

根據因數、倍數的意義，我們可以來討論 1 和 0 這兩個數的因數與倍數：

- ① 因為任何整數 a 除以 1 的結果都是 a (即 $a \div 1 = a$)，所以任何整數都是 1 的倍數，1 是任何整數的因數。
- ② 因為 0 不可以當作除數，所以 0 不是任何整數的因數。
- ③ 因為 $0 \div a = 0 (a \neq 0)$ ，所以 0 是任何非零整數的倍數。

在國中階段，若沒有特別說明，因數都是指正因數；而倍數指的是正倍數。



在學習前哨站，已複習曾學過的 2、5 倍數判別法，接下來我們將學習 4、3、9、11 的倍數判別法。



▶ 4 的倍數判別法

要判別一個數是不是 4 的倍數，除了直接用除法判別外，還有更簡便的方法。

例如：判別 7528 是不是 4 的倍數時，

因為 $100 = 25 \times 4$ ，所以 100 的倍數都是 4 的倍數，

而 $7528 = 75 \times 100 + 28$ ， 75×100 必為 4 的倍數，末兩位數 28 是 4 的倍數，所以 7528 是 4 的倍數。





4 的倍數判別法

如果一個整數的末兩位數是 4 的倍數，則這個整數是 4 的倍數。



例 1 判別 4 的倍數

判別下列各數是否為 4 的倍數。

(1) 536

解 (1) 因為 536 的末兩位數 36 是 4 的倍數，
所以 536 是 4 的倍數。

#

例 1 判別 4 的倍數

判別下列各數是否為 4 的倍數。

(2) 2370

解 (2) 因為 2370 的末兩位數 70 不是 4 的倍數，
所以 2370 不是 4 的倍數。

#



隨堂練習

有一個四位數 $23\square 4$ ，如果此數是 4 的倍數，則 \square 可以填入哪些數字？

四位數 $23\square 4$ 的末二位數中，

04、24、44、64、84 為 4 的倍數，

所以可填 0、2、4、6、8。

#

解



 **Thinking**

7528 是不是 8 的倍數呢？除了直接利用除法之外，還有沒有更簡便的方法呢？

(提示： $1000 = 125 \times 8$)

解

是，判別該數的末三位數是否為 8 的倍數即可。

解

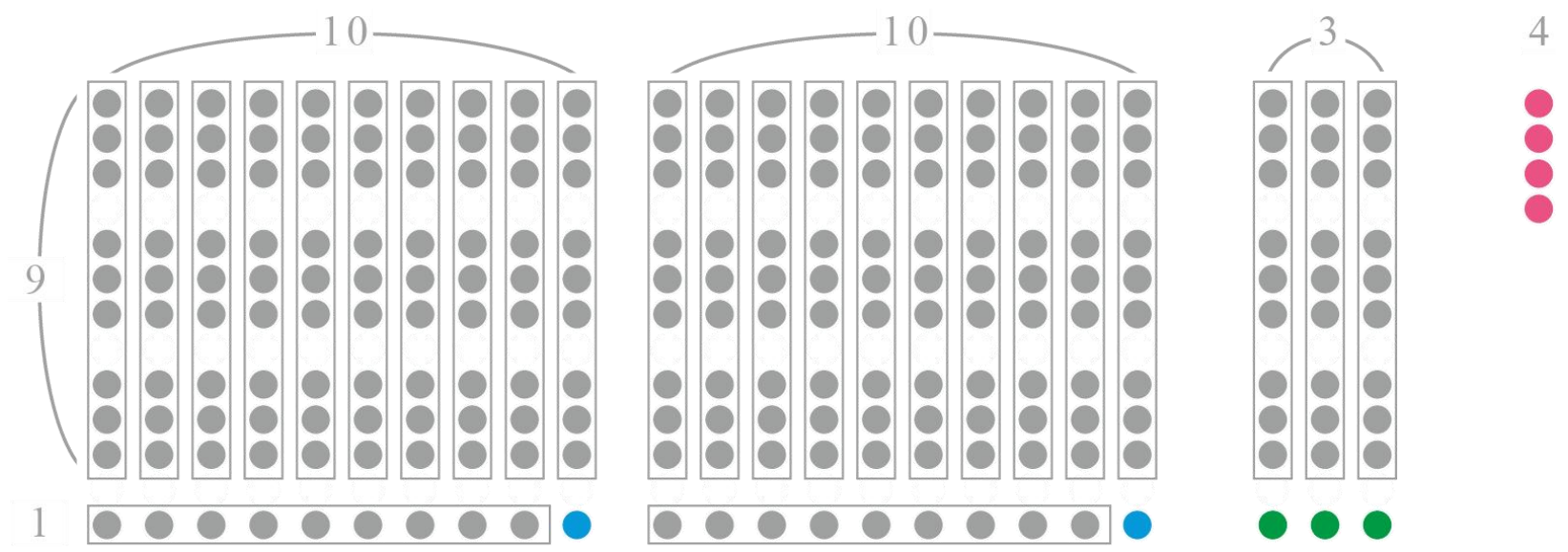


▶ 3、9 的倍數判別法

要判別 234 是不是 3 的倍數或 9 的倍數，
可以先將 234 寫成 $200 + 30 + 4$ ，再透過下圖
來學習它們的判別法。



$$234 = \boxed{200} + \boxed{30} + \boxed{4}$$



觀察上圖可得，

$$234 = 2 \times 100 + 3 \times 10 + 4$$

$$= 2 \times (99 + 1) + 3 \times (9 + 1) + 4$$

$$= 2 \times 99 + 2 + 3 \times 9 + 3 + 4$$

$$= (2 \times 99 + 3 \times 9) + (2 + 3 + 4)$$

9 的倍數，也是 3 的倍數

?



所以要判別 234 是否為 9 的倍數，只要看「 $2+3+4$ 的和」是否為 9 的倍數。同樣地，要判別 234 是否為 3 的倍數，只要看「 $2+3+4$ 的和」是否為 3 的倍數。因為 $2+3+4=9$ ，所以 234 是 9 的倍數，也是 3 的倍數。





3、9 的倍數判別法

如果一個整數的各位數字和是 3 的倍數，則這個整數是 3 的倍數；

如果一個整數的各位數字和是 9 的倍數，則這個整數是 9 的倍數。



例 2 判別 3、9 的倍數

判別 6108 是否為 3 的倍數？是否為 9 的倍數？

解 6108 的各位數字和為 $6 + 1 + 0 + 8 = 15$ ，

$$15 \div 3 = 5 ; 15 \div 9 = 1 \dots\dots 6$$

所以 6108 是 3 的倍數，不是 9 的倍數。

#

解





隨堂練習

1. 有一個四位數 $149\square$ 是 3 的倍數，則 \square 可填入哪些數字？

1、4、7。

#



隨堂練習

2. 有一個四位數 $149\square$ 是 9 的倍數，則 \square 可填入哪些數字？

4。

#



Thinking

如果一個整數是 3 的倍數，則這個整數一定是 9 的倍數嗎？

解 不一定。

例如：12、15、21 …… 是 3 的倍數，但不是 9 的倍數。

#

▶ 11 的倍數判別法

要判別 42537 是不是 11 的倍數，可以將 42537 寫成

42537

$$= 4 \times 10000 + 2 \times 1000 + 5 \times 100 + 3 \times 10 + 7$$

$$= 4 \times (9999 + 1) + 2 \times (1001 - 1) + 5 \times (99 + 1) + 3 \times (11 - 1) + 7$$

$$= 4 \times 9999 + 4 + 2 \times 1001 - 2 + 5 \times 99 + 5 + 3 \times 11 - 3 + 7$$

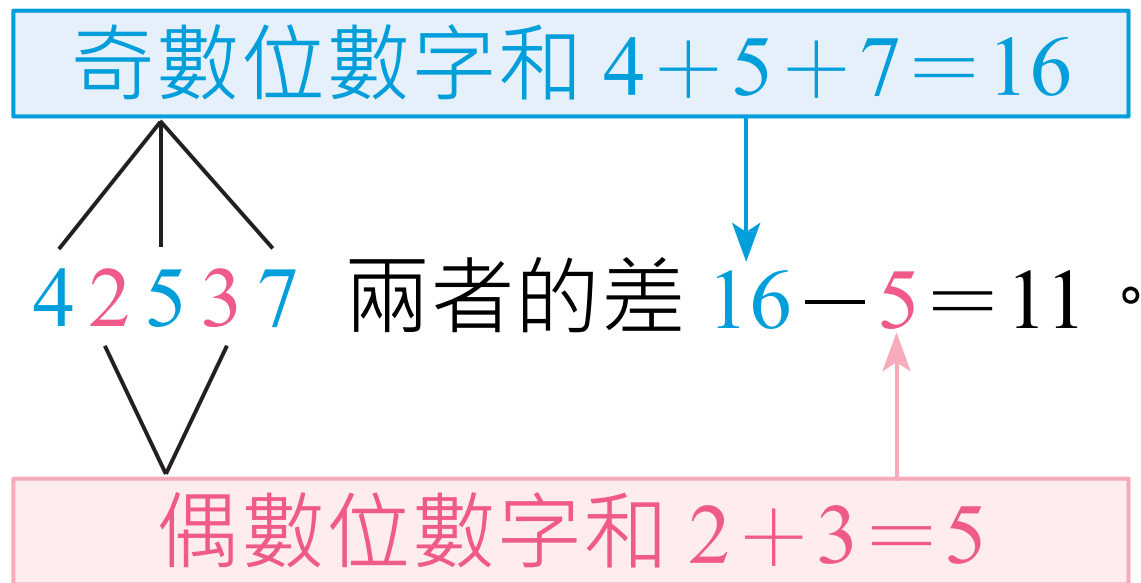
$$= \underbrace{(4 \times 9999 + 2 \times 1001 + 5 \times 99 + 3 \times 11)}_{11 \text{ 的倍數}} + \underbrace{(4 + 5 + 7)}_{\text{奇數位數字和}} - \underbrace{(2 + 3)}_{\text{偶數位數字和}}$$

(9999、1001、99、11 都是 11 的倍數)

偶數位數字和



所以 42537 除以 11 的餘數與
(4 + 5 + 7) - (2 + 3) 除以 11 的餘數相同。
因為 (4 + 5 + 7) - (2 + 3) = 11，所以 42537 是
11 的倍數。





11 的倍數判別法

如果一個整數的「奇數位數字和」與「偶數位數字和」的差是 11 的倍數或 0，則這個整數是 11 的倍數。



例 3 判別 11 的倍數

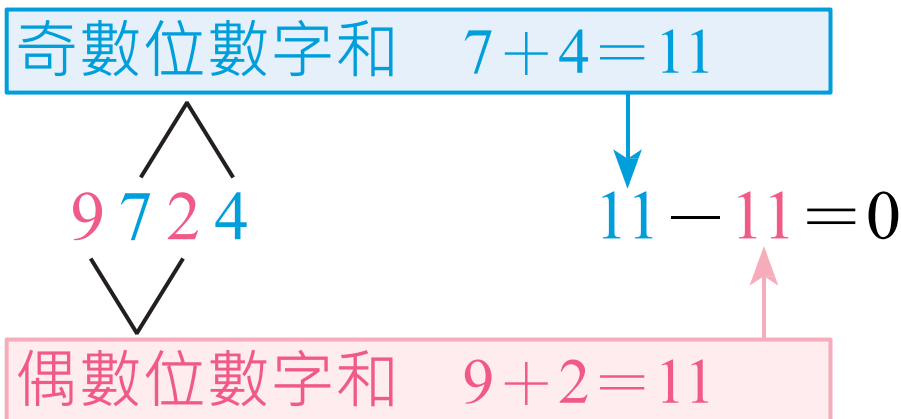
判別下列各數是否為 11 的倍數。

(1) 9724

解 (1) 9724 的奇數位數字和為 $7 + 4 = 11$ ，
偶數位數字和為 $9 + 2 = 11$ 。

$$11 - 11 = 0，$$

所以 9724 是 11 的倍數。



#



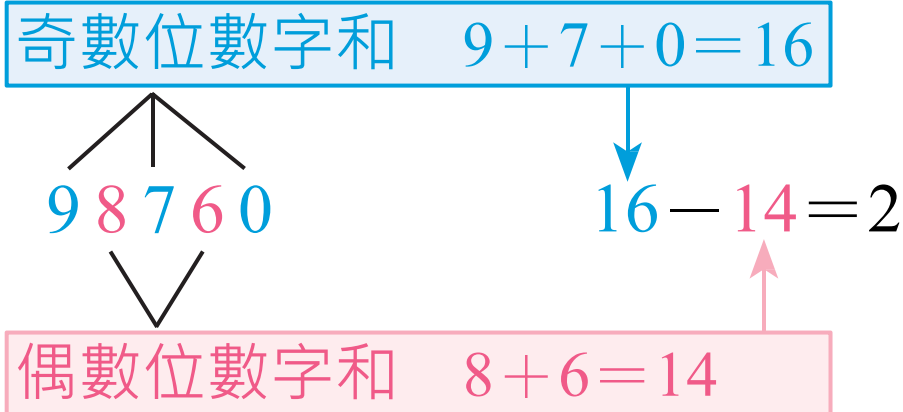
例 3 判別 11 的倍數

判別下列各數是否為 11 的倍數。

(2) 98760

解 (2) 98760 的奇數位數字和為 $9 + 7 + 0 = 16$ ，
偶數位數字和為 $8 + 6 = 14$ 。

$16 - 14 = 2$ (不是 11 的倍數或 0)，
所以 98760 不是 11 的倍數。



解





隨堂練習

1. 判別 2345、123321 是否為 11 的倍數。

2345 的奇數位數字和是 $3 + 5 = 8$ ，

偶數位數字和是 $2 + 4 = 6$ 。

$8 - 6 = 2$ (不是 11 的倍數或 0)，

所以 2345 不是 11 的倍數。

123321 的奇數位數字和是 $2 + 3 + 1 = 6$ ，

偶數位數字和是 $1 + 3 + 2 = 6$ 。

$6 - 6 = 0$ ，

所以 123321 是 11 的倍數。

#

解





隨堂練習

2. 有一個四位數 $7\square 36$ ，如果此數是 11 的倍數，則 $\square = ?$

奇數位數字和： $\square + 6$ ，

偶數位數字和： $7 + 3 = 10$ ，

$$\square + 6 - 10 = \square - 4，$$

則 $\square - 4$ 要是 11 的倍數或 0，

所以 $\square = 4$ 。

#

解

