



2-1 立體圖形

想做出圖 1 的紙盒，我們可以先在平面上畫出設計圖如圖 2，設計時除了要注意哪面會和哪面相接，也可以透過調整設計圖來節省材料喔！



圖 1

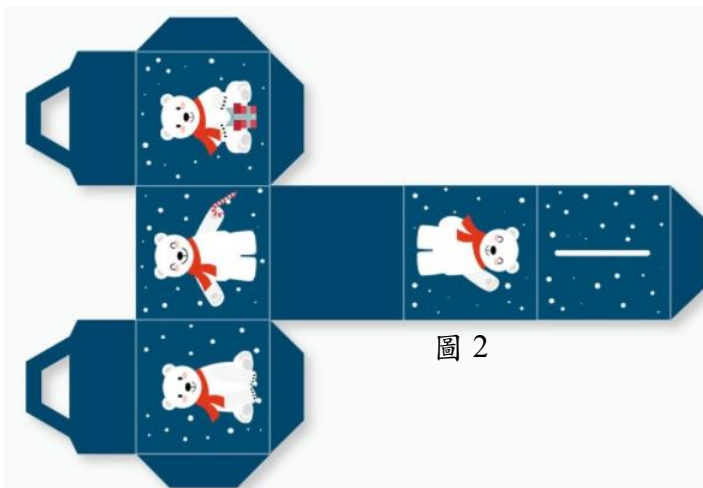


圖 2

那麼，知道立體圖形的頂點、邊和面彼此之間的關係，將有助於我們做出正確的設計圖！

以圖 3 的家事骰子為例：

掃地和掃廁所共用_____條邊，

加上刷廚房就共用_____個頂點。

每條邊都有_____個面共用，

每個頂點都有_____個面共用。



圖 3



上面的關係在**錐體**會稍有不同喔！

以圖 4 的禮品盒為例：

錐體尖尖的點稱為錐體的頂點，此頂點可能會有許多個面共用，以圖 4 為例，就有 6 個面共用頂點，因為底面是六邊形。



圖 4

接下來，我們將學習將立體圖形沿著邊剪開後的**展開圖**，並從頂點、邊和面的關係來改變展開圖的設計。

2-2 展開圖

1. 美味的便當需要合適的紙盒來裝，紙盒是由平面的紙包裝起來的，如果不考慮黏貼處或鑲嵌處，這個紙盒的設計圖會是圖 1，這樣的設計圖被稱為**展開圖**。

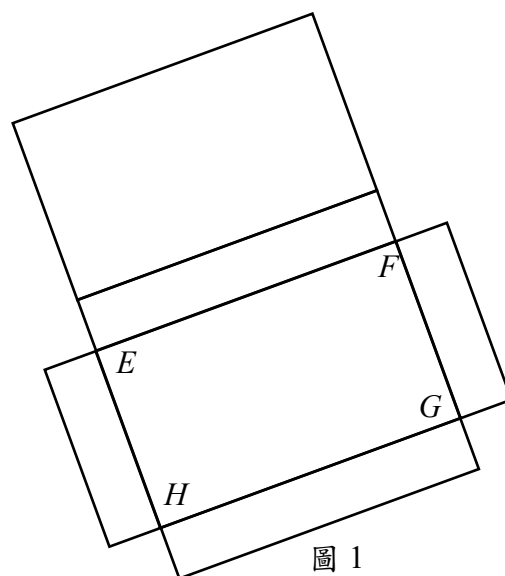


圖 1

那麼，圖 3 要從哪些邊剪開，才會展開成圖 1 呢？

- (1) 請模仿圖 3 的畫法在圖 2 畫出紙盒每面的邊。

註：看得到的邊用實線畫，被擋住的邊用虛線畫。



圖 2

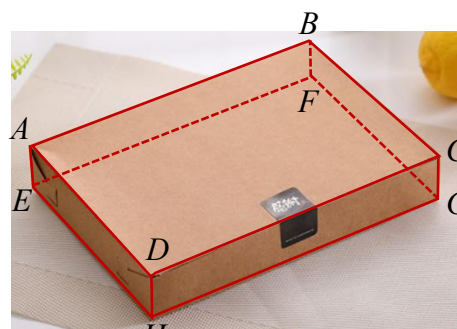


圖 3

- (2) 從圖 3 展開成圖 1，需要剪開的是哪幾條邊？

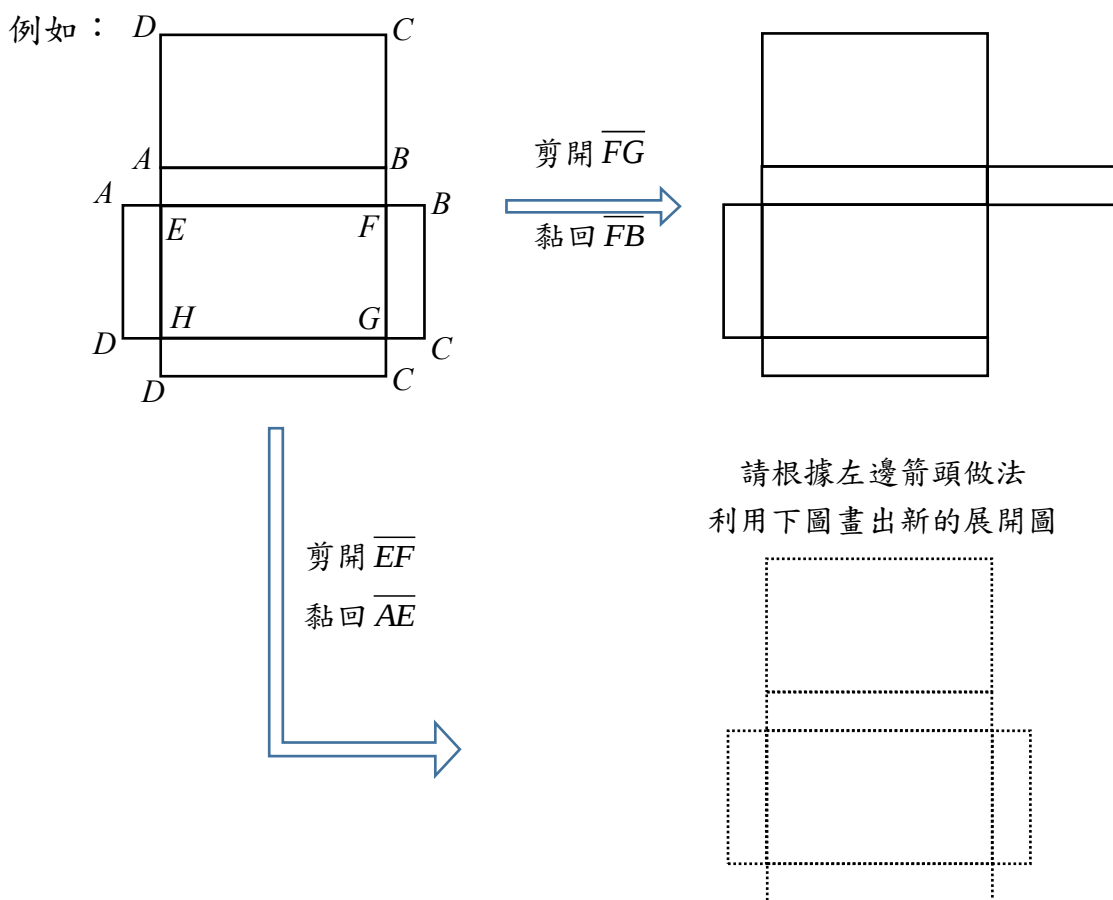
_____。

- (3) 將圖 3 頂點的符號標記在圖 1 上。

- (4) 相同的紙盒，會有不同的展開圖嗎？_____。

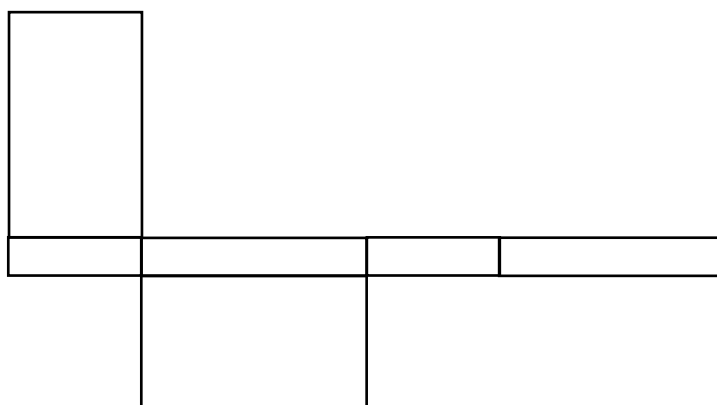
不同的展開圖之間會是什麼關係呢？

(5) 展開圖變變變！可以用剪開、黏回去的方式來得到不一樣的展開圖喔！



(6) 下圖算是前一頁圖 3 的展開圖嗎？

請利用剪開、黏回去的方法，看看能不能將下面的展開圖變回已經知道是正確的展開圖，如果可以，就算！如果不行，就不算！



以上是長方體的展開圖，長方體是底面為矩形的**柱體**，因為底面是四邊形，也被稱為**四角柱**，我們來看看其它**柱體**的展開圖。

2. 三角紙盒的展開圖。

- (1) 請模仿圖 2 的畫法在圖 1 畫出紙盒每面的邊。



圖 1

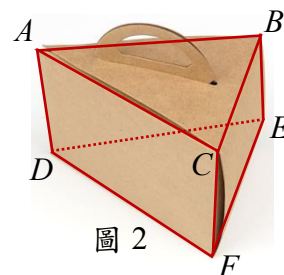


圖 2

- (2) 從圖 2 的哪些邊剪開才有圖 3 的展開圖？_____。

註：不考慮黏貼處或鑲嵌處。

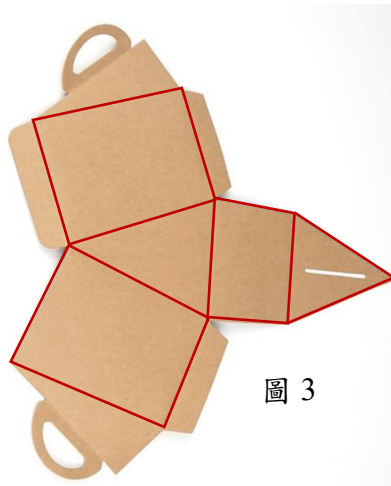


圖 3

- (3) 將圖 3 的展開圖簡化(去除黏貼處或鑲嵌處)如圖 4，請將圖 2 頂點的符號標記在圖 4 上。

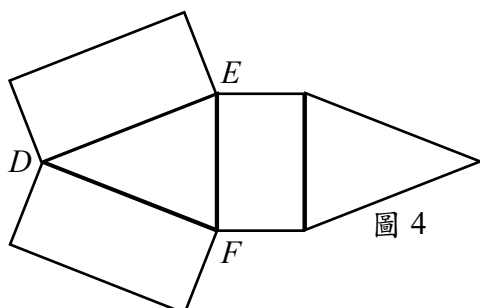


圖 4

- (4) 將圖 4 的 $\overline{EF}$ 剪開，黏回 $\overline{CF}$ ，利用圖 5 畫出一個新的展開圖。

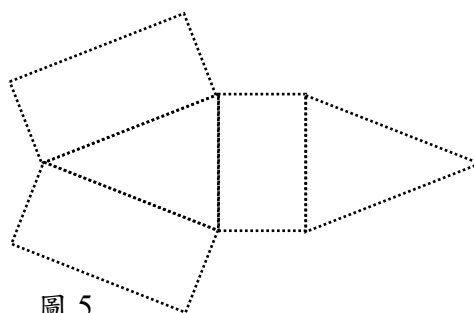


圖 5

- (5) 請說明圖 6 是不是圖 2 的展開圖。

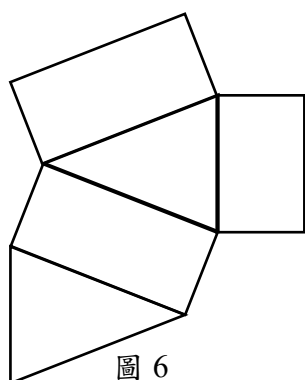


圖 6

三角紙盒是以三角形為底面的柱體，被稱為三角柱。

3. 六角紙盒的展開圖。

- (1) 請模仿圖 2 的畫法在圖 1 畫出紙盒每面的邊。



圖 1

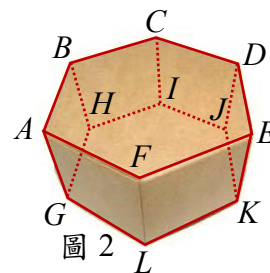


圖 2

- (2) 圖 3 是圖 2 的展開圖，這是將圖 2 的哪些邊剪開呢？_____。

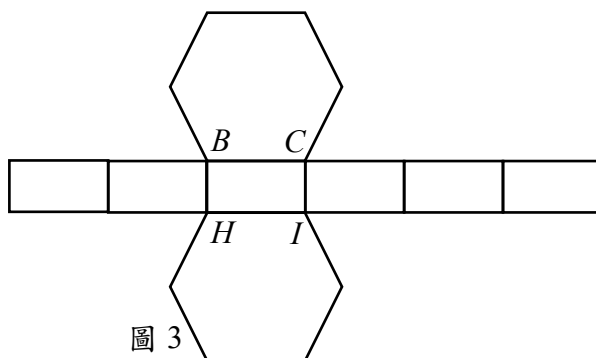


圖 3



- (3) 請將圖 2 頂點的符號標記在圖 3 上。

- (4) 將圖 3 的 $\overline{CI}$ 剪開，黏回 $\overline{IJ}$ ，利用圖 4 畫出一個新的展開圖。

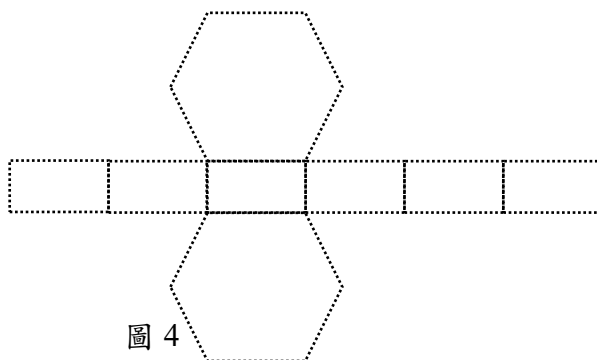


圖 4

- (5) 請說明圖 5 是不是圖 2 的展開圖。

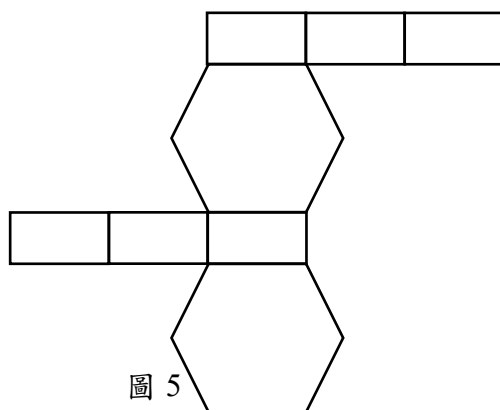


圖 5

六角紙盒是以正六角形為底面的柱體，被稱為**正六角柱**。

4. 遊戲骰子的展開圖。

(1) 請模仿圖 2 的畫法在圖 1 畫出紙盒每面的邊。



圖 1

(2) 從圖 2 的哪些邊剪開才有圖 3 的展開圖？_____。

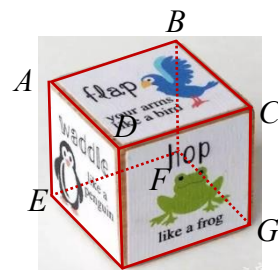


圖 2

(3) 請將圖 2 頂點的符號標記在圖 3 上。

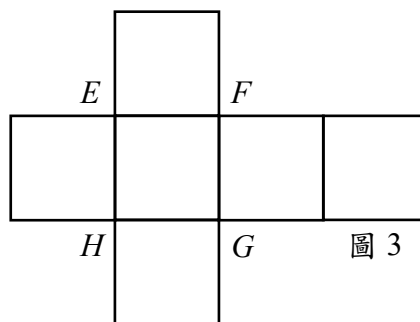


圖 3

(4) 將圖 3 的 $\overline{FG}$ 剪開，黏回 $\overline{GC}$ ，利用圖 4 畫出一個新的展開圖。

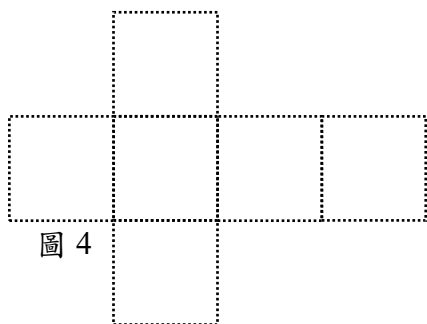


圖 4

(5) 請說明圖 5~圖 7 是不是圖 2 的展開圖。

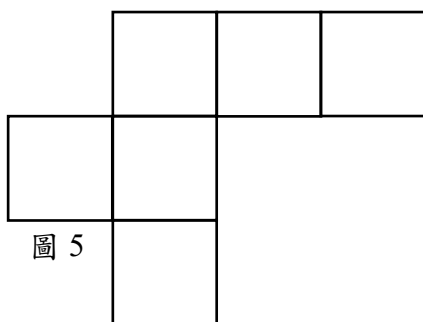


圖 5

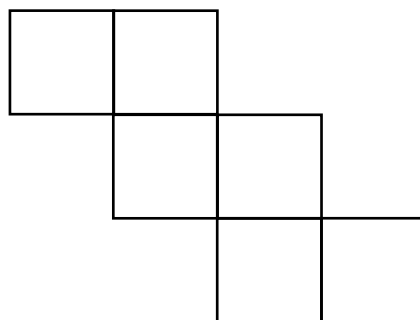


圖 7

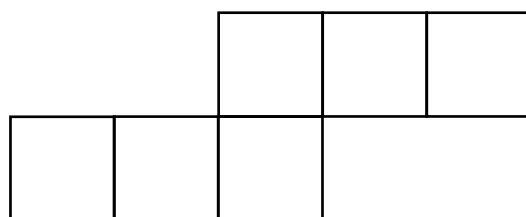


圖 6

骰子紙盒是以正方形為底面的柱體，被稱為**正方體**。

5. 圓柱體的展開圖。

- (1) 請模仿圖 2 的畫法在圖 1 畫出紙盒每面的邊。



圖 1

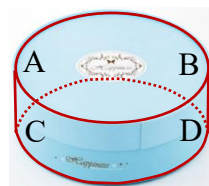
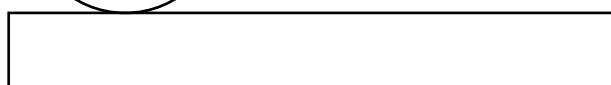
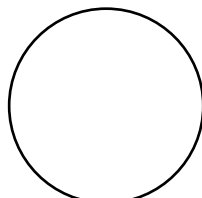


圖 2



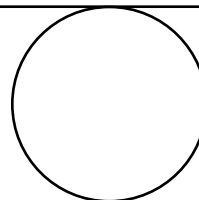
註：紙盒側面的邊在哪裡呢？

- (2) 圖 3 是圖 2 的展開圖，這是將圖 2 的哪些邊剪開呢？_____。



- (3) 其實啊！很多圓形紙捲筒的展開圖都不是圖 3 喔！譬如：羽毛球筒、膠帶、捲筒衛生紙...

圖 3



有看到側面上斜斜的邊嗎？請畫出來！



- (4) 請說明圖 4 是不是圖 2 的展開圖。

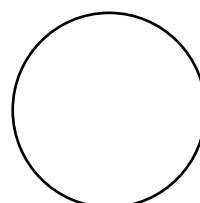
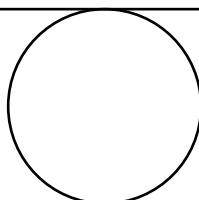


圖 4



圓形紙盒是以圓形為底面的**柱體**，被稱為**圓柱**。
接下來，我們來看看**錐體**的展開圖。

6. 金字塔喜糖盒的展開圖。

- (1) 請模仿圖 2 的畫法在圖 1 畫出紙盒每面的邊。



圖 1

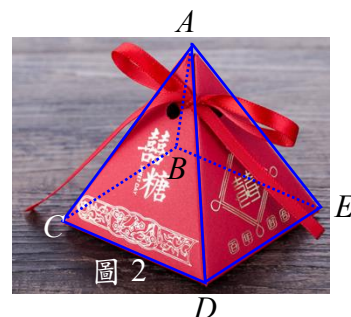


圖 2

- (2) 圖 3 是圖 2 的展開圖，這是將圖 2 的哪些邊剪開呢？_____。

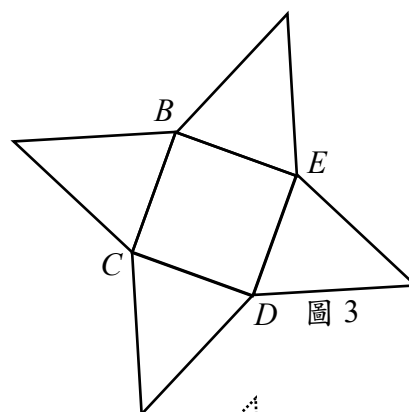
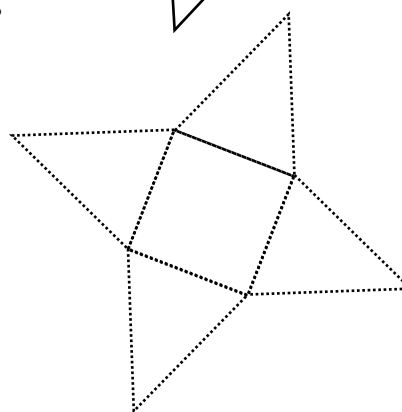


圖 3

- (3) 請將圖 2 頂點的符號標記在圖 3 上。

- (4) 將圖 3 的 $\overline{DE}$ 剪開，黏回 $\overline{AE}$ ，利用圖 4 畫出一個新的展開圖。



- (5) 請說明圖 5 是不是圖 2 的展開圖。

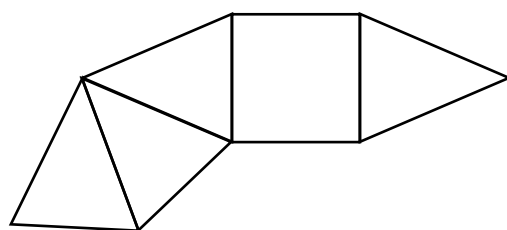


圖 5

- (6) 請畫出可以做出圖 6 的展開圖。



圖 6

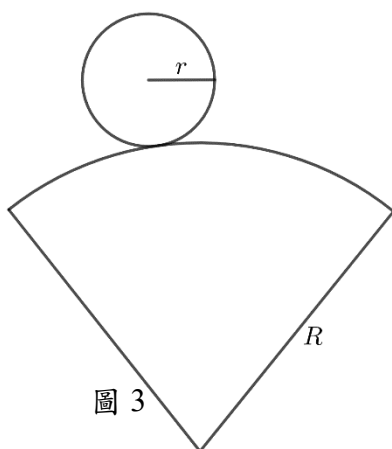
以正方形為底面的錐形紙盒被稱為**正四角錐**，以三角形為底面的錐形紙盒被稱為**三角錐**，因為只有四個面，也被稱為**四面體**，如果每個面都是正三角形，被稱為**正四面體**。

7. 甜筒紙套的展開圖。

- (1) 請模仿圖 2 的畫法在圖 1 畫出紙套每面的邊。註：紙套側面的邊在哪裡呢？

- (2) 圖 3 是圖 2 的展開圖，這是將圖 2 的哪些邊剪開呢？

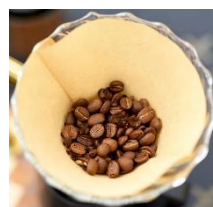
_____。



- (3) 手沖咖啡的濾紙和圖 3 很像，這是什麼形狀呢？

為什麼是圓弧形，而不是平平的三角形呢？

請拿紙張做實驗，剪出一個甜筒紙套或濾紙。



以圓形為底面的錐形紙套被稱為**圓錐**。

- (4) 甜筒紙套的大小影響著材料費，面積有多大，該怎麼計算呢？

也就是說，扇形面積怎麼算呢？

將小圓的半徑設為 r ，扇形的半徑設為 R ，

利用「小圓的_____ = 扇形的_____」， $2\pi r = 2\pi R \times \frac{\text{圓心角}}{360^\circ}$ ，算出角度。

- (5) 請利用 $r = 3$ ， $R = 12$ ，算出甜筒紙套的**表面積**。

註：立體圖形所有表面的面積之和被稱為**表面積**。

包裝的材料費來自於表面積，我們來算不同立體圖形的表面積！

2-3 表面積

立體圖形有柱體和錐體，

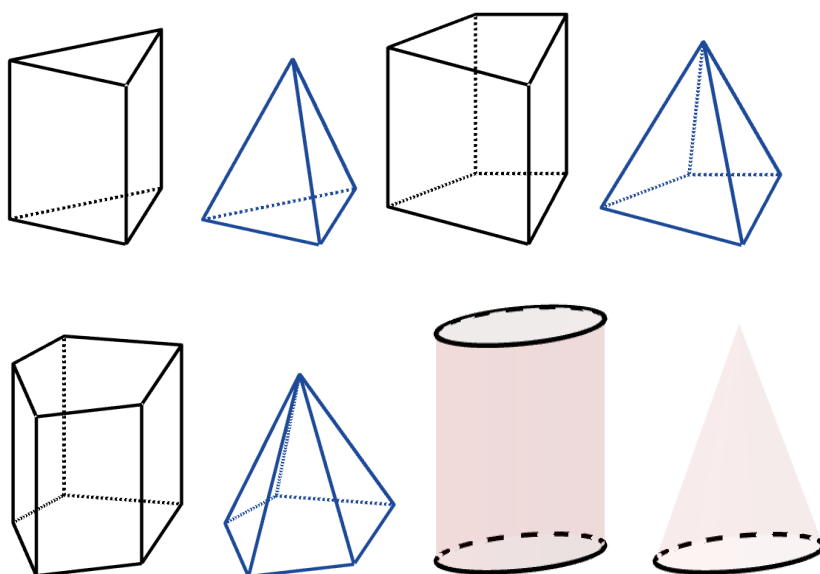
角柱部分，我們只討論每個側面都是矩形的直角柱，

角錐部分，我們只討論每個側面都是等腰三角形的直角錐，

圓柱部分，我們只討論側面和底面垂直的直圓柱，

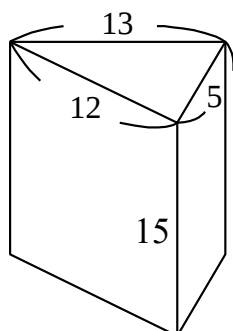
圓錐部分，我們只討論錐的頂點與底面圓心的連線垂直於底面的直圓錐，因此，以下所提之柱體和錐體都是直柱體和直錐體喔！

以下是部分立體圖形的透視圖。

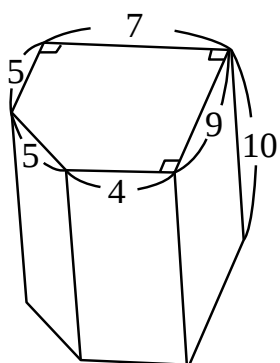


接下來，我們來練習算一下這樣的立體圖形的表面積！算表面積不一定要畫展開圖喔！

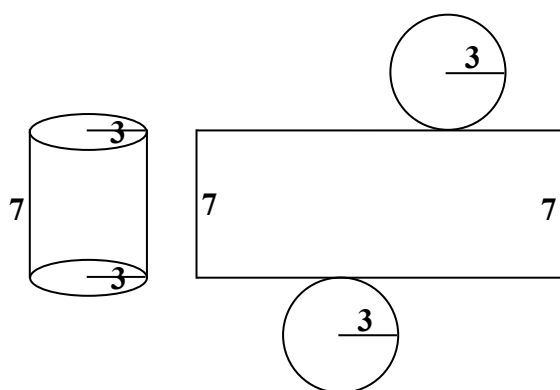
1. 請算出下面三角柱的表面積。



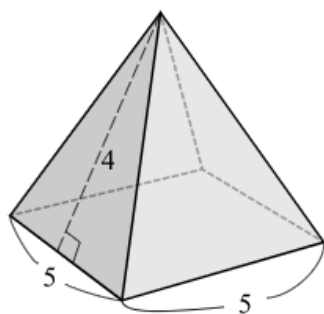
2. 請算出下面五角柱的表面積。



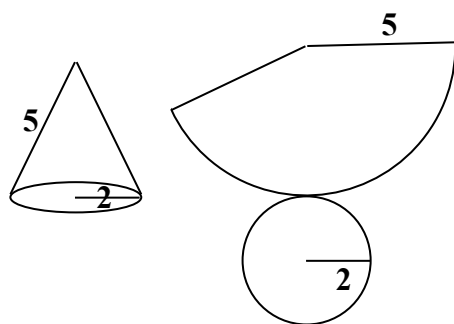
3. 請算出下面圓柱的表面積。



4. 請算出下面正四角錐的表面積。



5. 請算出下面圓錐的表面積。



算出表面積就可以估計紙盒的材料費，那，紙盒本身所占空間大小或是紙盒可以裝多少東西，就得計算體積和容積了！

2-4 體積

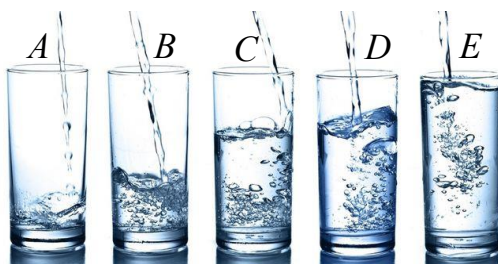
1. 5 人座的轎車和 9 人座的休旅車，可以乘坐的人數不同，車內的空間和車子的體型也就會有_____之別。



2. 做了 3 個布丁，哪個最大？☐左邊 ☐中間 ☐右邊。
怎麼判斷呢？_____。



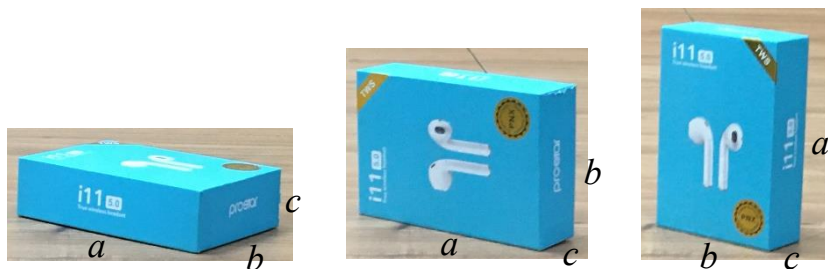
3. 下面哪個玻璃杯裝最多的水？☐A ☐B ☐C ☐D ☐E。
怎麼判斷呢？_____。



4. 下面哪個環保杯體積最大呢？☐A ☐B ☐C ☐D ☐E。
怎麼判斷呢？_____。



5. 使用長度 a 、 b 和 c 做出相同的長方體，可以透過選用不同的**底面積**，拉出不同的**高度**做出來，請標示出不同底面積所拉出來的長方體的高！



重點：柱體體積 = _____ $\times$ _____。

6. **體積=底面積 $\times$ 高**，右邊這疊鈔票和這疊書的體積，你會怎麼算？



底面積會是什麼？
高要從哪裡量到哪裡？

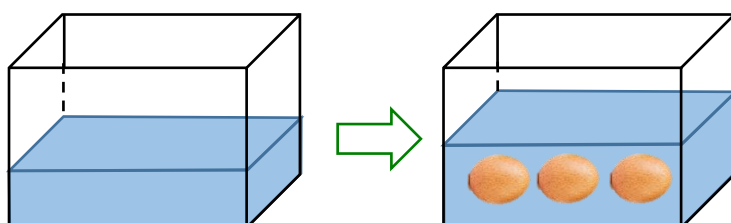
7. 泡好澡，人起身離開浴桶後，浴桶內的水位高度會_____。
原因是什麼？



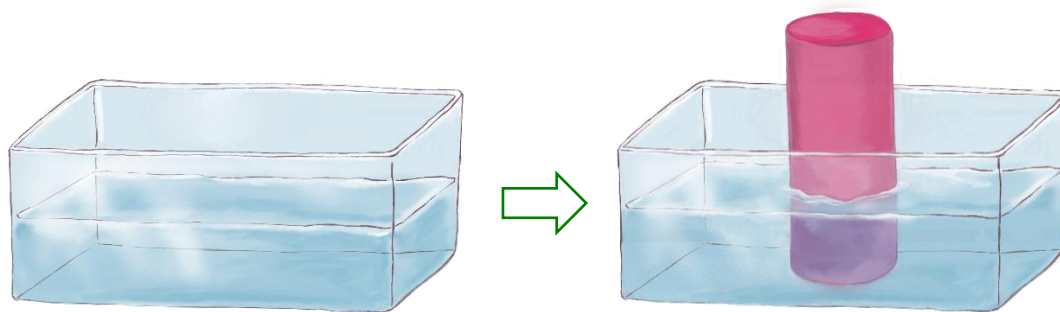
8. 拿橡皮擦放入裝滿水的玻璃杯之中，水會溢出來，溢出來的水的體積就是_____的體積。



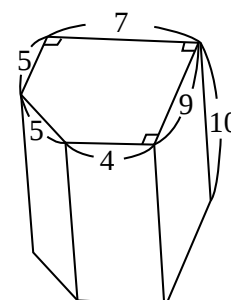
9. 裝水的容器中放入3顆雞蛋後，水位變高了，請在下面圖形中，利用水的體積畫出三顆雞蛋的體積大小。



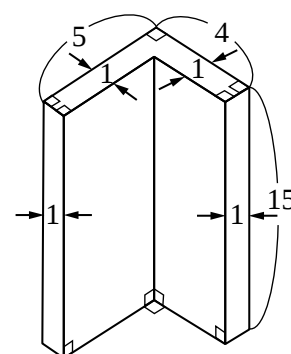
10. 請利用水的體積畫出浸在水面下的圓柱的體積！



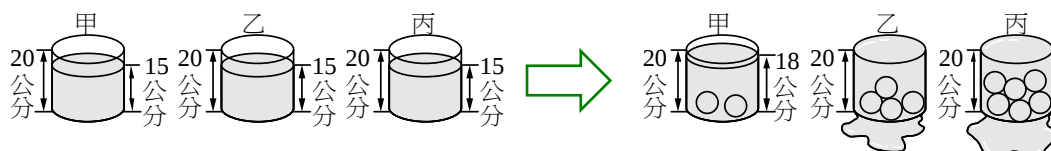
11. 如右圖，柱體的兩底面為全等的五邊形，側面均為與兩底面垂直的長方形。根據右圖的數據及符號，求此柱體體積為何？【基 95-2】



12. 右圖為一柱體，其中上、下兩個 L 型底面全等，且側面皆與底面垂直。根據圖中的數據，求此柱體的體積為何？【基 94-2】



13. 如圖(一)，有甲、乙、丙三個大小相同的圓柱形杯子，杯深 20 公分，且各裝有 15 公分高的水。如圖(二)，將大小相同的彈珠丟入三個杯中(甲杯 2 顆，乙杯 4 顆，丙杯 6 顆)，結果甲杯水位上升到 18 公分，乙、丙兩杯水滿溢出。求丙溢出的水量是乙溢出的幾倍？

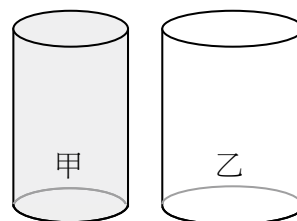


圖(一)

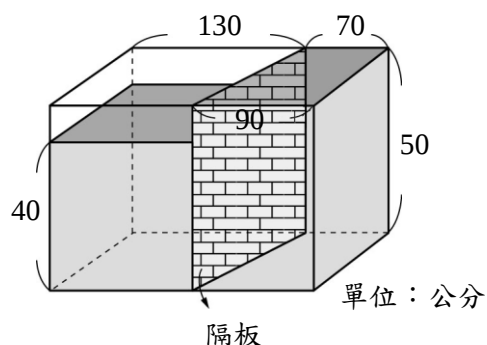
圖(二)

【基 98-2】

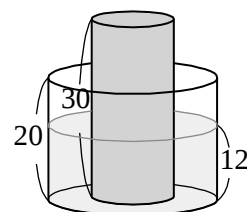
14. 如圖，在水平桌面上有甲、乙兩個內部呈圓柱形的容器，內部底面積分別為 80cm^2 、 100cm^2 ，且甲容器裝滿水，乙容器是空的。若將甲中的水全部倒入乙中，則此時乙中的水位高度會比原先甲的水位高度低了 8cm ，求甲的容積為何？【基 98-1】



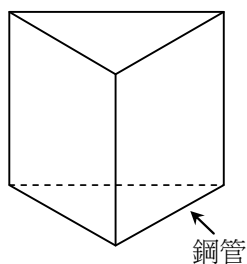
15. 如圖，水平桌面上有個內部裝水的長方體箱子，箱內有一個與底面垂直的隔板，且隔板左右兩側的水面高度分別為 40 公分、50 公分。今將隔板抽出，若過程中箱內的水量未改變，且不計箱子及隔板厚度，則根據圖中的數據，求隔板抽出後水面靜止時，箱內的水面高度為多少公分？【會 106】



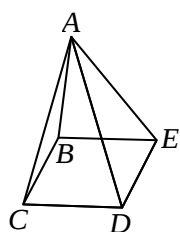
16. 如圖，有一內部裝有水的直圓柱形水桶，桶高 20 公分；另有一直圓柱形的實心鐵柱，柱高 30 公分，直立放置於水桶底面上，水桶內的水面高度為 12 公分，且水桶與鐵柱的底面半徑比為 2：1。今小賢將鐵柱移至水桶外部，過程中水桶內的水量未改變，若不計水桶厚度，則水桶內的水面高度變為多少公分？【會 105】



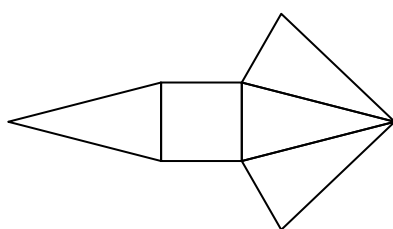
17. 阿俊拼裝完成了直角柱形的燈架，如圖所示。他共用了 9 支鋼管，其中 30 公分長的有 4 支，40 公分長的有 3 支，50 公分長的有 2 支。請問此燈架的三角形底面三邊長分別為多少？【基 91-1】



18. 將圖(一)的正四角錐 $ABCDE$ 沿著其中的四個邊剪開後，形成的展開圖為圖(二)。請利用下圖判斷剪開的四個邊是哪四個邊？

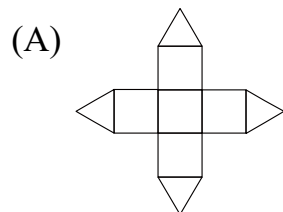


圖(一)

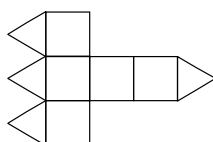


圖(二)

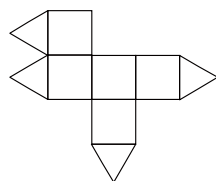
19. 若下列只有一個圖形不是右圖的展開圖，則此圖為何？



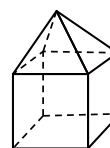
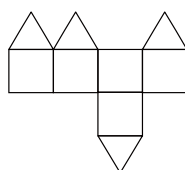
(B)



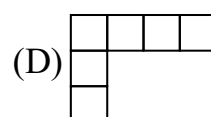
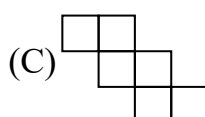
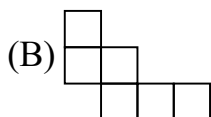
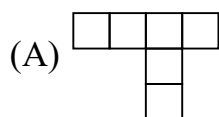
(C)



(D)

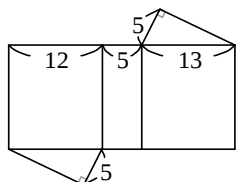


20. 下列各圖皆由相同大小的正方形所構成，請問下列哪一個選項是正方體的展開圖？【基 90-2】

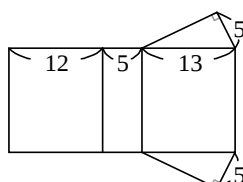


21. 圖(三)為一直角柱，其底面是三邊長為5、12、13的直角三角形。若下列選項中的圖形均由三個矩形與兩個直角三角形組合而成，且其中一個為圖(三)的直角柱的展開圖，則根據圖形中標示的邊長與直角記號判斷，此展開圖為何？【會 107】

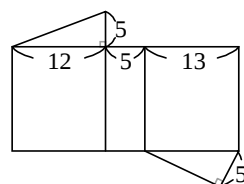
(A)



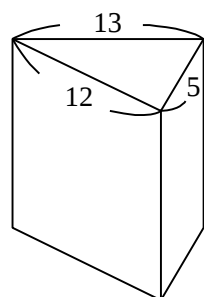
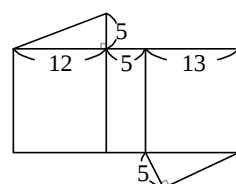
(B)



(C)



(D)

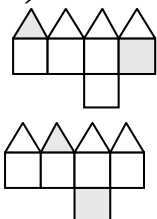


圖(三)

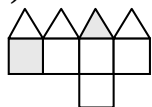
22. 圖(四)是由白色紙板拼成的立體圖形，將此立體圖形中的兩面塗上顏色，如圖(五)所示。下列四個圖形中哪一個是圖(五)的展開圖？

【基 92-1】

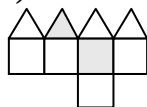
(A)



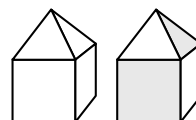
(B)



(C)



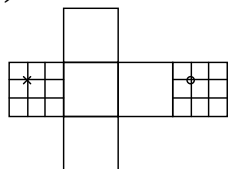
(D)



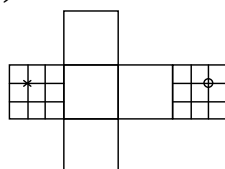
圖(四) 圖(五)

23. 將下圖正方體的相鄰兩面上各畫分成九個全等的小正方形，並分別標上○、×兩符號。若下列有一圖形為此正方體的展開圖，則此圖為何？【基 99-2】

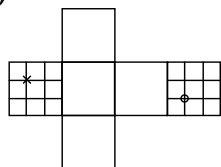
(A)



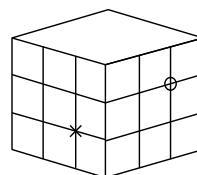
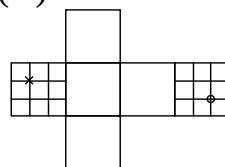
(B)



(C)

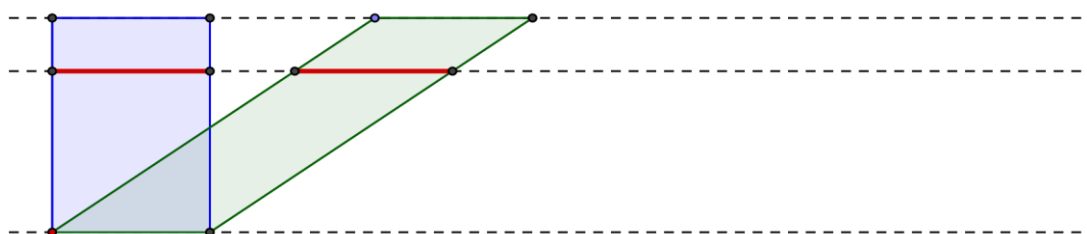


(D)

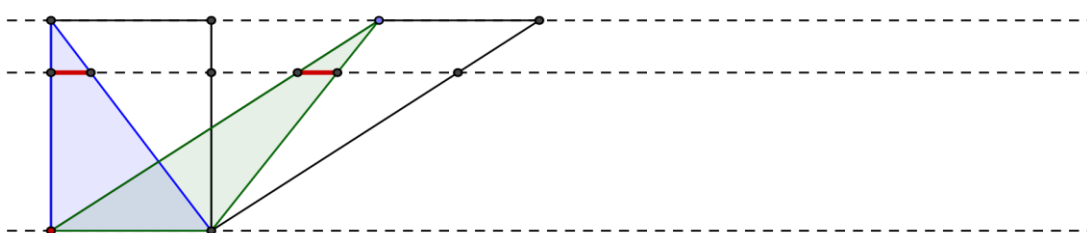


24. 把下面的圖形推斜，自己再畫一個推得更斜的圖形，觀察一下面積或體積的大小會不會改變？請在空格中填入>、<或=。

(1) 左邊藍色長方形的面積___右邊綠色平行四邊形的面積。



(2) 左邊藍色三角形的面積___右邊綠色三角形的面積。



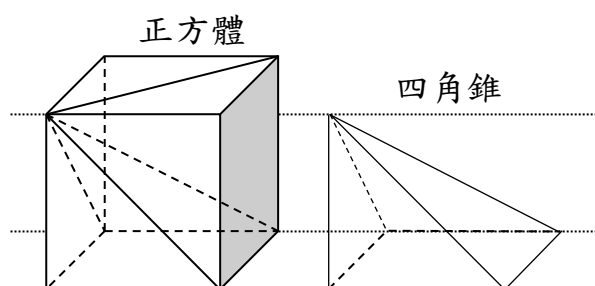
(3) 左邊藍色長方體的體積___右邊綠色平行六面體的體積。



(4) 左邊藍色四角錐的體積___右邊綠色四角錐的體積。



25. 下面這個每個面都是正方形的正方體橡皮擦，可以分割出幾個底面是正方形的四角錐呢？☐3 個 ☐4 個 ☐5 個 ☐6 個。



CA 影片

