P51

第 2 章　二次方根與畢氏定理

- 7 上 1-4
  指數記法
- 7 上 2-1
  標準分解式
- 國小 5 年級
  對小數取概數

2-1 二次方根的意義

1. 根號
2. $\sqrt{a^2}$ 的值
3. $\sqrt{a}$ 的近似值
4. 平方根的意義

- 高中 1 年級
  式的運算
- 8 上
  3-1 提供因式與乘法公式作因式分解
  4-1 因式分解法解一元二次方程式
  4-2 配方法與公式解

2-2 根式的運算

- 7 上 1-3
  正負數的乘除
- 8 上 1-3
  多項式的乘除
- 7 上 1-3
  正負數的加減
- 8 上 1-1
  乘法公式
- 8 上 1-2
  多項式的加減

1. 根式的表示
2. 根式的乘法
3. 根式的除法
4. 根式的加減
5 根式的四則運算

- 8 上
  4-1 一元二次方程式
  4-2 配方法與公式解
- 高中 1 年級
  數線與實數
  $\sqrt{2}$ 為無理數的證明

2-3 畢氏定理

- 7 上 1-2
  數線上兩點間的距離
- 7 下 2-1
  直角坐標

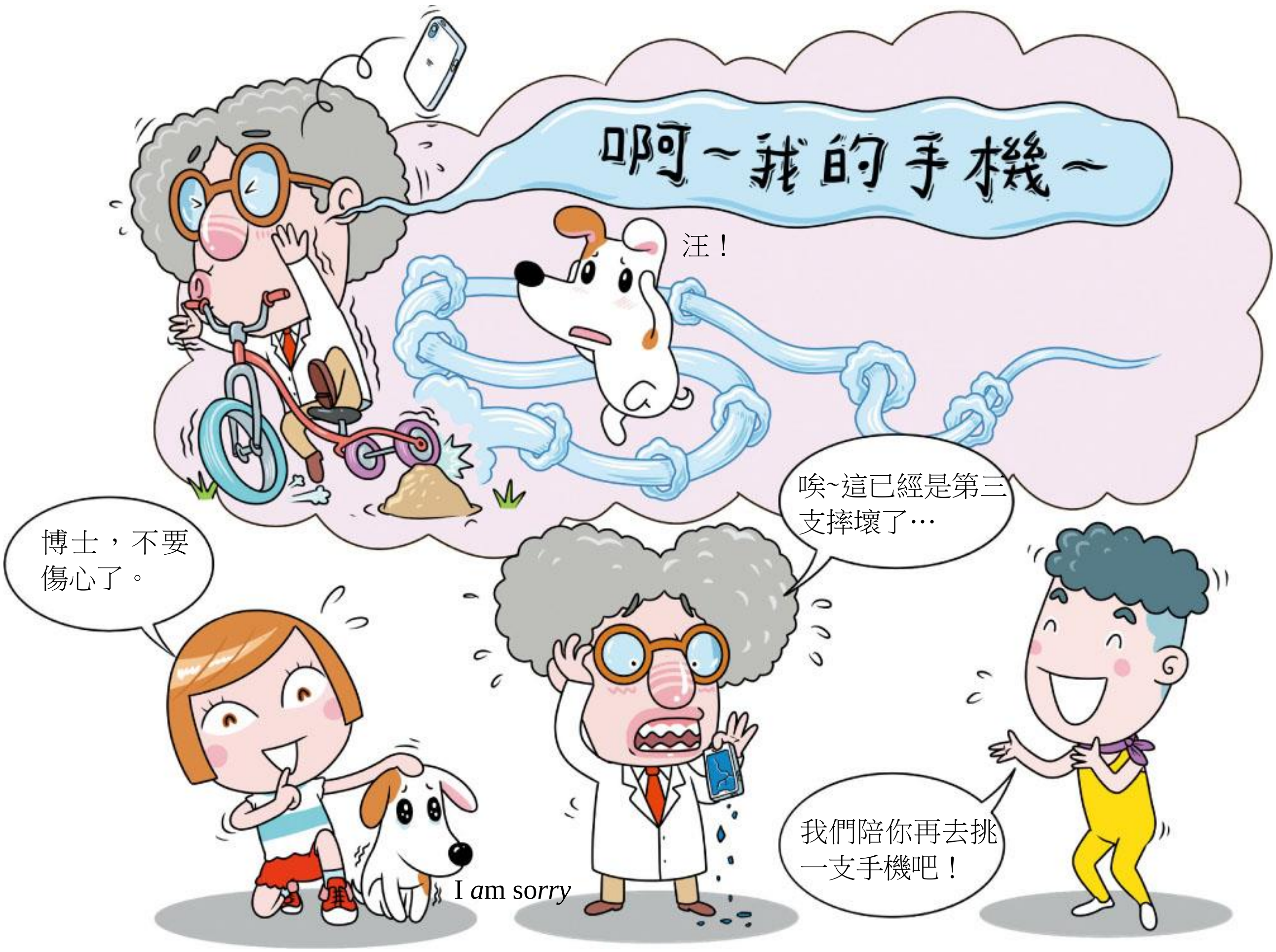
1. 畢氏定理
2. 平面上兩點的距離

- 8 下
  3-2 基本的尺規作圖
  3-3 三角形的全等性質
- 9 上
  1-4 相似三角形的應用與三角比
  2-1 點、線、圓（點與圓的位置關係）

P52

我們都知道可以利用邊長的平方求得正方形的面積，那麼已知正方形的面積，該如何表示其邊長呢？若想進一步求得其邊長，可以利用什麼方法呢？例如：知道面積為 5 平方公分的正方形，邊長要如何求得呢？它的對角線長又是多少呢？

本章將學習二次方根的意義及其運算，並透過畢氏定理了解直角三角形的三邊長關係。



P53

博士新設計了一款摺疊手機，展開後螢幕長為 6 吋、寬為 6 吋，則展開後是幾吋的手機呢？
學完 2-3 畢氏定理，你就可以算出答案囉！
也可搭配 P101 例 6 練習。

解答：6$\sqrt{2}$ 吋（約 8.5 吋）。

學習前哨站

本單元為學生自我複習，教師可視班級情況決定如何運用。

回顧 1　四捨五入　7 上第 1 章

數線上有一個數 a 滿足 $2.34<a<2.35$，即 a 的值介於 2.34 與 2.35 之間，則 a 的值為 2.34…，將 a 四捨五入至小數點後第一位所得到的數為 2.3。

課前練習

數線上有一個數 a 滿足 $1.85<a<1.86$，將 a 四捨五入至小數點後第一位所得到的數為__1.9__。

回顧 2　坐標　7 下第 2 章

在坐標平面上，小星由（2,－3）沿著與 x 軸平行的方向，向右移動 3 個單位，可得新的 x 坐標為 $2+3=5$；再沿著與 y 軸平行的方向，向下移動 4 個單位，可得新的 y 坐標為 $-3-4=-7$，此時可到達（5,－7）。

課前練習

在坐標平面上，美雅由（－2,－1）沿著與 x 軸平行的方向，向左移動 2 個單位，再沿著與 y 軸平行的方向，向上移動 4 個單位，可到達 P 點，則 P 點的坐標為__（－4,3）__。

回顧 3　乘法公式　8 上第 1 章

$(a+3)(a-3)$ 是平方差公式的形式，因此 $(a+3)(a-3)=a^2-3^2=a^2-9$。

課前練習

$(2+x)(2-x)=$__$4-x^2$__。

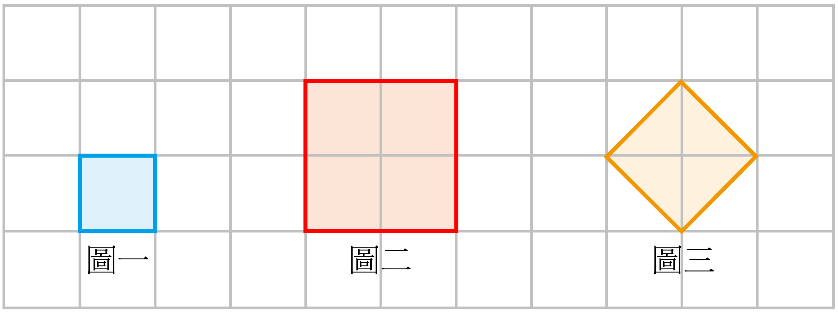
解答：1. 1.9　2.（－4,3）　3. $4-x^2$

P55

2-1 二次方根的意義

對應能力指標 N-8-1

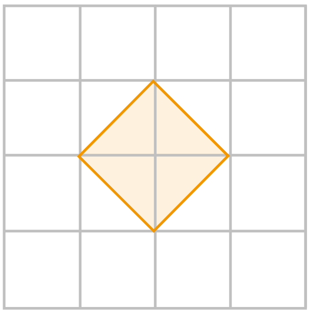
1 根號



如圖一，邊長為 1 的正方形，其面積為 1；如圖二，邊長為 2 的正方形，其面積為 4。那麼，有沒有面積為 2 的正方形呢？觀察圖三，可以發現此正方形的面積為 2，則它的邊長是多少呢？

【探索活動】正方形的邊長

右圖是面積為 2 的正方形，



(1) 用尺量一量，這個黃色正方形的邊長是 1.4 嗎？

□是　□不是

用計算機算算看：$1.4^2=$________。

(2) 用尺量一量，這個黃色正方形的邊長是 1.5 嗎？

□是　□不是

用計算機算算看：$1.5^2=$________。

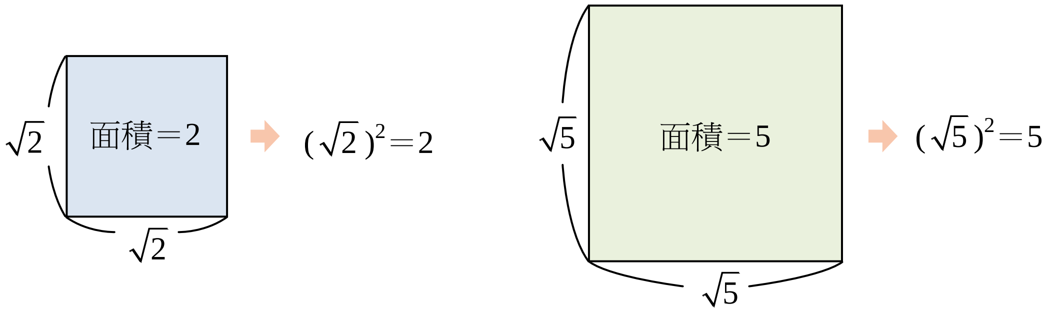
(3) 猜猜看：此正方形的邊長＝________。

用計算機算算看你所猜的數其平方＝________。

假設面積為 2 的正方形，其邊長為 m，則 $m^2=2$。又 $1.4^2=1.96$，$1.5^2=2.25$，所以 $1.4<m<1.5$，也就是說，m 無法用一位小數表示。

P56

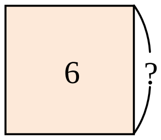
同樣的道理，$1.41^2=1.9881$，$1.42^2=2.0164$，所以 $1.41<m<1.42$，也就是說，這個數不只有兩位小數。事實上，m 無法用任何小數或分數表示，因此，m 的值我們以一個新的符號$\sqrt{2}$（讀作**根號**二）來代表此數，亦即面積為 2 的正方形，它的邊長記為$\sqrt{2}$；而面積為 5 的正方形，它的邊長記為$\sqrt{5}$。



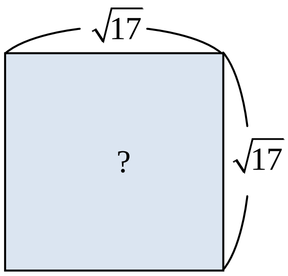
以此類推，面積為 a 的正方形，它的邊長記為$\sqrt{a}$。反之，若 $a>0$，正方形的邊長為$\sqrt{a}$，則正方形的面積為（$\sqrt{a}$）$^2=a$。

隨堂練習

1. 正方形的面積為 6，其邊長可記為________。



2. 邊長為$\sqrt{17}$的正方形，其面積為________。



【$\sqrt{a}$的意義】

1. 面積為 a 的正方形，其邊長記為$\sqrt{a}$。
2. 若 $a>0$，則（$\sqrt{a}$）$^2=a$。

P57

例 1　$\sqrt{a}$ 的平方　　　　自評 P71 第 1 題

計算下列各數：

(1) $(\sqrt{14})^2$　　　　(2) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$

解

(1) $(\sqrt{14})^2=14$　　　　(2) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2=\frac{2}{3}$

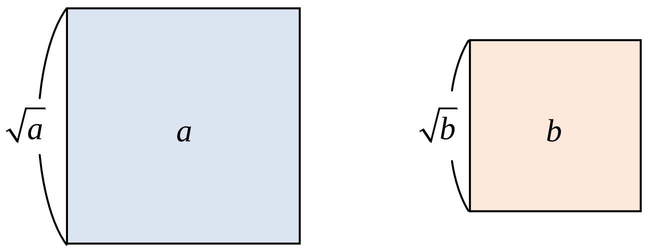
隨堂練習

1. 在下列空格中填入適當的數：

(1) $(\sqrt{7})^2=$______　　　　(2) $\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2=$______

2. 若乙數＞0，且（乙數）^{2}＝13，則乙數可記為________。

如下圖，比較兩個面積不同的正方形時，面積較大的正方形，它的邊長比較長。



利用這個概念，可以得知：**若 a、b 為正數，且 $a>b$，則 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$**。

P58

例 2　**比較大小**

比較 $\sqrt{99}$ 、10、 $\sqrt{101}$ 三數的大小。

解

$(\sqrt{99})^2=99$，

$10^2=100$，

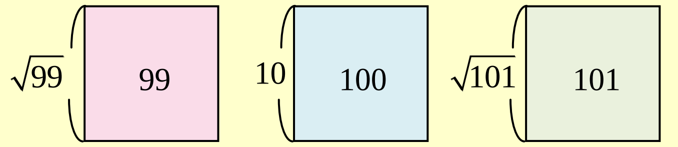
$(\sqrt{101})^2=101$，

因為 $101>100>99$，

又 $\sqrt{99}$ 、10、 $\sqrt{101}$ 均為正數。

所以 $\sqrt{101}>10>\sqrt{99}$ 。

利用正方形面積比較邊長大小：



隨堂練習

比較下列各小題中，數的大小關係：（在空格中填入＞或＜）

(1) $\sqrt{\frac{5}{3}}$ ______ $\sqrt{2}$

解

因為 $\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2=\frac{5}{3}$，$(\sqrt{2})^2=2$，

所以 $\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2$ ______ $(\sqrt{2})^2$，

故 $\sqrt{\frac{5}{3}}$ ______ $\sqrt{2}$ 。

(2) 4 ______ $\sqrt{15}$

解

因為 $4^2=16$，$(\sqrt{15})^2=15$，

所以 4^2 ______ $(\sqrt{15})^2$，

故 4 ______ $\sqrt{15}$ 。

(3) $\sqrt{8}$ ______ 3 ______ $\sqrt{10}$

(4) 2.7 ______ $\sqrt{7}$ ______ 2.6

P59

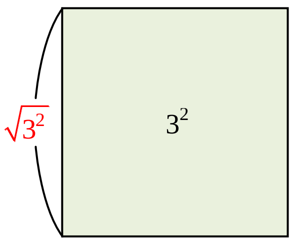
2 $\sqrt{a^2}$ 的值

對應能力指標 N-8-1

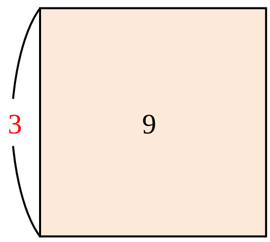
當一個正方形的邊長為 3 時，其面積為 9；而一個面積為 9 的正方形，其邊長也可以記為 $\sqrt{9}$ ，所以 $\sqrt{9}=3$。

我們將利用面積相等的正方形說明 $\sqrt{a^2}$ 的化簡。

1



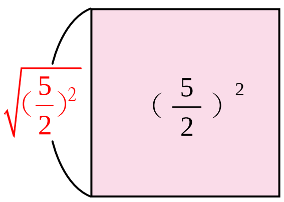
面積為 3^2 的正方形，邊長為 $\sqrt{3^2}$ 。



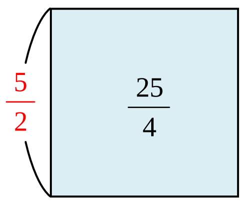
面積為 9 的正方形，邊長為 3。

上圖中，兩個正方形的面積都相等，所以這兩個正方形的邊長也會相等。又面積為 9 的正方形，其邊長是 3，因此， $\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$。

2



面積為 $(\frac{5}{2})^2$ 的正方形，邊長為 $\sqrt{(\frac{5}{2})^2}$ 。



面積為 $\frac{25}{4}$ 的正方形，邊長為 $\frac{5}{2}$ 。

上圖中，兩個正方形的面積都相等，所以這兩個正方形的邊長也會相等。又面積為 $\frac{25}{4}$ 的正方形，其邊長是 $\frac{5}{2}$ 因此， $\sqrt{\frac{25}{4}}=\sqrt{(\frac{5}{2})^2}=\frac{5}{2}$ 。

由上述可知，若 a 為正數，面積為 a^2 的正方形，其邊長可記為 $\sqrt{a^2}$ ；邊長為 a 的正方形，其面積為 a^2，所以**當 $a>0$ 時，$\sqrt{a^2}=a$**。

P60

例 3　求 $\sqrt{a}$ 的值　　自評 P71 第 2 題 (1)(2)

計算下列各數：

(1) $\sqrt{9^2}$　　(2) $\sqrt{\dfrac{25}{36}}$

解

(1) $\sqrt{9^2}=9$　　(2) $\sqrt{\dfrac{25}{36}}=\sqrt{(\dfrac{5}{6})^2}=\dfrac{5}{6}$

隨堂練習

計算下列各數：

(1) $\sqrt{(0.4)^2}$　　(2) $\sqrt{49}$

【$\sqrt{a^2}$ 的意義】

若 $a>0$，則 $\sqrt{a^2}=a$。

【補給站】$\sqrt{(-a)^2}$ 的值

我們知道 $\sqrt{2^2}=2$，那麼 $\sqrt{(-2)^2}$ 的值為何呢？

由於 $(-2)^2=4$，$2^2=4$，因此 $\sqrt{(-2)^2}$ 和 $\sqrt{2^2}$ 都能寫成 $\sqrt{4}$，故 $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{2^2}=2$。

又如 $\sqrt{(-1.1)^2}=\sqrt{(1.1)^2}=1.1$，$\sqrt{(-\dfrac{2}{3})^2}=\sqrt{(\dfrac{2}{3})^2}=\dfrac{2}{3}$，

由上可知：**若 $a>0$ 時，則 $\sqrt{(-a)^2}=a$。**

P61

若一個整數 m 是某個整數 a 的平方，即 $m=a^2$，則 m 稱為**完全平方數**。例如：$81=9^2$，$289=17^2$，因此 81 及 289 都是完全平方數。

將 100 至 400 的完全平方數，列表如下：

整數 a^2	10^2	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2	16^2	17^2	18^2	19^2	20^2
完全平方數 m	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

熟悉完全平方數後，如果根號內是一個完全平方數時，就可以很容易求得它的值，例如：$\sqrt{169}=\sqrt{13^2}=13$。

隨堂練習

1. 根據上表，求下列各數的值：

(1) $\sqrt{196}$　　(2) $\sqrt{225}$

(3) $\sqrt{289}$　　(4) $\sqrt{361}$

2. 圍棋棋盤上有 324 個邊長都是 1 的小正方形方格，則盤面上方格所構成之最大正方形的邊長是多少？

4　9　40　81　225，哪一個數字應該被拿走？

P62

當根號內的數無法直接看出它是否為某正數的平方時，可利用下面的方法求出它的值。

例 4　利用質因數分解求 $\sqrt{a^2}$ 的值　自評 P71 第 3 題

計算下列各數：

(1) $\sqrt{784}$　　(2) $\sqrt{2^4\times3^2\times7^2}$　　(3) $\sqrt{1.96}$

解

(1) $\sqrt{784}=\sqrt{2^2\times2^2\times7^2}$

$=\sqrt{(2\times2\times7)^2}$

$=\sqrt{28^2}$

$=28$

$$\begin{array}{r|r}
2 & 784 \\ \hline
2 & 392 \\ \hline
2 & 196 \\ \hline
2 & 98 \\ \hline
7 & 49 \\ \hline
 & 7
\end{array}$$

(2) $\sqrt{2^4\times3^2\times7^2}=\sqrt{(2^2\times3\times7)^2}$

$=\sqrt{84^2}=84$

(3) $\sqrt{1.96}=\sqrt{\dfrac{196}{100}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times7^2}{2^2\times5^2}}$

$=\sqrt{(\dfrac{2\times7}{2\times5})^2}=\sqrt{(\dfrac{7}{5})^2}=\dfrac{7}{5}=1.4$

$$\begin{array}{r|r}
2 & 196 \\ \hline
2 & 98 \\ \hline
7 & 49 \\ \hline
 & 7
\end{array}$$

隨堂練習

計算下列各數：　自評 P71 第 2 題(3)(4)

(1) $\sqrt{576}$　　(2) $\sqrt{2^2\times3^4\times5^4}$　　(3) $\sqrt{4.41}$

P63

3 $\sqrt{a}$ 的近似值

▶十分逼近法

正方形的面積為 3，其邊長可記為 $\sqrt{3}$，那麼 $\sqrt{3}$ 的近似值應該是多少呢？

因為 $1^2=1<3$，且 $2^2=4>3$，所以 $1<\sqrt{3}<2$，故 $3=1.\cdots$，即 $\sqrt{3}$ 的整數部分為 1，下面的探索活動將進一步推導 $\sqrt{3}$ 的近似值。

【探索活動】十分逼近法

1. 將 1 到 2 之間分成十等分，並使用計算機求出這九個等分點 1.1 至 1.9 的平方：

$(1.1)^2=$ ________

$(1.2)^2=$ ________

$(1.3)^2=$ ________

$(1.4)^2=$ ________

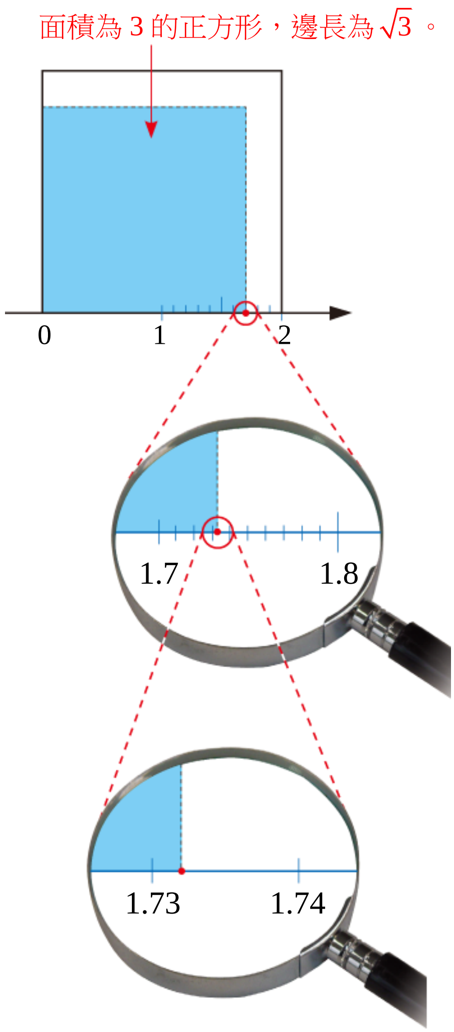
$(1.5)^2=$ ________

$(1.6)^2=$ ________

$(1.7)^2=$ ________

$(1.8)^2=$ ________

$(1.9)^2=$ ________



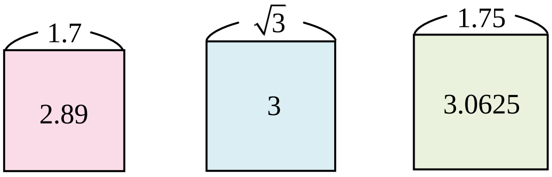
2. 3 介於第 1.題中哪兩個平方數之間？

因為 $(\sqrt{3})^2=3$，對照上面 1.1 至 1.9 九個數的平方，可知 $(1.7)^2<(\sqrt{3})^2<(1.8)^2$，所以 $1.7<\sqrt{3}<1.8$。

解答：40。（不是完全平方數）

那麼$\sqrt{3}$到底比較靠近 1.7 還是 1.8 呢？

我們知道（1.75）^{2}＝3.0625，所以 1.7＜$\sqrt{3}$＜1.75。



如果用四捨五入法求得$\sqrt{3}$的近似值到小數點後第一位，即$\sqrt{3}$≒1.7。（≒讀作「近似於」）依此方式進行，可以求出$\sqrt{3}$的近似值到任意小數位數，這個方法稱為**十分逼近法**。

將十分逼近法求$\sqrt{3}$的近似值，並以四捨五入法求到小數點後第一位的過程，整理如下：

（$\sqrt{3}$）^{2}＝3

(1) 1^2＝1，2^2＝4，
因為 1^2＜（$\sqrt{3}$）^{2}＜2^2，
所以 1＜$\sqrt{3}$＜2。

1^2＝1
2^2＝4
$\leftarrow$ 3＝（$\sqrt{3}$）^{2}

(2)（1.7）^{2}＝2.89，（1.8）^{2}＝3.24，
因為（1.7）^{2}＜（$\sqrt{3}$）^{2}＜（1.8）^{2}，
所以 1.7＜$\sqrt{3}$＜1.8。

（1.7）^{2}＝2.89
（1.8）^{2}＝3.24
$\leftarrow$ 3＝（$\sqrt{3}$）^{2}

(3) 因為（1.75）^{2}＝3.0625，
所以 1.7＜$\sqrt{3}$＜1.75。

（1.7）^{2}＝2.89
（1.75）^{2}＝3.0625
$\leftarrow$ 3＝（$\sqrt{3}$）^{2}

經四捨五入得$\sqrt{3}$≒1.7

簡單的說，求$\sqrt{3}$的近似值，並以四捨五入法求到小數點後第一位，是用十分逼近法先得到 1.7＜$\sqrt{3}$＜1.8，再判別$\sqrt{3}$比較靠近 1.7 還是 1.8。1.75 是數線上 1.7 與 1.8 的中點，因為（$\sqrt{3}$）^{2}＜（1.75）^{2}，所以$\sqrt{3}$＜1.75，也就是$\sqrt{3}$比較靠近 1.7，故小數點後第二位必須捨去，得$\sqrt{3}$≒1.7。

P65

例 5　**十分逼近法求近似值**　　自評 P71 第 4 題

利用十分逼近法求$\sqrt{5}$的近似值，並以四捨五入法求到小數點後第一位。

解

$(\sqrt{5})^2=5$

(1) $2^2=4$，$3^2=9$，

因為 $2^2<(\sqrt{5})^2<3^2$，

所以 $2<\sqrt{5}<3$。

(2) 使用計算機計算 $(2.1)^2$，$(2.2)^2$，……，$(2.9)^2$，

可得 $(2.2)^2=4.84$，$(2.3)^2=5.29$，

因為 $(2.2)^2<(\sqrt{5})^2<(2.3)^2$，

所以 $2.2<\sqrt{5}<2.3$。

(3) 使用計算機計算 $(2.25)^2=5.0625>5$

因為 $(\sqrt{5})^2<(2.25)^2$，

所以 $\sqrt{5}<2.25$。

經四捨五入得 $\sqrt{5}\fallingdotseq 2.2$。

因為要以四捨五入法求到小數點後第一位，所以可判別$\sqrt{5}$與 2.25 的大小，在決定是否進位。

隨堂練習

依下列各小題所提供的數據，按步驟回答下列問題，並求$\sqrt{7}$的近似值到小數點後第一位。

(1) 因為 $1^2=1$，$2^2=4$，$3^2=9$，所以$\sqrt{7}$在哪兩個連續整數之間？

答：______ $<\sqrt{7}<$ ______。

(2) 因為 $(2.6)^2=6.76$，$(2.7)^2=7.29$，$(2.8)^2=7.84$，所以$\sqrt{7}$在哪兩個連續一位小數之間？

答：________ $<\sqrt{7}<$ ________。

(3) 根據 $(2.65)^2=7.0225$，比較$\sqrt{7}$和 2.65 的大小關係。(填＞或＜)

答：$\sqrt{7}$ ______ 2.65。

(4) 以四捨五入法求$\sqrt{7}$的近似值到小數點後第一位，得$\sqrt{7}\fallingdotseq$ ________。

1 2 6 7 10，哪一個數字應該被拿走？

(提示：英文)

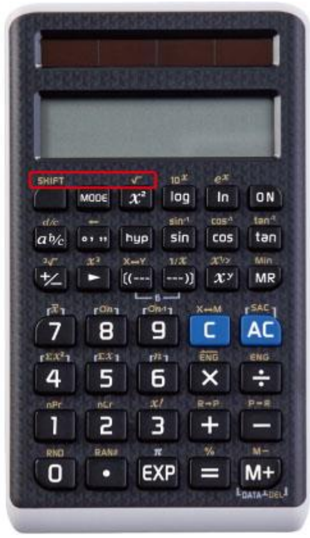
P66

1. 利用十分逼近法求平方根的近似值，過程非常繁瑣。因此也可以利用計算機求 $\sqrt{a}$ 的近似值。例如：求 $\sqrt{2}$ 的近似值，操作方法如下：

數值	按法	螢幕顯示
$\sqrt{2}$	2 SHIFT x^2	1.414213562

我們也可以利用計算機驗證這個數的平方就是 2。

按法	螢幕顯示
2 SHIFT x^2，再按 x^2	2.



2. 以計算機按出 $\sqrt{2}$、$\sqrt{2.1}$、$\sqrt{3.9}$、$\sqrt{4.1}$ 的近似值，$\sqrt{2} \fallingdotseq 1.414213562$，$\sqrt{2.1} \fallingdotseq 1.449137675$，$\sqrt{3.9} \fallingdotseq 1.974841766$，$\sqrt{4.1} \fallingdotseq 2.024845673$，從計算機出現的結果，我們也可以歸納得到：
當 $a>b>0$ 時，$\sqrt{a} > \sqrt{b}$。

本教材使用之計算機若需 $\sqrt{\ }$ 功能，須先按 SHIFT，再按 x^2

隨堂練習　　　　自評 P72 第 5 題

利用計算機計算，並回答下列各題：

(1) 求 $\sqrt{16.81}$ 的值。

(2) $\sqrt{12345}$ 的整數部分是多少呢？

(3) 比較 $\sqrt{123}$ 與 $\sqrt{132}$ 的大小。

P67

4 平方根的意義

當 $a\geq 0$，若 $b^2=a$，則稱 b 是 a 的**平方根**（也稱為**二次方根**）。

例如：$(\sqrt{2})^2=2$　　←即 $\sqrt{2}$ 是 2 的正平方根。

$(-\sqrt{2})^2=2$　　←即 $-\sqrt{2}$ 是 2 的負平方根。

所以 $\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$ 都是 2 的平方根。

隨堂練習

1. 判別 15 是否為 225 的平方根？

2. 判別 −15 是否為 225 的平方根？

事實上，對於任意的正數 a，

$(\sqrt{a})^2=a$　　←即 $\sqrt{a}$ 是 a 的正平方根。

$(-\sqrt{a})^2=a$　　←即 $-\sqrt{a}$ 是 a 的正平方根。

所以 $\sqrt{a}$、$-\sqrt{a}$ 都是 a 的平方根，而且 $\sqrt{a}$ 和 $-\sqrt{a}$ 互為相反數。

因此，**任意的正數都有兩個平方根，而這兩個平方根互為相反數**。

正數的平方是正數，負數的平方也是正數，在國中階段，我們找不到任何一個數的平方是負數，所以負數沒有平方根。又 $0^2=0$，所以 0 的平方根只有 0，也就是 $\mathbf{\sqrt{0}=0}$。

【平方根】

1. 若 $a>0$，則 a 的平方根為 $\pm\sqrt{a}$ 。
2. 若 $a<0$，則 a 沒有平方根。
3. 若 $a=0$，則 a 的平方根為 0，也就是 $\sqrt{0}=0$。

解答：7。（7 的英文由 5 個字母組成，剩餘都是 3 個英文字母）

P68

例 6　求平方根　自評 P72 第 6 題

求下列各數的平方根：

(1) 19　　(2) 196　　(3) $\dfrac{16}{2025}$　　(4) $2\dfrac{1}{4}$

解

(1) 19 的平方根為 $\sqrt{19}$ 和 $-\sqrt{19}$，合併記為 $\pm\sqrt{19}$。

(2) 196 的平方根為 $\sqrt{196}$ 和 $-\sqrt{196}$，

$\pm\sqrt{196}=\pm\sqrt{14^2}=\pm14$，

所以 196 的平方根為 ±14。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 196 \\ \hline 2 & 98 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline & 7 \end{array}$$

(3) $\dfrac{16}{2025}$ 的平方根為 $\sqrt{\dfrac{16}{2025}}$ 和 $-\sqrt{\dfrac{16}{2025}}$，

$\pm\sqrt{\dfrac{16}{2025}}=\pm\sqrt{(\dfrac{4}{45})^2}=\pm\dfrac{4}{45}$，

所以 $\dfrac{16}{2025}$ 的平方根為 $\pm\dfrac{4}{45}$。

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2025 \\ \hline 3 & 675 \\ \hline 3 & 225 \\ \hline 3 & 75 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

(4) $2\dfrac{1}{4}$ 的平方根為 $\sqrt{2\dfrac{1}{4}}$ 和 $-\sqrt{2\dfrac{1}{4}}$，

$\pm\sqrt{2\dfrac{1}{4}}=\pm\sqrt{\dfrac{9}{4}}=\pm\sqrt{(\dfrac{3}{2})^2}=\pm\dfrac{3}{2}$，

所以 $2\dfrac{1}{4}$ 的平方根為 $\pm\dfrac{3}{2}$。

$2\dfrac{1}{4}$ 須化為假分數 $\dfrac{9}{4}$。

隨堂練習

1. 回答下列問題：

(1) 29 的正平方根為________。　　(2) 29 的負平方根為________。

2. 求下列各數的平方根：

(1) 1225　　(2) $1\dfrac{21}{100}$　　(3) 4.84

P69

例 7　**平方根的應用**　　自評 P72 第 7 題

1. 若 14 是 a 的正平方根，則 $a=$？
2. 若 -8 是 $5x+4$ 的負平方根，則 $x=$？

解

1. 因為 14 是 a 的正平方根，
   所以 $a=14^2=196$。

2. $5x+4=(-8)^2$ ← -8 是 $5x+4$ 的負平方根，所以 $5x+4$ 等於 -8 的平方。
   $5x+4=64$
   $x=12$

隨堂練習

1. 若 -5 是 a 的負平方根，則 $a=$？

2. 若 6 是 $2x-8$ 的正平方根，求 x 的值。

【補給站】$\sqrt{\ }$ 的由來

現今使用「$\sqrt{\ }$」作為根號（Radical）的符號，相傳是小寫 r 的變形，當時記為「$\sqrt{\ }$」，源自於德國數學家魯道夫（Christoff Rudolff，1499-1545）在 1525 年出版的《求根術》（Die Coss）這本書。到了 1637 年，法國數學家笛卡兒（René Descartes，1596-1650）在《幾何學》（La Géométrie）這本書中，才使用「$\sqrt{\ }$」這個符號。例如：面積為 2 的正方形邊長沒有辦法用學過的整數、小數或分數來表示，所以用 $\sqrt{2}$ 這個符號來代表。

如果一個數可以化成分子、分母都是整數（分母可為 1）的分數形式（即 $\frac{q}{p}$，其中 p、q 為整數，且 $p\neq0$），這樣的數稱為**有理數**。例如：5（$=\frac{5}{1}$）、-0.5（$=-\frac{1}{2}$）、……都是有理數。然而像 $\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、$\sqrt{5}$……這樣的數，無法化成 $\frac{q}{p}$ 的形式（其中 p、q 為整數，且 $p\neq0$），就不是有理數。

P70

2-1 重點回顧

❶ $\sqrt{a}$ 的意義

(1) 正方形面積為 a 時，其邊長記為 $\sqrt{a}$ 。

(2) 若 $a>0$，則（$\sqrt{a}$）$^2=a$。

例 (1) 正方形面積為 7 時，其邊長記為 $\sqrt{7}$ 。

(2) （$\sqrt{7}$）$^2=7$。

❷ $\sqrt{a}$ 的值

若 $a>0$，則 $\sqrt{a^2}=a$。

例 $\sqrt{6^2}=6$。

❸ 平方根

(1) 每一個正數 a 都有兩個平方根 $\sqrt{a}$ 與 $-\sqrt{a}$ ，合併記為 $\pm\sqrt{a}$ ，且這兩個平方根互為相反數。

例 正數 10 有兩個平方根 $\sqrt{10}$ 與 $-\sqrt{10}$ ，合併記為 $\pm\sqrt{10}$ 。

(2) 負數沒有平方根。

(3) 0 的平方根為 0。

P71

2-1 自我評量

❶ 在下列空格中填入適當的數：　課 P57 例 1

(1) $(-\sqrt{18})^2=$______　(2) $\left(\sqrt{\dfrac{3}{5}}\right)^2=$______

(3) $(\sqrt{16})^2=$______　(4) $(-\sqrt{1.3})^2=$________

❷ 計算下列各數：

課 P60 例 3　課 P60 例 3

(1) $-\sqrt{\dfrac{16}{49}}=$________　(2) $\sqrt{1\dfrac{11}{25}}=$______

課 P62 隨堂　課 P62 隨堂

(3) $\sqrt{10000}=$________　(4) $-\sqrt{6.25}=$________

❸ 已知一個正方形的面積為 19600 平方公分，求其邊長。　課 P62 例 4

❹ 依下列各小題所提供的數據，按步驟回答下列問題，並求 $\sqrt{11}$ 的近似值到小數點後第一位。　課 P65 例 5

(1) 因為 $1^2=1$，$2^2=4$，$3^2=9$，$4^2=16$，所以 $\sqrt{11}$ 在哪兩個連續整數之間？
答：______ $<\sqrt{11}<$ ______。

(2) 因為 $(3.1)^2=9.61$，$(3.2)^2=10.24$，$(3.3)^2=10.89$，$(3.4)^2=11.56$，所以 $\sqrt{11}$ 在哪兩個連續一位小數之間？
答：________ $<\sqrt{11}<$ ________。

(3) 根據 $(3.35)^2=11.2225$，比較 $\sqrt{11}$ 和 3.35 的大小關係。(填＞或＜)
答：$\sqrt{11}$ ______ 3.35。

(4) 以四捨五入法求 $\sqrt{11}$ 的近似值到小數點後第一位，得 $\sqrt{11}\fallingdotseq$ ________。

P72

❺ 利用計算機算出下列各數的值或近似值。（若該值為近似值，則以四捨五入法取到小數點後第一位）：　課 P66 隨堂

(1) $\sqrt{230} \fallingdotseq$ ________ 。　(2) $\sqrt{841} =$ ________ 。

❻ 求下列各數的平方根：　課 P68 例 6

(1) 6　(2) $1\frac{9}{16}$

(3) 6.76　(2) $2^4 \times 3^4 \times 5^2$

❻ 若 ±16 是 $3x-5$ 的平方根，則 $x=$？　課 P69 例 7