 買得，則用下列哪一種的硬幣組合無法買得一頭野豬？
 (A) 4 個 $\ominus$ 、6 個 $\star$
 (B) 5 個 $\ominus$ 、3 個 $\textcircled{W}$
 (C) 3 個 $\star$ 、3 個 $\textcircled{W}$
 (D) 8 個 $\ominus$ 、3 個 $\star$
12. 已知某飲料店的「檸檬多多綠茶」每杯容量為 500 毫升，其中檸檬汁、養樂多、綠茶的容量比依序為 1:4:20。若老闆準備了檸檬汁 110 毫升，養樂多 250 毫升和綠茶 2200 毫升，則老闆最多可以調製幾杯「檸檬多多綠茶」？
13. (1) 如圖一， $\overline{OP}$ 為一條拉直的細線， A 、 B 兩點在 $\overline{OP}$ 上，且 $\overline{OA} : \overline{AP} = 1 : 3$ ， $\overline{OB} : \overline{BP} = 3 : 5$ 。若先固定 B 點，將 $\overline{OB}$ 摺向 $\overline{BP}$ ，使得 $\overline{OB}$ 重疊在 $\overline{BP}$ 上，如圖二，再從圖二的 A 點及與 A 點重疊處一起剪開，使得細線分成三段，則此三段細線由小到大的長度比為何？



- (2) 柏均：育瑞，我這次數學考好差，我和我的分數比是 2:3 耶！
 育瑞：拜託！維濠考得才好，我和他的分數比是 7:10，
 維濠：下次我們一起努力吧！不過聽說家祺、可葢和宇芯分數比是 4:5:6，而且她們三人的總分和我们三人的總分一樣。
 ① 由對話內容，請問柏均與維濠的數學成績之比為何？
 ② 如果柏均的成績正好比家祺少 10 分，請問維濠數學考幾分？
- (3) 有若干對夫妻參加親子座談會，會中提供參加的夫妻每人一杯飲料，分別有茶、咖啡、果汁三種選擇。若會中丈夫選擇茶、咖啡、果汁的杯數比為 4:8:3，妻子選擇茶、咖啡、果汁的杯數比為 3:4:5，則
 ① 所有參加者選擇茶、咖啡、果汁的杯數比為何？
 ② 承①題，則其中最多人選擇的飲料占全體總杯數的百分比？(取整數)

14. 連比例式的運算(二)

- (1) 若 $x : 5 = 2y : 4 = 3z : 9$ ，則 $x : y : z = ?$
 (2) 已知 x 、 y 、 z 均不等於 0，且 $6xy = 5yz = 4xz$ ，則 $x : y : z = ?$
 (3) 若 $\frac{2}{xy} = \frac{3}{2yz} = \frac{6}{5xz}$ ，且 $xyz \neq 0$ ，則 $x : y : z = ?$

- (4) 設 $x : y : z = 4 : 5 : 6$ ，且 $(x, y, z) = 5$ ，則 $x + y + z = ?$
 (5) a 、 b 、 c 皆為正整數，且 $a : b : c = 2 : 3 : 4$ ，若 $(a, b, c) + [a, b, c] = 78$ ，求 $a + b - 2c$ 的值。
 (6) 若 $a : b : c = 4 : 5 : 6$ ，則下列何者錯誤？
 (A) $a : 4 = b : 5 = c : 6$
 (B) $\frac{4}{a} = \frac{5}{b} = \frac{6}{c}$
 (C) $(a+4) : (b+5) : (c+6) = 4 : 5 : 6$
 (D) $6a = 5b = 4c$
 (7) 設 $2x = 3y = 4z$ ， $xyz \neq 0$ ，則下列何者錯誤？
 (A) $x : y : z = 6 : 4 : 3$
 (B) $(x+6) : (z+3) = 2 : 1$
 (C) $x + 2z = 3y$
 (D) $2x + 3y = 6z$

- (8) 若 $(x+1) : (y+2) : (z+3) = 2 : 3 : 4$ ，且 $x + y + z = 75$ ，則 $x : y : z = ?$
 (9) 若 $(x+y) : (y+z) : (z+x) = 1 : 2 : 5$ ，則 $x : y : z = ?$
 (10) 若 $\frac{x}{x-2} = \frac{y}{y-4} = \frac{z}{z+6}$ ，且 $xyz \neq 0$ ，則 $x : y : z = ?$

15. (1) 甲、乙皆為長方體，甲的長：寬：高為 2:3:4，乙的長：寬：高為 1:4:3，若甲的高與乙的高相等，則甲、乙兩個長方體的體積比為多少？

(2) 承澤想要榨果汁，他有蘋果、芭樂、柳丁三種水果，且其顆數比為 9:7:6。承澤榨完果汁後，蘋果、芭樂、柳丁的顆數比變為 6:3:4。已知承澤榨果汁時沒有使用柳丁，請問哪種水果被用來榨果汁？

	舞蹈社	溜冰社	魔術社
上學期	3	4	5
下學期	4	3	2

16. (1) 雀潮與博朗這兩大三合一即溶咖啡的每包重量均相同。若雀潮咖啡的成份中，咖啡粉：奶精：糖=5:3:2；博朗咖啡的成份中，咖啡粉：奶精：糖=7:5:3，今將兩廠牌的三合一咖啡各一包進行混合後，混合包中咖啡粉佔全部成分的幾分之幾？

(2) 某校每位學生上、下學期各選擇一個社團，上表為該校所有學生上、下學期選擇各社團的人數比例。若該校上、下學期的學生人數不變，相較於上學期，下學期各社團的學生人數變化，請找出人數變少的社團？

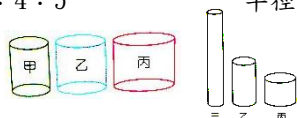
(3) 老師準備一堆糖果，原計畫分給浩原、碩珉、禾潤的糖果數比為 3:2:1，結果全部分完後，浩原、碩珉、禾潤三人所實際得到的糖果數比為 7:5:4，其中有一人比原計畫多得了 8 顆糖果，那麼這一人他實際所得的糖果數為幾顆？

17. (1) 中秋節時恩語製作的廣式月餅、蛋黃酥、鳳梨酥的數量比為 2:1:3，其中只有製作廣式月餅和蛋黃酥時使用鹹蛋黃。若恩語製作每個廣式月餅時使用 2 顆鹹蛋黃，製作每個蛋黃酥時使用 1 顆鹹蛋黃，且總共使用 120 顆鹹蛋黃，則他製作了幾個鳳梨酥？

(2) 苾洳媽媽裁縫一件上衣、一條裙子、一條褲子所用的時間比為 2:3:7，如果她兩天能裁縫出 3 件上衣、4 件裙子、2 條褲子，則她裁縫出 6 條褲子、8 條裙子、15 件上衣需要幾天的時間？

(3) 宜蓁師傅依其作品所花的時間來訂價錢，已知製造 1 張椅子、1 張茶几、1 張餐桌，所花時間比為 2:5:7，如果她把 6 張椅子、1 張茶几、1 張餐桌組合成一套，訂價為 24000 元。今日接了 300 張椅子的訂單，應收取客戶多少元？

18. (1) 如圖，有甲、乙、丙三個等高的圓柱形容器，其底面直徑比為 3:4:5，某日下雨將容器同時於戶外，下列敘述何者正確？(A) 水的高度比為 3:4:5 (B) 水的高度比為 9:16:25 (C) 水的體積比為 9:16:25 (D) 水的體積比為 3:4:5



(2) 有甲、乙、丙三個大小不同的圓柱容器，若倒入等量的水，其水面的高度比為 36:16:9，則甲、乙、丙三個圓柱底圓的①面積比為何？②半徑比為何？

	底面積 (cm ²)
甲	60
乙	80
丙	100

(3) 桌面上有甲、乙、丙三個圓柱形的杯子，杯深均為 15 公分，各裝有 10 公分高的水，且左表記錄了甲、乙、丙三個杯子的底面積。今小明將甲、乙兩杯內一些水倒入丙杯，過程中水沒溢出，使得甲、乙、丙三杯內水的高度比變為 3:4:5。若不計杯子厚度，則甲杯內水的高度變為多少公分？

加強演練

1. (1) 甲、乙、丙三輛車以不同速度等速直線前進。甲、乙行駛 30 公里所花費的時間比為 4:3，乙、丙 30 分鐘所行駛的距離比為 6:5，則甲、乙、丙的速度比為何？

(2) 操場跑道一圈長 400 公尺，若甲、乙、丙三人各以等速跑一圈，所花的時間和為 6 分。已知甲、乙每分鐘速率比為 4:3，而乙、丙每分鐘速率比為 5:4，則乙每分鐘跑多少公尺？

(3) 甲、乙、丙同時出發跑 800 公尺，若三人全程均以固定速率來跑，當乙到終點時，甲離終點還有 100 公尺，丙離終點還有 200 公尺。若三人以相同速率參加 400 公尺比賽，當丙落後乙 35 公尺時，乙離終點還有多少公尺？

(4) 璽蓁、芷寧、于瑄三人各走一段路，璽蓁走的路程比芷寧多 $\frac{1}{4}$ ，芷寧走的路程比于瑄多 $\frac{1}{5}$ ，于瑄用的時間比芷寧多 $\frac{1}{6}$ ，芷寧用的時間比璽蓁多 $\frac{1}{5}$ ，則璽蓁、芷寧和于瑄三人的速度比是多少？

(5) 柏叡、家語、宸肅三人同時比賽競走繞運動場一圈，若三人先以 3:4:8 的速率前進，當宸肅走到全程一半時，三人的速率變成以 8:4:3 繼續前進，則三人最後到達終點的先後順序為何？

2. 已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $5x=8y=3z$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) $x:y:z=5:8:3$ (B) $y=x+z$
 (C) $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=\frac{1}{5}:\frac{1}{8}:\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{1}{y}$

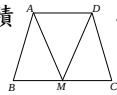
3. 時鐘上的時針、分針與秒針各走一圈所需的時間比為何？

- (A) 3600:720:1 (B) 720:60:1
 (C) 360:60:1 (D) 60:12:1

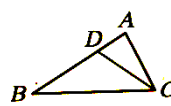
4. 濃度分別為 3%、4%、5% 的食鹽水，依照 3:4:5 的重量比例可混合成濃度約 $x\%$ 的食鹽水，則 $x=?$ (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

三、等高(同高)三角形面積比等於其對應底邊長的比

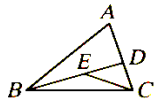
1. 如右圖，在梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，且 $\overline{AD}=7$ 、 $\overline{BC}=12$ 。若 M 為 $\overline{BC}$ 的中點，則 $\triangle ABM$ 面積： $\triangle AMD$ 面積： $\triangle DMC$ 面積為何？



2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 為 $\overline{AB}$ 上的一點，若 $\overline{AD}=3$ ， $\overline{AB}=10$ ， $\overline{AC}=6$ ，則 $\triangle ACD$ 與 $\triangle BCD$ 的面積比。



3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別在 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 上，若 $\overline{AD}:\overline{DC}=\overline{BE}:\overline{DE}=3:2$ 則 $\triangle BCE$ 面積： $\triangle ABC$ 面積的比值為何？



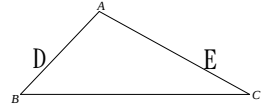
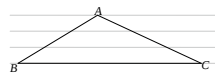
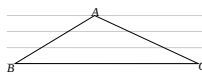
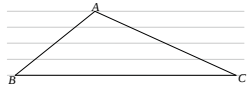
四、平行線截比例線段

1. 甲、乙兩人分別從 B 、 C 兩點出發開始爬山，目標是爬到山頂上的 A 點，(等高，跟地面平行，截比例線段)

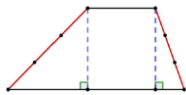
(1) 請利用等高的概念，分別以 D 、 E 標示出他們各自爬到半山腰的位置。

(2) ①請利用等高的概念，分別以 D 、 E 標示出他們各自爬到三分之一山腰的位置。②分別以 F 、 G 標示出他們各自爬到三分之二山腰的位置。

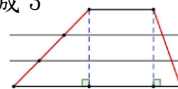
(3) D 、 E 表示他們各自爬到彼此路程中五分之二的位置。請問 $\overline{DE}$ 與 $\overline{BC}$ 是否互相平行？



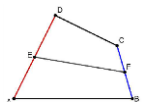
(4) 梯形兩腰分別被 3 等分，請將一樣高的等分點連起來。



(5) 梯形左腰被 3 等分，通過等分點畫底邊平行線，將右腰分割成 3 段，這 3 段會相等嗎？(拿圓規量看)



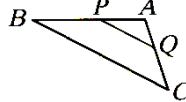
(6) 左腰的 2 等分點和右腰的 2 等分點的連線，為什麼不會平行底邊呢？



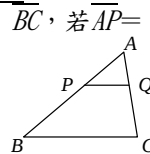
2. 結論：(1) 在等高的條件下，平行線會截出相等的線段。

(2) 在等高的條件下，等比例線段的分割點的連線會互相平行。

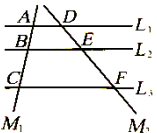
3. (1) 如圖， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AP}=6$ 、 $\overline{AQ}=4$ ，則 $\overline{PB}=?$



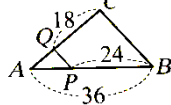
(2) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AP}=30$ ， $\overline{AQ}=36$ ， $\overline{PB}=3x+7$ ， $\overline{QC}=5x-7$ ，則 $x=?$



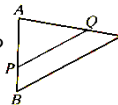
(3) 如圖，直線 $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，直線 M 與 M_2 為截線，已知 $\overline{AB}=21$ 、 $\overline{BC}=4x+3$ 、 $\overline{DE}=27$ 、 $\overline{EF}=6x-3$ ，則 $x=?$



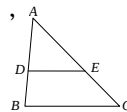
(4) 如圖， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則 $\overline{AQ}=?$



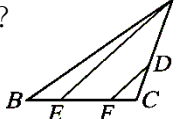
(5) 如圖， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AP}=4$ 、 $\overline{PB}=2$ ， $\overline{AC}=9$ ，則 $\overline{QC}=?$



(6) 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，若 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{CE}:\overline{AC}=3:7$ ， $\overline{BD}=5$ ，則 $\overline{AB}=?$

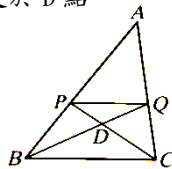


(7) 如圖， $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{DF} \parallel \overline{AE}$ ， $\overline{CD}:\overline{AC}=1:3$ ， $\overline{BE}=4$ ， $\overline{EC}=9$ ，則 $\overline{BF}=?$

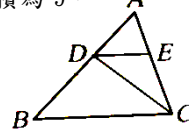


4. (1) 如圖， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{CP}$ 與 $\overline{BQ}$ 相交於 D 點，請寫出面積相等的三角形。

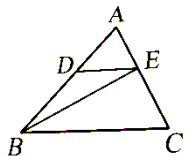
$\triangle BPQ =$
 $\triangle PBC =$
 $\triangle BPD =$
 $\triangle ABQ =$



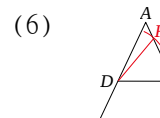
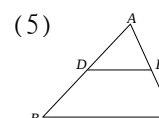
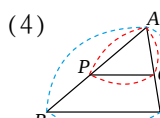
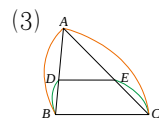
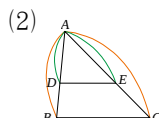
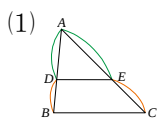
(2) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\triangle ADE$ 的面積為 6， $\triangle CDE$ 的面積為 9，則：① $\overline{AD}:\overline{DB}=?$ ② $\triangle BCD$ 的面積。



(3) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\triangle ADE$ 的面積為 9， $\triangle BCE$ 的面積為 28，求 $\triangle BDE$ 的面積。



5. $\triangle ABC$ 中，若 D 、 E 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上的一點，且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ($\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$)，(1)(2)(3) 反之亦然

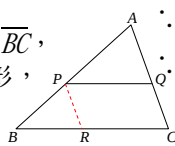


$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$ $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AE}:\overline{AC}$ $\overline{DB}:\overline{AB}=\overline{EC}:\overline{AC}$ $\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{PQ}:\overline{BC}$ $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$ $\overline{DF}$ 是否與 $\overline{BC}$ 平行？

6. (1) 如上題圖(4)， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，說明 $\overline{PQ}:\overline{BC}=\overline{AP}:\overline{AB}$ 。

(1) 過 P 點作 $\overline{PR} \parallel \overline{AC}$ ，又 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ， $\therefore$ 四邊形 $PRCQ$ 為平行四邊形，故 $\overline{PQ}=\overline{RC}$ 。

(2) 在 $\triangle ABC$ 中， $\therefore \overline{PR} \parallel \overline{AC}$ ， $\therefore \overline{RC}:\overline{BC}=\overline{AP}:\overline{AB}$ ，又 $\overline{RC}=\overline{PQ}$ ，故 $\overline{PQ}:\overline{BC}=\overline{AP}:\overline{AB}$ 。

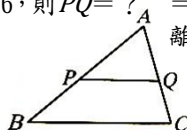


(2) 如上題圖(5)， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點，說明 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 且 $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$ 。
 $\therefore \overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}=1:1$ ， $\therefore \overline{DE} \parallel \overline{BC}$
 $\therefore \overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{AB}=1:2$ ， $\therefore \overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

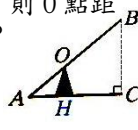
(3) 如上題圖(6)， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。若以 D 點為圓心， $\overline{DE}$ 長為半徑畫弧，與 $\overline{AC}$ 交於另一點 F ，則：

(1) $\overline{DF}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{AB}$ 嗎？
(2) $\overline{DF}$ 是否與 $\overline{BC}$ 平行呢？

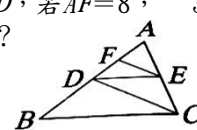
7. (1) 如圖， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AP}=4$ 、 $\overline{BP}=3$ ， $\overline{BC}=6$ ，則 $\overline{PQ}=?$



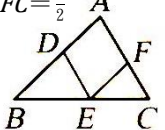
(2) 如圖，當 A 點接觸地面時， B 點離地面 96 公分，若 $\overline{OA}:\overline{OB}=3:5$ ， $\overline{BC} \perp \overline{AC}$ ，則 O 點離地面多少公分？



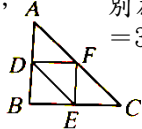
(3) 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 F 兩點在 $\overline{AB}$ 上， E 點在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\overline{AF}=8$ ， $\overline{FD}=4$ ，則 $\overline{AB}=?$



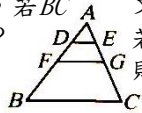
(4) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ ， $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ，若 $\overline{AD}=x+1$ ， $\overline{BD}=3x-7$ ， $\overline{AF}=6$ ， $\overline{FC}=\frac{9}{2}$ ，則 $\overline{AD}=?$



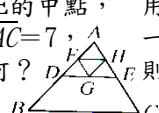
8. (1) 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點，① 已知 $AB=6$ 、 $AC=9$ 、 $BC=7$ ，求 $\triangle DEF$ 的周長。② 已知 $\triangle DEF$ 的面積為 5，求四邊形 $DBCF$ 面積。



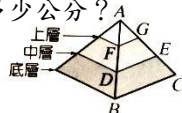
(2) 如圖， $\triangle ABC$ 中， F 、 G 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點， D 、 E 分別為 $\overline{AF}$ 、 $\overline{AG}$ 的中點，若 $BC=36$ ，求 $DE+FG=?$



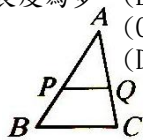
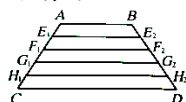
(3) 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點， F 、 G 、 H 又分別為 $\overline{AD}$ 、 $\overline{DE}$ 、 $\overline{AE}$ 的中點，若 $AB=8$ 、 $BC=9$ 、 $AC=7$ ，則 $\triangle FGH$ 的周長為何？



(4) 如圖，若中層正方形的邊長為 26 公分，且 $AF=FD=DB$ ，今用奶油各環繞上層和底層周圍一圈，若奶油寬度可忽略不計，則這兩圈奶油共多少公分？

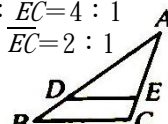


(5) 如圖，有一個五層的跳箱側面是等腰梯形 $ABDC$ ，其中上底 $\overline{AB}$ 為 50 公分，下底 $\overline{CD}$ 為 110 公分，每一層的高度皆相等，且 E_1 、 F_1 、 G_1 、 H_1 四點將 $\overline{AC}$ 五等分，則 F_1F_2 的長度為多少公分？



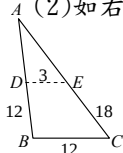
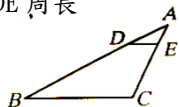
9. (1) 如圖， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，則下列哪個條件無法確定 $PQ \parallel \overline{BC}$ ？
(A) $\overline{BP}=6$ ， $\overline{AP}=9$ ， $\overline{QC}=4$
(B) $\overline{AP}=10$ ， $\overline{PB}=6$ ，且 $\overline{AQ}:\overline{QC}=5:3$
(C) $\overline{AP}=8$ ， $\overline{AB}=13$ ，且 $\overline{AQ}:\overline{QC}=8:5$
(D) $\overline{PQ}=6$ ， $\overline{BC}=10$ ， $\overline{AP}:\overline{AB}=3:5$

(2) 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，以下哪個條件無法確定 $DE \parallel \overline{BC}$ ？
(A) $\overline{AD}=12$ ， $\overline{BD}=8$ ， $\overline{AE}=9$ ， $\overline{AC}=15$
(B) $\overline{AD}=9$ ， $\overline{BD}=3$ ，且 $\overline{AE}:\overline{AC}=3:4$
(C) $\overline{AD}=8$ ， $\overline{AB}=10$ ，且 $\overline{AE}:\overline{EC}=4:1$
(D) $\overline{DE}=4$ ， $\overline{BC}=6$ ，且 $\overline{AE}:\overline{EC}=2:1$

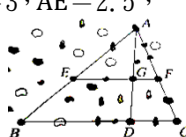


五、平行線截比例線段性質與應用

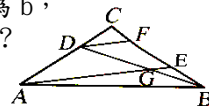
1. $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel \overline{BC}$ ，(1) 如左圖，若 $AD=18$ ， $\overline{BD}=48$ ， $\overline{BC}=44$ ， $\overline{EC}=24$ ，求① DE 長度。② $\triangle ADE$ 的周長。
(2) 如右圖，求 $\triangle ADE$ 周長



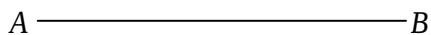
(3) 如圖， $EF \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AD}=3$ ， $\overline{AE}=2.5$ ， $\overline{EB}=2$ ， $\overline{EG}=1.75$ ， $\overline{GF}=0.75$ ，求 $\overline{AE}:\overline{GD}:\overline{BC}=?$



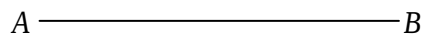
(4) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DF} \parallel \overline{AE}$ ， $\overline{CD}:\overline{AD}=1:2$ ， $\overline{EF}=16$ ， $\overline{BE}=12$ ， $\overline{BD}=42$ ， $\triangle CDF$ 面積為 a ， $\triangle BDF$ 面積為 b ，則：① $\overline{EC}=?$ ② $a:b=?$



2. (1) 已知 $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖，在 $\overline{AB}$ 上找到一點 C ，使得 $\overline{AC}:\overline{CB}=1:2$ 。



(2) 已知 $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖，在 $\overline{AB}$ 上找到一點 D ，使得 $\overline{AD}:\overline{AB}=3:5$

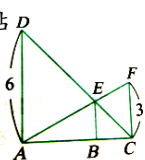


(1) 通過 A 點另作一條直線 L 。

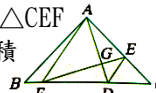
(2) 在 L 上依序取 D 、 E 兩點，使得 $\overline{AD}:\overline{DE}=1:2$ 。(3) 連接 $\overline{BE}$ 。

(4) 過 D 點作 $\overline{DC} \parallel \overline{BE}$ ，與 $\overline{AB}$ 相交於 C 點，則 C 點即為所求。

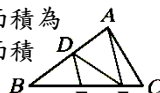
3. 如圖， A 、 B 、 C 三點共線，且 $\overline{DA} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{CF}$ ，若 $\overline{DA}=6$ ， $\overline{CF}=3$ ， $\overline{BE}=?$ 若 $\overline{AC}=9$ ，則 $\overline{AB}=?$



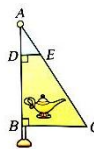
4. (1) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{CD}:\overline{BC}=1:3$ ， $DE \parallel \overline{AF}$ ， AD 與 EF 相交於 G 點，說明 $\triangle CEF$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的三分之一



(2) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel \overline{AF}$ ，若 $\overline{BD}:\overline{AD}=5:4$ ， $\overline{EF}:\overline{FC}=2:1$ ，且 $\triangle ABC$ 面積為 44，則 $\triangle BDF$ 的面積為何？

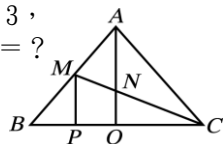


5. $\angle B=90^\circ$ ， $DE \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AD}:\overline{DE}=3:2$ ， $\overline{BD}=2$ ，梯形 $DBCE$ 的面積為 2， DE 的長度為何？

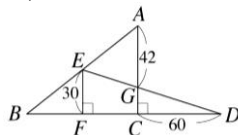


加強演練

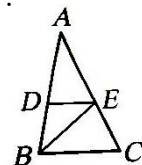
1. (1) $\triangle ABC$ 中， M 是 $\overline{AB}$ 中點，在 $\overline{CM}$ 上取一點 N ，使 $\overline{CN}:\overline{NM}=5:3$ ，且 $\overline{MP} \parallel \overline{AQ}$ ，則 $\overline{BP}:\overline{BC}=?$



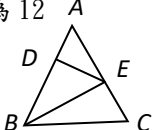
(2) 如圖，已知 F 為 $\overline{BC}$ 中點， $\overline{AG}=42$ ， $\overline{EF}=30$ ， $\overline{CD}=60$ ，則 $\overline{AB}=?$



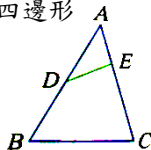
2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{BE}$ 平分 $\angle ABC$ ，且 $DE \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AB}=12$ 、 $\overline{BC}=8$ ，則：(1) $\overline{DE}=?$ (2) $\overline{AD}=?$



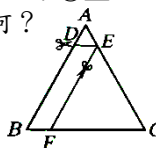
3. (1) 如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AD}:\overline{DB}=1:2$ ， $\overline{AE}:\overline{CE}=3:2$ ， $\triangle DBE$ 的面積為 12，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？



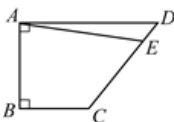
(2) $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD}=\overline{BD}=5$ ， $\overline{AE}=3$ ， $\overline{CE}=6$ 。若 $\triangle ADE$ 面積是 5，則四邊形 $BDEC$ 面積為何？



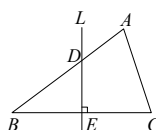
(3) 如圖，正 $\triangle ABC$ 中 $\overline{AD}=\frac{1}{5}\overline{AB}$ ， $DE \parallel \overline{BC}$ ， $EF \parallel \overline{BD}$ ，則① 長度比 $\overline{DE}:\overline{EF}=?$ ② $\triangle ADE$ 、 $\triangle BDEF$ 、 $\triangle CEF$ 的面積比為何？



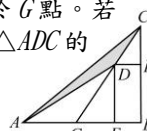
(4) 如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\angle DAB=\angle ABC=90^\circ$ ， E 點在 $\overline{CD}$ 上，且 $\overline{DE}:\overline{EC}=1:4$ 。若 $\overline{AB}=5$ ， $\overline{BC}=4$ ， $\overline{AD}=8$ ，則四邊形 $ABCE$ 的面積為何？



(5) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，直線 L 為 $\overline{BC}$ 的中垂線，若 $\overline{BD}=5$ ， $\overline{BE}=4$ ， $\overline{AD}=1$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為何？



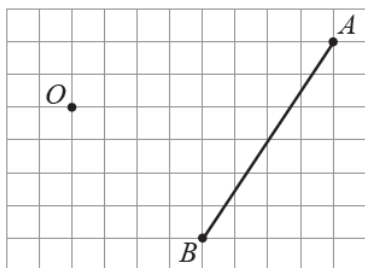
(6) 如圖， D 為 $\triangle ABC$ 內部一點，且四邊形 $DEBF$ 為矩形，直線 CD 交 $\overline{AB}$ 於 G 點。若 $\overline{CF}=6$ ， $\overline{BF}=9$ ， $\overline{AG}=8$ ，則 $\triangle ADC$ 的面積為何？



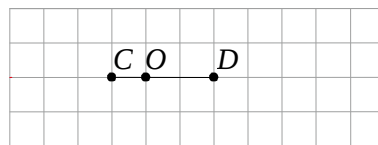
六、圖形的縮放

1. 線段的縮放

(1) 光源在直線外部
畫出以 O 為中心，將 $\overline{AB}$
縮放 $\frac{1}{2}$ 倍後的圖形。



(2) 光源在直線內部(線上)畫出以 O 為中心，將 $\overline{CD}$
放 3 倍的圖形

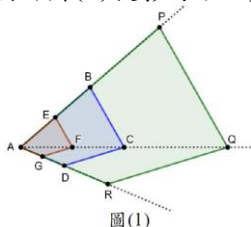


結論：

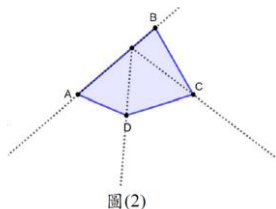
- ① 一線段經過縮放後仍是線段，且該線段與原線段平行，或在同一直線上。
- ② 線段縮放 k 倍後，縮放後的線段長為原線段長的 k 倍。

2. 多邊形的縮放

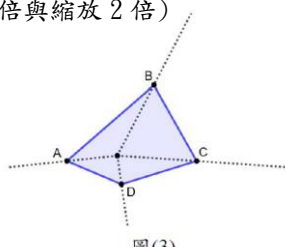
請利用圖(1)投影的方法畫出其它四邊形的相似四邊形。(縮放 $\frac{1}{2}$ 倍與縮放 2 倍)



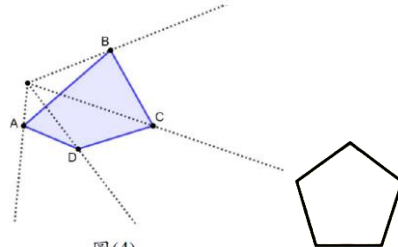
圖(1)



圖(2)

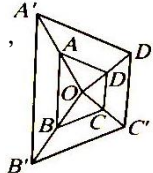


圖(3)

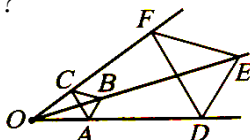


圖(4)

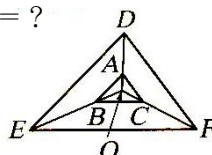
3. (1) 如圖，以 O 點為縮放中心，
將四邊形 $ABCD$ 縮放 a 倍，若 $\overline{OA} = \overline{AA'}$ ， $\overline{OB} = \overline{BB'}$ ， $\overline{OC} = \overline{CC'}$ ， $\overline{OD} = \overline{DD'}$ ，
則 $a = ?$



(2) 如圖， $\triangle DEF$ 為 $\triangle ABC$ 的
縮放圖，已知 $\overline{OA} = 30$ ， $\overline{AD} = 60$ ， $\overline{AC} = x + 7$ ， $\overline{DF} = 5x - 1$ ，
則 $\overline{AC} = ?$



(3) 如圖， $\triangle DEF$ 是 $\triangle ABC$ 以
 O 點為縮放中心所形成的縮
放圖，若 $\overline{OA} : \overline{AD} = 2 : 5$ ，則
 $\overline{BC} : \overline{EF} = ?$



4. 右圖是一個邊長為 1.5 公分的
正五邊形，將它縮放 4 倍後所得
的縮放圖形，下列哪些人的敘述
是正確的？**大雄**：縮放圖形的每個
內角保持 108° **胖虎**：縮放圖
形的每個內角變成 $108^\circ \times 4 = 432^\circ$
靜香：縮放圖形的每個邊長變成
 $1.5 \times 4 = 6$ 公分 **小夫**：縮放圖
形的每個邊長變成 $1.5 \times 4^2 = 24$ 公分

七、相似多邊形

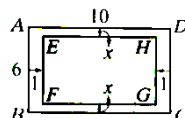
1. 如果兩個多邊形的對應角相等、對應邊成比例，就稱這兩個多邊形相似。

2. 如果兩個多邊形相似，它們的對應角相等、對應邊成比例。

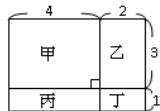
3. (1) 已知四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $EFGH$ ， A 、
 B 、 C 、 D 的對應頂點依序為 E 、 F 、 G 、 H ，
若 $\angle D = 110^\circ$ ， $\angle F = 66^\circ$ ， $\angle G = 84^\circ$ ，且
 $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{EF} = 15$ ， $\overline{FG} = 10$ ，則：① $\angle A$
 $= ?$ ② $\overline{AB} = ?$

(2) 已知四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $PQRS$ ， A 、
 B 、 C 、 D 的對應頂點依序為 P 、 Q 、 R 、 S ，
若 $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 3 : 2 : 4 : 3$ ，
 $\overline{PQ} : \overline{QR} : \overline{RS} : \overline{SP} = 5 : 4 : 2 : 3$ ， $\overline{CD} = 10$ ，則：① $\angle R = ?$ ② $\overline{AB} = ?$

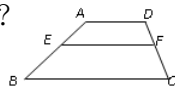
(3) 下列各人物的敘述中，哪些人是正確的？**炭治郎**：兩個正方形必相似。**禰豆子**：兩個菱形必相似。**伊之助**：兩個等腰梯形必相似。**善逸**：兩個圓形必相似。



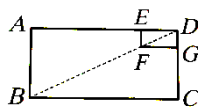
4. (1) 將右圖的矩形分割成甲、
乙、丙、丁四個小矩形，哪一
個與原矩形相似？



(2) 如右圖，梯形 $ABCD$ 中，
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\overline{AE} = 4$ ， $\overline{EB} = 6$ ，
 $\overline{DF} = 2$ ， $\overline{FC} = 3$ ，且梯形 $AEDF$
與梯形 $EBCF$ 相似，則 $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$
的長度比為何？

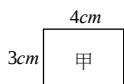


(3) 如圖，以 D 點為縮放中心，
將長方形 $ABCD$ 縮放 n 倍後得
到長方形 $EFGD$ ，若 $\overline{DG} = 2$ ， $\overline{AB} = 8$ ，則 $n = ?$

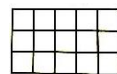


(4) 如上圖，長方形的長為 10 公
分，寬為 6 公分，若將短邊各往
內縮 1 公分，再將長邊各往內縮
 x 公分，得到原長方形的縮小圖
。則 $x = ?$

5. (1) 有騰用厚紙剪了若干張長為 4cm、寬為 3cm 的矩形紙甲，
如圖所示，試問取多少張這種矩形紙，就可拼成一個比甲大而且
與甲相似的矩形？(A) 8 (B) 16 (C) 24 (D) 36

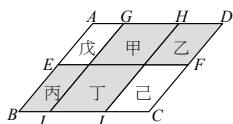


(2) 博士利用 15 片相同的正方形紙板緊密地拼成長方形，如左圖
所示。**勝凱**也想用相同的正方形紙板緊密地拼成更大的長方形，
且要與博士所拼的長方形相似，則下列何者可能是他剛好用來拼
成大長方形的紙板數量？(A) 90 (B) 120 (C) 135 (D) 225

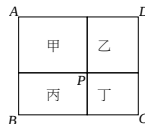


加強演練

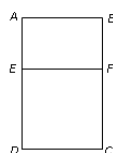
1. (1) 下圖是 E 、 F 、 G 、 H 、 I 、 J 六點在菱
形 $ABCD$ 四邊上的位置圖，其中 $\overline{EF}$ 、 $\overline{GI}$ 、 $\overline{HJ}$ 將
菱形分成甲、乙、丙、丁、戊、己六個平
行四邊形。若 $\overline{AG} : \overline{GH} : \overline{HD} = 5 : 10 : 9$ ， $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 5$ ，則下列哪一圖形與菱形 $ABCD$ 相
似？(A) 甲 (B) 乙
(C) 丙 (D) 丁



(2) 下圖中，過 P 點的兩直線將矩形 $ABCD$
分成甲、乙、丙、丁四個矩形，其中 P
在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AP} : \overline{PC} = \overline{AD} : \overline{AB} = 4 : 3$ 。下
列對於矩形是否相似的判斷，何者正確？
(A) 甲、乙不相似 (B) 甲、丁不相似
(C) 丙、乙相似 (D) 丙、丁相似

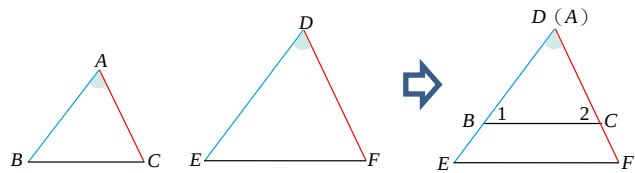


(3) 如圖，長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 1$ ，四邊
形 $CDEF$ 為正方形，若長方形 $ABCD \sim$ 長方
形 $BFEA$ ，求 $\overline{AD}$ 。



八、相似三角形判別性質

我們知道要判別兩個多邊形是否相似時，需要同時檢查「對應邊成比例」與「對應角相等」。我們曾經學過三角形的全等性質有 SSS 、 SAS 、 ASA 、 AAS 、 RHS 等，那麼要判別兩個三角形是否相似，也會有類似的性質嗎？

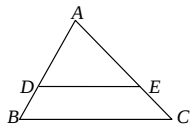


1. **AA 相似性質** $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ，則 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似？

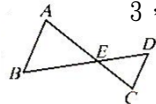
由於 $\angle A = \angle D$ ，可將 $\triangle ABC$ 疊合在 $\triangle DEF$ 上，使得 A 點落在 D 點上，則 B 、 C 兩點分別在 $\overline{DE}$ 、 $\overline{DF}$ 上。又 $\angle B = \angle E$ ，所以 $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$ ，可得 $\angle C = \angle F$ ，且 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{DF} = \overline{BC} : \overline{EF}$ 。

$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 對應角相等、對應邊成比例，所以 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

3. (1) 如下圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，已知 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{DE} = 8$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{AB} = 9$ ，則 $\overline{AD} = ?$



(2) 如左圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 E 點，①若 $\overline{AE} = 15$ ， $\overline{AC} = 35$ ， $\overline{CD} = 24$ ，則 $\overline{AB} = ?$ ②若 $\overline{AE} = 15$ ， $\overline{EC} = 10$ ， $\overline{BE} = 4x + 3$ ， $\overline{DE} = 3x - 1$ ，則 $x = ?$

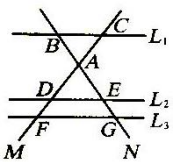


2. **SAS 相似性質** $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\angle A = \angle D$ ， $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$ ，則 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似呢？

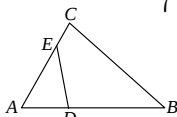
由於 $\angle A = \angle D$ ，可將 $\triangle ABC$ 疊合在 $\triangle DEF$ 上，使得 A 點落在 D 點上，則 B 、 C 兩點分別在 $\overline{DE}$ 、 $\overline{DF}$ 上。又 $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$ ，即 $\frac{\overline{DB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{DF}}$ ，所以 $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$ ，因此 $\angle 1 = \angle E$ 、 $\angle 2 = \angle F$ ，且 $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}}$ 。

$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 對應角相等、對應邊成比例，所以 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

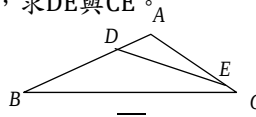
(3) 如圖， $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，直線 M 、 N 交於 A 點， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{AE} = 14$ ， $\overline{EG} = 7$ ， $\overline{FG} = 25.2$ ，求：① $\overline{DE} = ?$ ② $\overline{BC} = ?$



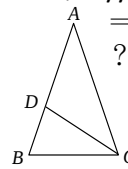
4. (1) 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，已知 $\angle ADE = \angle C$ ， $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{BD} = 10$ ， $\overline{AC} = 10$ ，則 $\overline{EC} = ?$



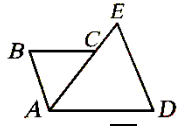
(2) 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，已知 $\angle AED = \angle B$ ， $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{BD} = 10$ ， $\overline{AE} = 7$ ， $\overline{BC} = 16$ ，求 $\overline{DE}$ 與 $\overline{CE}$ 。



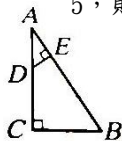
(3) 如左圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 25$ ， $\overline{CD} = \overline{BC} = 15$ ，求 $\overline{BD} = ?$



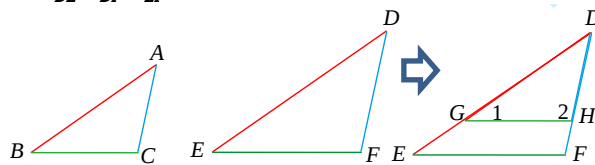
(4) 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CE}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ，若 $\overline{AB} = 18$ ， $\overline{BC} = 20$ ， $\overline{AC} = 22$ ， $\overline{AD} = 30$ ，則 $\overline{DE} = ?$ $\overline{CE} = ?$



(5) 如圖， $\triangle ABC$ 為直角 $\triangle$ ，其中 $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ，若 $\overline{AD} = a$ ， $\overline{AE} = b$ ， $\overline{DE} = 2$ ， $\overline{BC} = 3$ ，則 $\overline{BE} = ?$



6. **SSS 相似性質** $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中， $\overline{DE} > \overline{AB}$ ，若 $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}}$ ，則 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似？



在 $\overline{DE}$ 上取一點 G ，使得 $\overline{DG} = \overline{AB}$ ；

在 $\overline{DF}$ 上取一點 H ，使得 $\overline{DH} = \overline{AC}$ 。

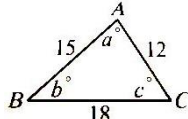
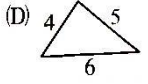
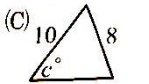
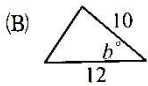
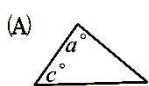
因為 $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$ ，所以 $\frac{\overline{DG}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{DH}}{\overline{DF}}$ ，因此 $\overline{GH} \parallel \overline{EF}$ 。

可得 $\angle 1 = \angle E$ ， $\angle 2 = \angle F$ ，

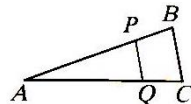
即 $\angle B = \angle E = \angle 1$ ， $\angle C = \angle F = \angle 2$ 。

$\therefore$ 對應角相等、對應邊成比例， $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

8. (1) 下列哪一個三角形與右圖的 $\triangle ABC$ 不一定相似？

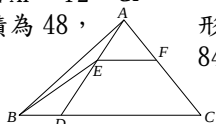


(2) 如下圖， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，請問下列哪一個條件無法確定 $\triangle APQ$ 與 $\triangle ABC$ 必相似？(A) $\angle AQP = \angle C = 80^\circ$ (B) $\frac{\overline{AP}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AQ}}{\overline{AC}} = \frac{6}{8}$ (C) $\frac{\overline{BP}}{\overline{AB}} = \frac{2}{3}$ ， $\frac{\overline{CQ}}{\overline{AC}} = \frac{2}{3}$ (D) $\overline{AQ} = 8$ ， $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{PQ} : \overline{BC} = 4 : 5$

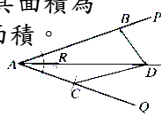


綜合演練

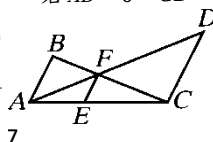
1. (1) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D 點，若 $\overline{AF} = 12$ ， $\overline{CF} = 18$ ， $\triangle BDE$ 的面積為 48，求 $\triangle ABD$ 的面積。



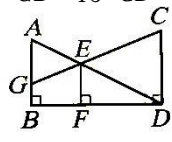
(2) 如圖， $\overline{AR}$ 是角平分線， $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{AC} = 5$ ，連接 $\overline{BD}$ 與 $\overline{CD}$ ，形成形 $ABDC$ 。其面積為 84，求 $\triangle ABD$ 的面積。



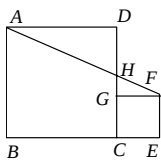
2. (1) 如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{CD}$ 。若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{CD} = 9$ ，則 $\overline{EF} = ?$



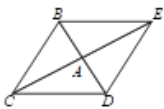
(2) 如圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{EF}$ 皆與 $\overline{BD}$ 互相垂直，若 $\overline{AB} = 40$ ， $\overline{GB} = 13$ ， $\overline{CD} = 45$ ，則 $\overline{EF} = ?$



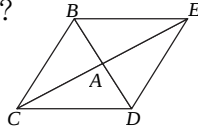
(3)如圖，兩個正方形 $ABCD$ 、 $GCEF$ 的面積分別為 16、1。則 $\overline{GH}$ = ?



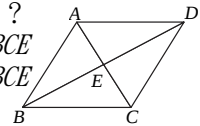
3. (1)下圖為一個四邊形 $BCDE$ ，其中 $\overline{CE}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 A 點，且 $\triangle ABC$ 與 $\triangle AED$ 的面積相等。以下哪一組三角形必相似？(A) $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ (B) $\triangle ACD$ 和 $\triangle AEB$ (C) $\triangle BCE$ 和 $\triangle DEC$ (D) $\triangle BCD$ 和 $\triangle DEB$



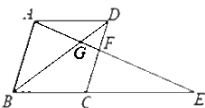
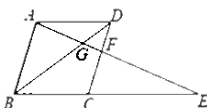
(2)承上題，若 $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BE}=6$ ， $\overline{CD}=5$ ，則 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ABE$ 的面積比為何？



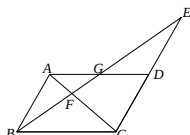
(3)下圖為一個四邊形 $ABCD$ ，且 $\triangle ABE$ 與 $\triangle CDE$ 的面積相等的面積相等。若 $\overline{AD}=11$ ， $\overline{BC}=10$ ，則下列何者正確？
(A) $\angle DAE < \angle BCE$
(B) $\angle DAE > \angle BCE$
(C) $\frac{\overline{BE}}{\overline{DE}} > \frac{\overline{DE}}{\overline{CE}}$
(D) $\frac{\overline{BE}}{\overline{DE}} < \frac{\overline{DE}}{\overline{CE}}$



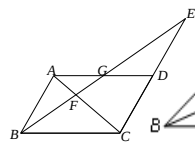
4. (1)如圖， $\square ABCD$ 中，下列哪一個選項中的兩個三角形不一定相似？(A) $\triangle AGD$ ， $\triangle EGB$ (B) $\triangle FDG$ ， $\triangle FCE$ (C) $\triangle AFD$ ， $\triangle EAB$ (D) $\triangle ABG$ ， $\triangle FDG$



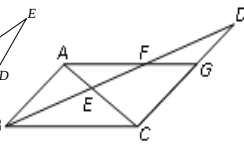
(2)承上題，若 $\overline{GF}=4$ ， $\overline{AG}=10$ ，① $\overline{AB}:\overline{DF}$ = ? ② $\overline{AD}:\overline{CE}$ = ? ③ $\overline{EF}$ = ?



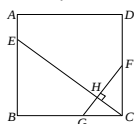
(3)如圖， $\square ABCD$ 中，①若 G 點為 $\overline{AD}$ 中點， $\overline{BE}=16$ ，則 $\overline{GE}$ = ? $\overline{GF}$ = ? ②若 $\overline{DG}=2$ ， $\overline{BC}=8$ ， $\overline{FG}=4$ ，求 $\overline{AF}:\overline{FC}$ = ? $\overline{BE}$ = ?



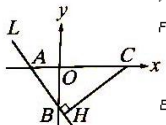
(4)如圖， $\square ABCG$ 中，若 $2\overline{CG}=3\overline{DG}$ ，求 $\overline{BE}:\overline{DF}$ 。



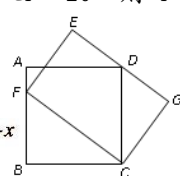
5. (1)如圖， $ABCD$ 是邊長為 16 的正方形， $\overline{BG}=10$ ，且 F 是 $\overline{CD}$ 的中點， $\overline{FG} \perp \overline{EC}$ ，則：① $\triangle EBC$ 與 $\triangle GCF$ 是否相似？②求 $\overline{AE}$ = ?



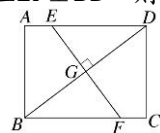
(2)如圖，在坐標平面上，直線 L 的方程式為 $4x+3y+24=0$ ，與兩軸分別交於 A 、 B 兩點， $C(14, 0)$ 在 x 軸上，若 $\overline{CH} \perp L$ 於 H 點，則 $\overline{CH}$ = ?



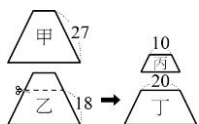
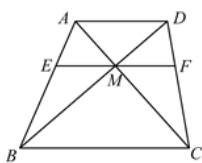
(3)如圖，正方形 $ABCD$ 的邊長為 16，四邊形 $EFCD$ 為長方形，且 $\overline{CF}=20$ ，則 $\overline{EF}$ = ?



(4)如圖， $ABCD$ 為長方形，若 $\overline{AB}=12$ ， $\overline{AD}=16$ ，且 $\overline{EF} \perp \overline{BD}$ ，則 $\overline{EF}$ = ?

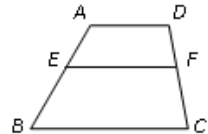


6. (1)如圖，梯形 $ABCD$ 中，過 M 點作 $\overline{EF} \parallel \overline{AD}$ ，若 $\overline{BC}=12$ ， $\overline{AD}=8$ ，則 $\overline{EF}$ = ?

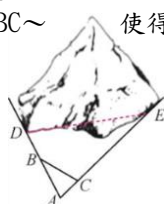


(2)如左圖，甲、乙為兩張全等的等腰梯形紙片，今將乙紙片沿虛線剪成丙、丁兩塊梯形紙片，根據圖中標示的邊長數據，判斷甲丙丁三個梯形的相似關係，下列何者正確？(A) 甲和丙相似，丙和丁相似 (B) 甲和丙相似，丙和丁不相似 (C) 甲和丙不相似，丙和丁相似 (D) 甲和丙不相似，丙和丁不相似

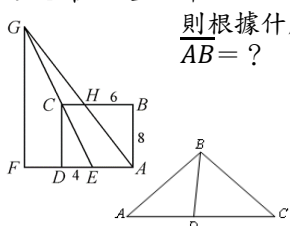
(3)如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB}=15$ ， $\overline{AE}=6$ ， $\overline{AD}=10$ ， $\overline{BC}=20$ ，則梯形 $AEFD$ 的面積：梯形 $ABCD$ 的面積為何？



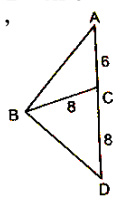
7. (1)某市修建高速公路，需要通過一座山，工務局決定從 E 、 D 兩點開挖一個涵洞，若已知 $\overline{AB}=27$ ， $\overline{BD}=23$ ， $\overline{AC}=15$ ， $\overline{CE}=75$ ，且測得 $\angle C=24^\circ$ 。①請說明 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ ②求 $\overline{DE}$ 的長



(2)如圖，在長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB}=8$ ， $\overline{BC}=9$ ， H 在 $\overline{BC}$ 上使得 $\overline{BH}=6$ ， E 在 $\overline{AD}$ 上使得 $\overline{DE}=4$ ， $\overline{EC}$ 與 $\overline{AH}$ 相交於 G ，且 F 在 $\overline{AD}$ 上使得 $\overline{GF} \perp \overline{AF}$ ，則 $\overline{GF}$ = ?

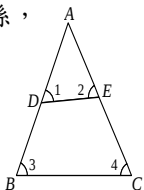


(3)①如圖左， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{AD}=4$ ， $\overline{CD}=5$ ， $\overline{BD}=4$ ，則 $\overline{BC}$ = ? ②如圖右， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC}=6$ ， $\overline{BC}=\overline{CD}=8$ ， $\angle ACB=2\angle ABC$ ，則根據什麼性質得 $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ ， $\overline{AB}$ = ?



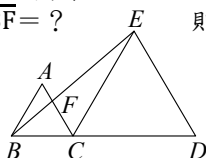
加強演練

1. (1)左圖為一 $\triangle ABC$ ，其中 D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AD}=31$ ， $\overline{DB}=29$ ， $\overline{AE}=30$ ， $\overline{EC}=32$ 。若 $\angle A=50^\circ$ ，則圖中 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 的大小關係，下列何者正確？

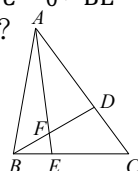


- (A) $\angle 1 > \angle 3$
(B) $\angle 2 = \angle 4$
(C) $\angle 1 > \angle 4$
(D) $\angle 2 = \angle 3$

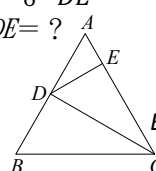
3. 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle ECD$ 皆為正三角形， B 、 C 、 D 三點共線，若 $\overline{AB}=2$ ， $\overline{CE}=4$ ，則 $\overline{BF}$ = ?



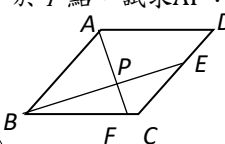
(2)如圖， D 、 E 分別為 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 上的點， $\overline{AE}$ 與 $\overline{BD}$ 交於一點 F 。若 $\overline{AC}=8$ ， $\overline{AD}=5$ ， $\overline{BC}=6$ ， $\overline{BE}=2$ ，則 $\overline{AE}:\overline{BD}$ = ?



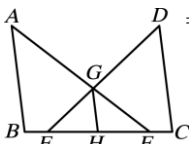
(3)如圖，正 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上的點，若 $\overline{AE}=4$ ， $\overline{AC}=16$ ， $\overline{BD}=8$ ， $\overline{DE}=4\sqrt{3}$ ，則：① $\angle CDE$ = ? ② $\overline{CD}$ = ?



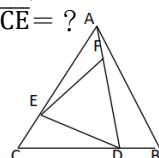
2. 如圖， $\square ABCD$ 中， $\overline{BF}:\overline{FC}=4:1$ ， $\overline{CE}:\overline{ED}=3:2$ ，且知 $\overline{AF}$ 、 $\overline{BE}$ 交於 P 點，試求 $\overline{AP}:\overline{PF}$ 。



4. 如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AB}=15$ ， $\overline{GH}=6$ ， $\overline{BC}=21$ ，則 $\overline{EF}$ = ?

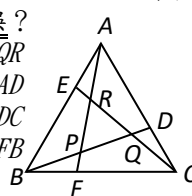


5. (1)如圖，正 $\triangle ABC$ ，且 $\triangle DEF$ 也是正三角形，如果 $\overline{AF}:\overline{DF}=1:2$ ，則 $\overline{AE}:\overline{CE}$ = ?



(2)如圖，正 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{BF}:\overline{CF}=\overline{CD}:\overline{AD}=1:2$ ，則下列敘述何者錯誤？

- (A) $\triangle ABC \sim \triangle PQR$
(B) $\triangle BCE \sim \triangle PAD$
(C) $\triangle AER \sim \triangle BDC$
(D) $\triangle ARC \sim \triangle PFB$



九、相似三角形的比例關係

1. 若四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $PQRS$, $\overline{AB} = \frac{3}{2}\overline{PQ}$, 且四邊形 $PQRS \sim$ 四邊形 $EFGH$,

$\overline{GH} = \frac{4}{3}\overline{RS}$, 則下列敘述何者正確? (A) $\overline{AB} = \frac{8}{9}\overline{EF}$ (B) $\overline{EF} = \frac{8}{9}\overline{AB}$

(C) $\overline{EF} = \frac{1}{4}\overline{AB}$ (D) $\overline{AB} = \frac{1}{4}\overline{EF}$

2. 如右圖, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點, $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$ 於 D' 點, (2) $\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, $\therefore \overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$

說明(1) $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$.

(2) 說明 $\triangle ABC$ 面積 : $\triangle A'B'C'$ 面積 = $\overline{BC}^2 : \overline{B'C'}^2$.

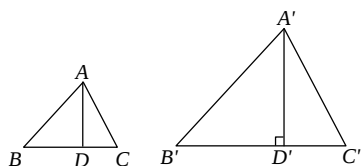
(1) $\angle B = \angle B'$ ($\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$)

$\angle ADB = \angle A'D'B' = 90^\circ$ ($\therefore \overline{AD} \perp \overline{BC}$ 且 $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$),

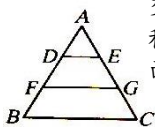
$\therefore \triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$ (AA 相似性質), 故 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$.

結論: 兩個相似三角形, 有下列關係: (1) 對應高的比 = 對應邊長的比; (2) 面積的比 = 對應邊長的平方比。

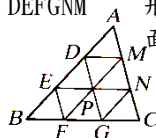
3. (1) 如右圖, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點, $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$ 於 D' 點, ① 若 $\overline{BC} = 8$, $\overline{B'C'} = 12$, $\overline{A'D'} = 9$, 求 $\overline{AD} = ?$ ② 若 $\overline{AB} = 2$, $\overline{A'B'} = 4$, 則 $\triangle ABC$ 面積 : $\triangle A'B'C'$ 面積 = ? ③ 若 $\overline{BC} = 3$, $\overline{B'C'} = 5$, $\overline{A'D'} = 4$, 則 $\triangle ABC$ 的面積為何 = ?



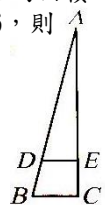
(3) 如圖, $\triangle ABC$ 中, D 、 F 為 $\overline{AB}$ 上的等分點, E 、 G 為 $\overline{AC}$ 上的等分點, 若 $\triangle ADE$ 面積為 6, 則四邊形 $FBCG$ 的面積為何?



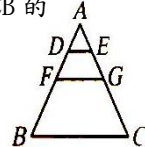
(4) 如圖, $\triangle ABC$ 中, D 、 E 三等分 $\overline{AB}$, F 、 G 三等分 $\overline{BC}$, M 、 N 三等分 $\overline{AC}$, 已知 $\overline{DG}$ 、 $\overline{EN}$ 、 $\overline{FM}$ 交於 P 點, 若四邊形 $BEPF$ 面積為 14, 則六邊形 $DEFGNM$ 面積為何?



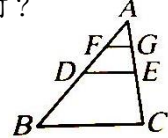
(2) 如圖, $\triangle ABC$ 中, D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, ① 若 $\overline{AD} = 3$, $\overline{BD} = 4$, $\triangle ADE$ 的面積為 9, 則 $\triangle ABC$ 的面積為何? ② 若 $\overline{AE} = 5$, $\overline{EC} = 2$, $\triangle ADE$ 的面積為 25, 則四邊形 $DBCE$ 的面積為何? ③ 若 $\overline{DE} = 4$, $\overline{BC} = 5$, 四邊形 $BCED$ 的面積為 18, 則 $\triangle ADE$ 的面積 = ? ④ 若 $\triangle ADE$ 的面積為 9, $\triangle ABC$ 的面積為 16, $\overline{DE} = 6$, 則 $\overline{BC} = ?$



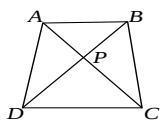
(5) 如圖, $\triangle ABC$ 中, D 、 F 兩點在 $\overline{AB}$ 上, E 、 G 兩點在 $\overline{AC}$ 上, 若 $\overline{DE} \parallel \overline{FG} \parallel \overline{BC}$, 且 $\overline{AD} : \overline{DF} : \overline{BF} = 1 : 1 : 2$, 則 $\triangle ADE$: 梯形 $DEGF$: 梯形 $FGCB$ 的面積比 = ?



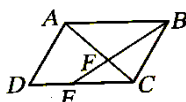
(6) 如圖, $\triangle ABC$ 中, D 、 E 兩點分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 中點, F 、 G 兩點分別為 $\overline{AD}$ 、 $\overline{AE}$ 中點. 若四邊形 $DEGF$ 的面積為 12 平方單位, 則四邊形 $BCED$ 的面積為何?



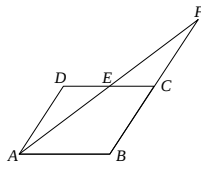
(7) 如圖, 四邊形 $ABCD$ 為梯形, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, 若對角線 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 交於 P 點, 若 $\overline{AB} = 2$, $\overline{CD} = 3$, 且 $\triangle ABP$ 的面積為 4, 求 ① $\triangle CDP$ 面積. ② 梯形 $ABCD$ 面積。



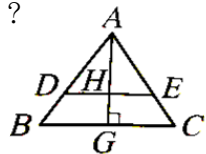
(8) 如圖, $\square ABCD$ 中, $\overline{DE} : \overline{CE} = 2 : 3$, 則 ① 說明 $\triangle ABF \sim \triangle CEF$. ② $\triangle ABF$ 面積與 $\triangle CEF$ 的面積比 = ? ③ $\triangle BCF$ 面積與 $\triangle CEF$ 的面積比 = ?



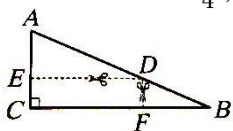
(9) 如右圖, $\square ABCD$ 中, E 為 $\overline{CD}$ 上, $\overline{DE} : \overline{CD} = 3 : 5$, 若 $\triangle ADE$ 的面積為 27, 求 $\triangle ABF$ 的面積為何?



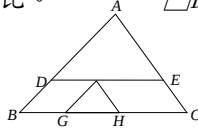
(10) 如圖, $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, 已知 $\overline{AG} \perp \overline{BC}$ 於 G 點, 且與 $\overline{DE}$ 交於 H 點, 若 $\overline{DE} = 6$, $\overline{BC} = 9$, 且 $\overline{GH} = 2$, 則 $\triangle ABC$ 面積為何?



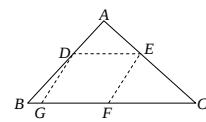
(11) 如圖, 直角 $\triangle ABC$ 中, $\overline{AC} = 50$, $\overline{BC} = 120$, 智恆由 D 點剪出 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, 及剪出 $\overline{DF} \parallel \overline{AC}$, 其中 $\overline{DE} : \overline{DF} = 4 : 1$, 請問剛剪下的矩形 $CEDF$ 的面積為何?



(12) 如圖, $\triangle ABC$ 、 $\triangle FGH$ 中, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\overline{FG} \parallel \overline{AB}$, $\overline{FH} \parallel \overline{AC}$. ① 若 $\overline{BG} : \overline{GH} : \overline{HC} = 4 : 2 : 6$, 則 $\triangle FGH$ 面積 : $\triangle ADE$ 面積 : $\triangle ABC$ 面積 = ? ② 若 $\overline{BG} : \overline{GH} : \overline{HC} = 3 : 5 : 4$, 求 $\triangle ADE$ 與 $\triangle FGH$ 的面積比。

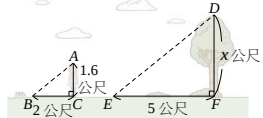


(13) 如圖, 將一張大 $\triangle$ 色紙, 沿著虛線剪成三張小 $\triangle$ 與一張 $\square$ 紙片. ① 已知 $\overline{DE} = 2$, $\overline{BC} = 5$, $\square DEFG$ 面積為 6, 求 $\triangle ABC$ 面積 = ? ② 已知 $\overline{DE} = 8$, $\overline{BC} = 14$, 大 $\triangle$ 面積為 49, 求 $\square DEFG$ 的面積。

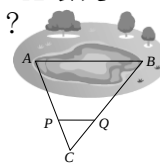


十、簡易測量

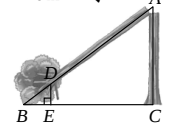
1. 蘇婷的身高 160 公分, 如果在下午測得她被太陽照出的影長是 200 公分, 同時身旁一棵樹的影長是 5 公尺, 那麼這棵樹的高度為多少公尺?



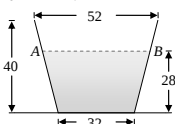
2. 如圖, 湖邊有 A 、 B 兩點, 若想測得湖寬 $\overline{AB}$, 先在湖邊的空地找另一點 C , 又分別在 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 上取 P 、 Q 兩點, 已知 $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$, $\overline{BC} = 30$ 公尺, $\overline{CQ} = 12$ 公尺, 且 $\overline{PQ} = 8$ 公尺, 則湖寬 $\overline{AB} = ?$



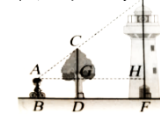
3. 如圖, 樹被強風吹斷, 而折斷的樹恰與地面形成一個直角三角形, 若在三角形立了一根木棍 $\overline{DE}$, A 、 D 、 B 成一直線, 已知 $\overline{DE} = 1.25\text{m}$, $\overline{BE} = 3\text{m}$, $\overline{CE} = 9\text{m}$, 求原來的樹高 = ?



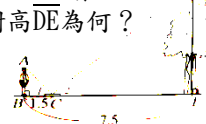
4. 如圖, 有一個水桶, 其剖面為等腰梯形, 下底為 32 公分, 上底為 52 公分, 水桶高為 40 公分, 若威利在水桶內裝了 28 公分高的水, 此時水面的寬 $\overline{AB}$ 為多少公分?



5. 如圖, 柏睿某日騎車看見前方 14m 處有一座高塔 $\overline{EF}$, 柏睿和高塔之間有一棵樹 $\overline{CD}$, 若 A 、 C 、 E 三點共線. 若 $\overline{AB} = 1.8\text{m}$, $\overline{CD} = 5.8\text{m}$, $\overline{BD} : \overline{DF} = 2 : 5$, 則塔高 $\overline{EF}$ 為何?



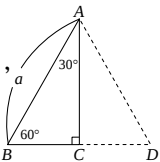
6. 如圖, 泉鎗在 C 點處放了一面鏡子, 透過鏡子的反射 (即 $\angle 1 = \angle 2$), 他正好可以看見樹梢 D 點. 已知泉鎗與鏡子、大樹的距離分別為 1.5m 和 7.5m, 若眼睛離地面的高度 $\overline{AB} = 160\text{cm}$, 求樹高 $\overline{DE}$ 為何?



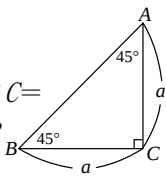
十一、三角比

1. 特殊直角三角形的邊長比

(1) 若正三角形 ABD 的邊長為 a , $\overline{AC}$ 為 $\overline{BD}$ 邊上的高, $\triangle ABC$ 三邊長的比為 $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = \frac{1}{2}a : \frac{\sqrt{3}}{2}a : a = 1 : \sqrt{3} : 2$



(2) 若等腰直角三角形 ABC 中, $\angle A = \angle B = 45^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{BC} = a$, $\triangle ABC$ 三邊長的比為 $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = a : a : \sqrt{2}a = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 。

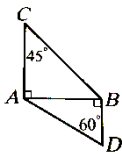


(1) 直角三角形 ABC 中, $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, 若 $\overline{AB} = 2$, 求① $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 的長? ② $\triangle ABC$ 的面積?

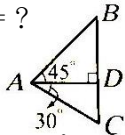
(2) $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, 若 $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{25\sqrt{3}}{2}$, 則 $\overline{AB} = ?$

(3) ① 一直角 $\triangle ABC$ 中, 若 $\overline{AB} = \sqrt{2}$, $\overline{AC} = \overline{BC} = 1$, 則 $\angle A$ 的度數為何? ② $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $\overline{BC} = 9$, 則 $\overline{AB} = ?$ 、 $\overline{AC} = ?$

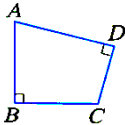
3. (1) 如圖, $\angle CAB = \angle ABD = 90^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $\angle D = 60^\circ$, 若 $\overline{AC} = 2\sqrt{2}$, 求① $\overline{BC} = ?$ ② $\overline{AD} = ?$



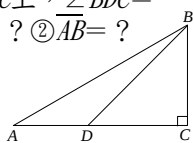
(2) 如圖, $\triangle ABC$ 中, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點, 其中 $\angle BAD = 45^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$, 若 $\overline{AC} = 8$, 則① $\overline{AD} = ?$ ② $\overline{CD} = ?$ ③ $\overline{AB} = ?$ ④ $\overline{BC} = ?$



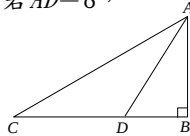
4. 如圖, 四邊形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, $\angle BAD = 75^\circ$, 若 $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$, 則四邊形 $ABCD$ 的面積為何?



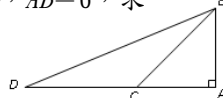
5. (1) 如圖, $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, 且 D 在 $\overline{AC}$ 上, $\angle BDC = 45^\circ$, 若 $\overline{AD} = 2$, 求: ① $\overline{BC} = ?$ ② $\overline{AB} = ?$ ③ $\triangle ABD$ 的面積。



(2) 如圖, $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle ADB = 60^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, 若 $\overline{AD} = 8$, 求: ① $\overline{CD} = ?$ ② $\overline{AC} = ?$

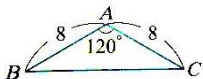


(3) 如圖, C 在 $\overline{AD}$ 上, $\angle A = 90^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$, 且 $\angle ACB = 2\angle D$, $\overline{AB} = 6$, 求 $\frac{\angle BDA \text{ 對邊長}}{\angle BDA \text{ 鄰邊長}} = ?$

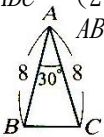


6. 等腰 $\triangle ABC$ 的腰長為 8, 則:

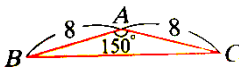
(1) 若其頂角為 120° , 則 $\triangle ABC$ 面積為何?



(2) 若其頂角為 30° , 則 $\triangle ABC$ 面積為何?

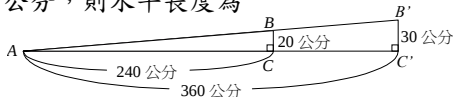


(3) 若其頂角為 150° , 則 $\triangle ABC$ 面積為何?



(4) 若其頂角為 135° , 則 $\triangle ABC$ 面積為何?

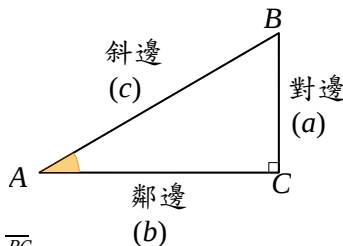
7. 無障礙坡道的設計, 必須符合「坡道之坡度不得大於 $\frac{1}{12}$ 」的規定, 意思是「每前進 12 公尺的水平距離, 上升高度不能大於 1 公尺」。(坡度 = $\frac{\text{高度差}}{\text{水平長度}}$) 當高度差為 20 公分, 則水平長度為 240 公分; 當高度差為 30 公分, 則水平長度為 360 公分; 以此類推。



$$\frac{\angle A \text{ 對邊長}}{\text{斜邊長}} = \frac{a}{c} = \sin \angle A$$

$$\frac{\angle A \text{ 鄰邊長}}{\text{斜邊長}} = \frac{b}{c} = \cos \angle A$$

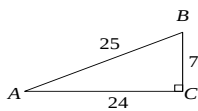
$$\frac{\angle A \text{ 對邊長}}{\angle A \text{ 鄰邊長}} = \frac{a}{b} = \tan \angle A$$



坡道的坡度 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ 也可以寫成 $\tan A$

這三個比值, 皆稱為 $\angle A$ 的三角比。當 $\angle A$ 的度數固定不變時, $\angle A$ 的三角比也是不變的。

8. (1) 如右圖, 在直角 $\triangle ABC$ 中, 求下列各三角比



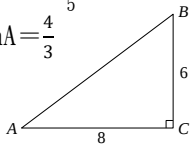
① $\frac{\angle B \text{ 對邊長}}{\text{斜邊長}} = ?$

② $\frac{\angle A \text{ 鄰邊長}}{\text{斜邊長}} = ?$

③ $\frac{\angle A \text{ 對邊長}}{\angle A \text{ 鄰邊長}} = ?$

(2) 如圖, $\triangle ABC$ 為直角三角形, 其中 $\angle C = 90^\circ$, 若 $\overline{AC} = 8$, $\overline{BC} = 6$, 則下列何者錯誤? (A) $\overline{AB} = 10$ (B) $\sin A = \frac{3}{5}$

(C) $\cos A = \frac{4}{5}$ (D) $\tan A = \frac{4}{3}$

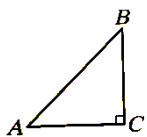


(3) 直角三角形 ABC 中, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, 則下列敘述何者正確?

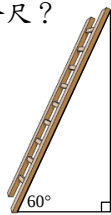
(A) $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 1$ (B) $\overline{BC} : \overline{AC} = \sqrt{3} : 1$

(C) $\tan A = \sqrt{3}$ (D) $\sin B = \frac{1}{2}$

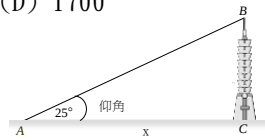
9. (1) 如圖, $\triangle ABC$ 為直角三角形, 其中 $\angle C = 90^\circ$, 若 $\overline{AB} = 10$, $\frac{\angle A \text{ 對邊長}}{\text{斜邊長}} = \frac{3}{5}$, 則 $\overline{BC} = ?$



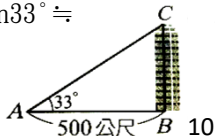
(2) 如圖, 一座木梯長度為 10 公尺, 靠著牆面置放與地面接合角度為 60° , 則此木梯底部離牆面有多少公尺?



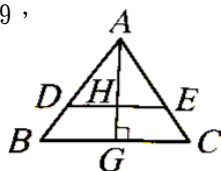
(3) 如圖, 已知台北 101 大樓高度約 508 公尺, 若翰翰在距離此大樓 x 公尺的 A 處, 測得樓頂的仰角 $\angle BAC$ 為 25° , 則 x 值最靠近下列何數? ($\tan 25^\circ \approx 0.466$) (A) 1100 (B) 1300 (C) 1500 (D) 1700



(4) 如右圖, 美瑜想測量當地大樓 $\overline{BC}$ 的高度, 他站在距離大樓 500 公尺的 A 點測得樓頂 C 點的仰角 $\angle CAB = 33^\circ$, 則此大樓的高度為多少公尺? (四捨五入取到整數位) ($\sin 33^\circ \approx 0.5446$, $\cos 33^\circ \approx 0.8387$, $\tan 33^\circ \approx 0.6494$)

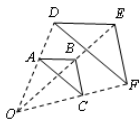


(5) 如圖, $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, 已知 $\overline{AG} \perp \overline{BC}$ 於 G 點, 且與 $\overline{DE}$ 交於 H 點, 若 $\overline{DE} = 6$, $\overline{BC} = 9$, 且 $\overline{GH} = 2$, 則 $\triangle ABC$ 面積為何?

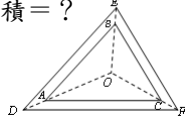


綜合演練

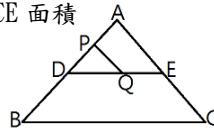
1. (1) 如圖，以 O 點為縮放中心， $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OE} = \frac{OC}{OF} = \frac{3}{5}$ ，且 $\triangle ABC$ 的面積為 18，則 $\triangle DEF$ 的面積為何？



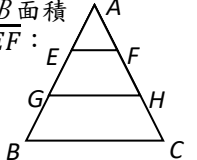
(2) 如圖， $\overline{OA} = 3\overline{AD}$ ， $\overline{OB} = 3\overline{BE}$ ， $\overline{OC} = 3\overline{CF}$ ，則 $\triangle ABC$ 面積： $\triangle DEF$ 面積 = ？



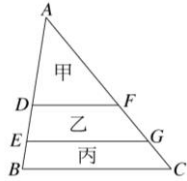
2. (1) 如右圖， D 、 E 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點， P 、 Q 分別為 $\overline{AD}$ 、 $\overline{DE}$ 的中點，若 $\triangle PDQ$ 面積 = 3，則四邊形 $DBCE$ 面積為何？



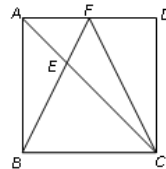
(2) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{EF} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\triangle AEF$ 面積：梯形 $EFHG$ 面積：梯形 $GHCB$ 面積 = 1：3：5，則 EF ： GH ： BC = ？



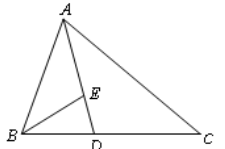
(3) 如圖，已知 $\overline{DF} \parallel \overline{EG} \parallel \overline{BC}$ ，若甲、乙、丙三部分的面積均相同，則 AD ： DE ： EB = ？



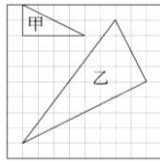
3. (1) 如圖，正方形 $ABCD$ 的面積為 16， $\triangle BCF$ 為等腰三角形， F 點在 $\overline{AD}$ 上， $\overline{BF}$ 與對角線 $\overline{AC}$ 相交於 E 點，求 $\triangle CEF$ 面積。



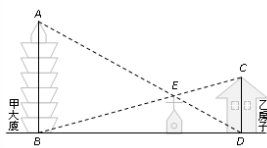
(2) 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AD}$ 上，且 $\overline{AD}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線，若 $\angle ABE = \angle C$ ， $\overline{AE} : \overline{DE} = 2 : 1$ ，求 $\triangle ABC$ 面積： $\triangle BDE$ 面積。



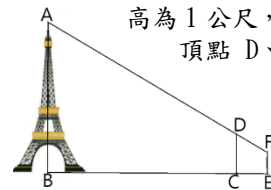
4. (1) 如圖，在方格紙上有兩個相似三角形甲、乙，則其周長比 = ？面積比 = ？



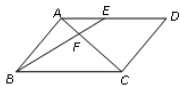
(2) 如圖，已知教堂 E 點高 6 公尺，乙房子高 9 公尺，則甲大廈高幾公尺？



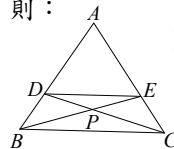
(3) 如圖有一高塔，塔底中心點為 B ，距 B 點 300 公尺處設立一根木棒 $\overline{CD}$ ，高為 2 公尺，再往前 1.5 公尺處設立另一根木棒 $\overline{EF}$ ，高為 1 公尺，此時塔頂 A 點與兩根木棒頂點 D 、 F 共線，則塔高 $\overline{AB}$ 為何？



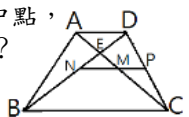
5. (1) 如圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形， $\overline{AC}$ 與 $\overline{BE}$ 交於 F 點，若 $\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 3$ ， $\triangle ABF$ 的面積為 20，則四邊形 $EFCD$ 的面積為何？



(2) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{DC}$ 和 $\overline{BE}$ 相交於 P 點， $\overline{DE} : \overline{BC} = 2 : 3$ ，則：
① 若 $\overline{BP} = 9$ ， $\overline{EP} = ?$
② 若 $\triangle DEP$ 面積 = 4， $\triangle ADE$ 面積 = ？



(3) 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為等腰梯形， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{BC} = 9$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 E 點， M 、 N 、 P 分別為 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 、 $\overline{CD}$ 中點，則 $\overline{NM} = ?$ 又 $\triangle EMN$ 面積 = ？

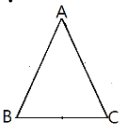


6. (1) $\triangle ABC$ 中，三內角 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ，則 $\sin A = ?$

(2) $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \angle B$ ， $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$ ，則 $\sin A = ?$

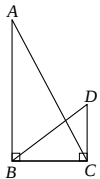
(3) $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \angle B$ ，且 $\angle A + \angle B = \angle C$ ，則 $\tan A = ?$

(4) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ，則 $\sin B = ?$

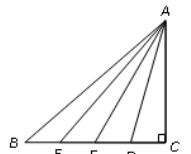


7. (1) 在直角 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，則 $\cos B = ?$

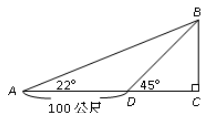
(2) 如圖， $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$ ，已知 $\cos A = \frac{15}{17}$ ， $\sin D = \frac{4}{5}$ ，則 $\frac{\overline{DC}}{\overline{AB}} = ?$



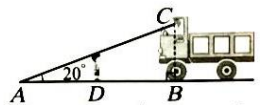
(3) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， D 、 E 、 F 分別在 $\overline{BC}$ 上，若 $a = \frac{\angle DAC \text{ 鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$ ， $b = \frac{\angle EAC \text{ 鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$ ， $c = \frac{\angle FAC \text{ 鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$ ，則 a ， b ， c 的大小關係為何？



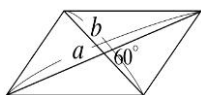
(4) 如圖，阿成在 A 點測得某大樓 ($\overline{BC}$) 的仰角是 22° ，往大樓直走 100 公尺，到達 D 點，測得大樓的仰角是 45° ，則此大樓的高度是多少公尺？(四捨五入至整數位) ($\sin 22^\circ \approx 0.3746$ ， $\cos 22^\circ \approx 0.9271$ ， $\tan 22^\circ \approx 0.4040$)



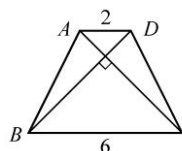
(5) 如圖，大貨車的駕駛眼睛位於 B 點上方約 2 公尺處 C 點，其視線與地面的夾角為 $\angle CAB = 20^\circ$ ，形成一個 $\triangle ABC$ ，其中 $\angle B = 90^\circ$ 。若有一個小孩身高 100 公分站在貨車前方 D 點處，則在 $\overline{BD}$ 的距離內為司機視線死角，求 $\overline{BD}$ 為多少公尺？(四捨五入取到小數點後第二位) ($\sin 20^\circ \approx 0.3420$ ， $\cos 20^\circ \approx 0.9397$ ， $\tan 20^\circ \approx 0.3640$)



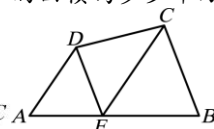
8. (1) 有一個 $\square$ 的兩條對角線分別為 a 公分與 b 公分，夾角為 60° ，則其面積為何？



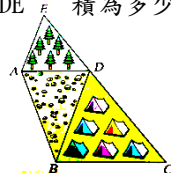
(2) 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = 2$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ，則梯形 $ABCD$ 的面積 = ？



9. (1) 如圖， $\overline{AE} : \overline{BE} = 2 : 3$ ， $\overline{AD} \parallel \overline{CE}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ，若 $\triangle ADE$ 的面積為 16，則四邊形 $BCDE$ 的面積為多少平方單位？



(2) 若 $\triangle AED$ 的面積為 9，若 $\triangle BCD$ 的面積為 16，則 $\triangle ABD$ 的面積為多少平方單位？



如圖， $\square ABCD$ 中，若 $\overline{EF}=4$ 公分， $\overline{FG}=5$ 公分，則 $\overline{EB}=?$

