

2-3 畢氏定理

1.畢氏定理

2.平面上兩點的距離

1 畢氏定理 對應能力指標 8-s-08、8-a-05

國小時學過，三角形中若有一個內角是直角（ 90° ），這樣的三角形就是直角三角形，其中直角所對的邊稱為**斜邊**，其餘兩個邊稱為**股**。如圖 2-11，我們平常使用的三角板，都有一個角是直角，因此都是直角三角形。

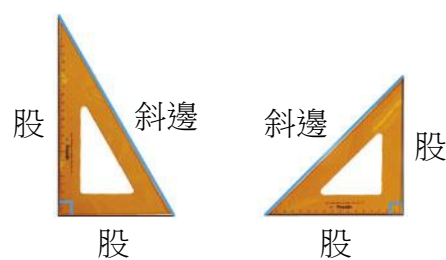


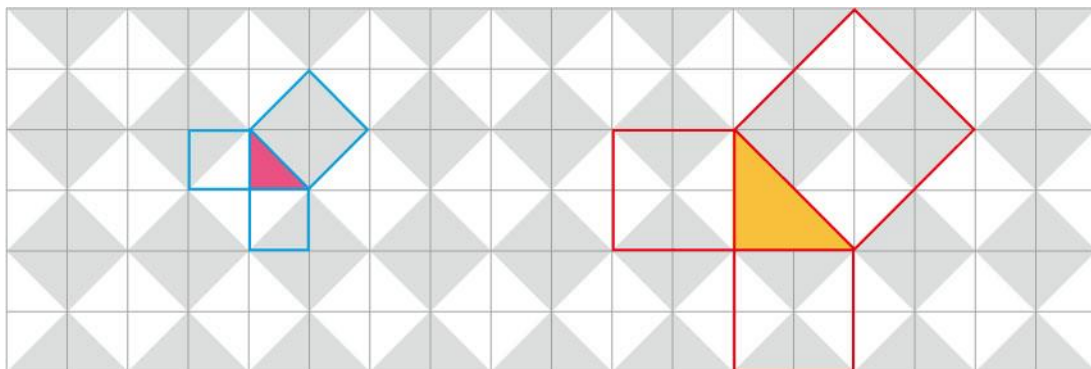
圖 2-11



相傳古希臘數學家畢達哥拉斯（Pythagoras，約西元前 569 年—西元前 489 年）在一次宴會中，一直注視著地上相同的等腰直角三角形黑白磚，心想：「一定有某種奇妙的關係存在於這黑白地磚中。」「哇！真巧！大正方形面積等於兩個小正方形面積相加！」想到這裡，他興奮地跳了起來，……。你看得出來畢達哥拉斯的發現嗎？

P94

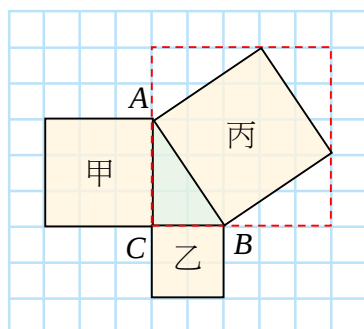
原來畢達哥拉斯看到等腰直角三角形中，以兩股為邊長的兩個正方形面積和等於以斜邊為邊長的正方形面積。



如果不是等腰的直角三角形，這種關係仍然成立嗎？

探索活動 畢氏定理

圖中每個小方格的邊長都是 1，且直角三角形 ABC 的兩股分別為 2 與 3。



(1) 如圖，正方形甲與正方形乙的面積分別為何？

正方形甲的面積為 9，正方形乙的面積為 4。

(2) 如圖，丙是一個正方形，其面積為何？ 正方形丙的面積為 13。

(3) 比較正方形甲與正方形乙的面積和是否等於正方形丙的面積？ 是。

從探索活動可以發現：不是等腰的直角三角形時，以兩股為邊長的兩個正方形面積和也等於以斜邊為邊長的正方形面積。

P95

進一步說明，比較左右兩個邊長均為 $a+b$ 的正方形，如圖 2-12、2-13。
（可搭配附件 1 操作）

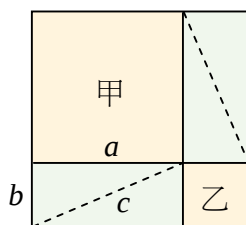


圖 2-12

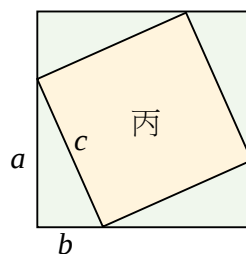


圖 2-13

圖 2-12、2-13 中，甲、乙、丙三個正方形的邊長，分別為直角三角形的三邊長。當兩邊同時拿掉四個相同的直角三角形後，即可得

正方形甲的面積 + 正方形乙的面積 = 正方形丙的面積

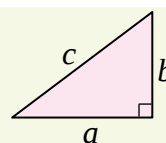
$$a^2 + b^2 = c^2$$

因此在直角三角形中可得到：

以兩股為邊長的兩個正方形面積和等於以斜邊為邊長的正方形面積。

畢氏定理（畢達哥拉斯定理）

任意一個直角三角形，
其兩股長的平方和等於斜邊長的平方，即 $a^2 + b^2 = c^2$ 。



補給站 畢氏定理的其他名稱

中國古時稱直角三角形的斜邊為「弦」，直角的兩邊稱為「勾」和「股」，因此畢氏定理也稱為勾股定理或勾股弦定理。

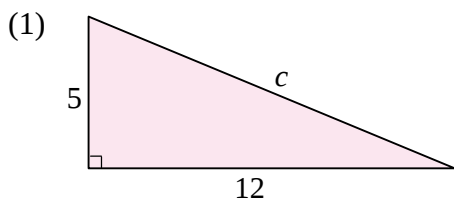
西元前二世紀，古希臘學者阿波羅多羅斯（Apollodorus）在《希臘編年史》中提到：畢達哥拉斯的門徒為了慶祝發現畢氏定理，於是宰了一百頭牛，祭祀神話中掌管文學、藝術、科學等的繆思（Muses）女神，以酬謝神的啟示，這就是著名的百牛大祭，所以也有人將畢氏定理稱為百牛定理。

P96

接下來，將應用畢氏定理計算直角三角形的邊長。

例題 1 斜邊長的計算 配合習作 P31 基礎題 1

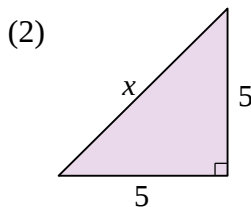
已知下列各直角三角形的兩股長，求斜邊的長。

**解**

(1) 由畢氏定理知：

$$\begin{aligned} c^2 &= 5^2 + 12^2 \\ &= 25 + 144 \\ &= 169 \end{aligned}$$

因為 $c > 0$ ，故得 $c = 13$ 。

**解**

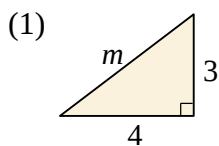
(2) 由畢氏定理知：

$$\begin{aligned} x^2 &= 5^2 + 5^2 \\ &= 25 + 25 \\ &= 50 \end{aligned}$$

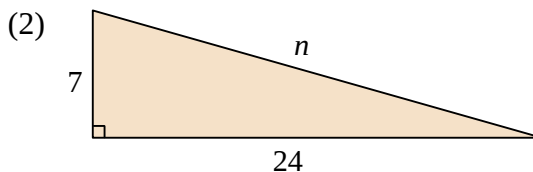
因為 $x > 0$ ，故得 $x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ 。

隨堂練習

已知下列各直角三角形的兩股長，求斜邊的長。

**解**

$$\begin{aligned} m^2 &= 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \\ \text{因為 } m > 0, \text{ 故得 } m &= 5. \end{aligned}$$

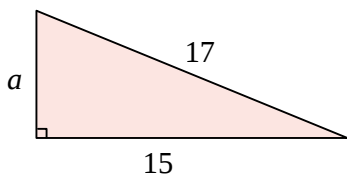
**解**

$$\begin{aligned} n^2 &= 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 \\ \text{因為 } n > 0, \text{ 故得 } n &= 25. \end{aligned}$$

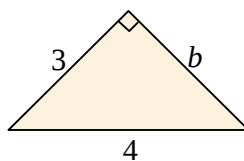
P97**例題 2** 股長的計算 配合習作 P31 基礎題 1

已知下列各直角三角形一股與斜邊的長，求另一股的長。

(1)



(2)

**解**

(1) 由畢氏定理知：

$$a^2 + 15^2 = 17^2$$

$$\text{得 } a^2 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64$$

因為 $a > 0$ ，故得 $a = 8$ 。

解

(2) 由畢氏定理知：

$$3^2 + b^2 = 4^2$$

$$\text{得 } b^2 = 4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$$

因為 $b > 0$ ，故得 $b = \sqrt{7}$ 。

隨堂練習

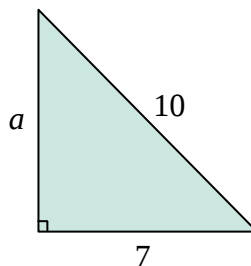
1. 如圖，直角三角形的斜邊長為 10，一股長為 7，求另一股的長。

解

$$a^2 + 7^2 = 10^2$$

$$a^2 = 10^2 - 7^2 = 51$$

因為 $a > 0$ ，故得 $a = \sqrt{51}$ 。



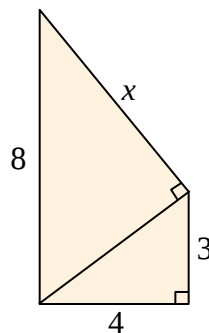
2. 求圖中 x 的值。

解

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$x^2 = 8^2 - 5^2 = 39$$

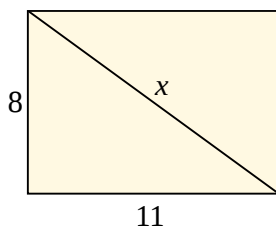
因為 $x > 0$ ，故得 $x = \sqrt{39}$ 。



P98

例題 3 長方形的邊與對角線 配合習作 P31 基礎題 2

1. 求長方形的對角線長。



解

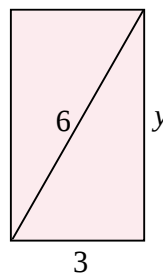
(1) 由畢氏定理知：

$$x^2 = 8^2 + 11^2 = 64 + 121 = 185$$

因為 $x > 0$ ，故得 $x = \sqrt{185}$

所以對角線長為 $\sqrt{185}$ 。

2. 求長方形的另一邊長。



解

(2) 由畢氏定理知：

$$y^2 + 3^2 = 6^2$$

$$\text{得 } y^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$$

因為 $y > 0$ ，故得 $y = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

所以另一邊長為 $3\sqrt{3}$ 。

隨堂練習

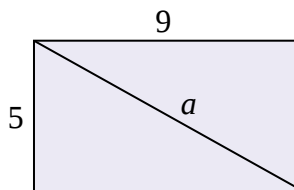
1. 求長方形的對角線長。

解

$$a^2 = 5^2 + 9^2 = 25 + 81 = 106$$

因為 $a > 0$ ，故得 $a = \sqrt{106}$

所以對角線長為 $\sqrt{106}$ 。



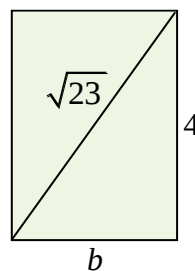
2. 求長方形的另一邊長。

解

$$b^2 = (\sqrt{23})^2 - 4^2 = 23 - 16 = 7$$

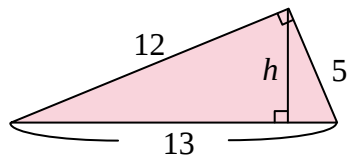
因為 $b > 0$ ，故得 $b = \sqrt{7}$

所以另一邊長為 $\sqrt{7}$ 。



P99**例題 4** 斜邊上的高 配合習作 P32 基礎題 3

如圖，直角三角形的三邊長分別為 5，12，13，
求斜邊上的高 h 。

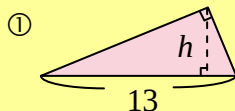
**解**

由三角形的面積公式知：

$$\frac{1}{2} \times 13 \times h = \frac{1}{2} \times 5 \times 12$$

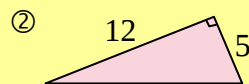
$$h = \frac{5 \times 12}{13} = \frac{60}{13}$$

所以斜邊上的高為 $\frac{60}{13}$ 。



三角形的面積

$$= \frac{1}{2} \times 13 \times h$$



三角形的面積

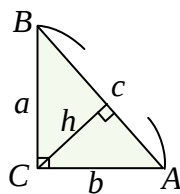
$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 12$$

由①、②知

$$\frac{1}{2} \times 13 \times h = \frac{1}{2} \times 5 \times 12$$

直角 $\triangle ABC$ 的兩股長為 a 、 b ，斜邊長為 c ，斜邊上的高為 h ，
則 $\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times c \times h = \frac{1}{2} \times a \times b$ ，所以 $c \times h = a \times b$ ，因此

斜邊上的高 $h = \frac{a \times b}{c}$ ，即直角三角形斜邊上的高 $= \frac{\text{兩股乘積}}{\text{斜邊}}$ 。

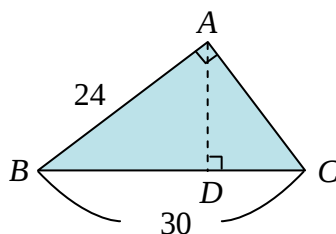
**隨堂練習**

如圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD}$ 為斜邊上的高，

且 $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{BC} = 30$ ，求：

(1) $\overline{AC}$ 的長。

(2) $\overline{AD}$ 的長。

**解**

$$(1) \overline{AC}^2 + 24^2 = 30^2$$

$$\overline{AC}^2 = 30^2 - 24^2 = 324$$

因為 $\overline{AC} > 0$ ，故得 $\overline{AC} = 18$ 。

(2) $\overline{AD}$ 為直角三角形斜邊上的高，

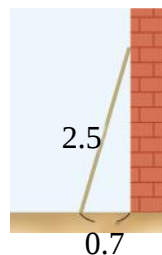
$$\overline{AD} = \frac{18 \times 24}{30} = \frac{72}{5}$$

P100**例題 5** 畢氏定理的應用

如圖，翰翰把長 2.5 公尺的梯子放在離牆腳 0.7 公尺處。

(1) 梯頂離地面多少公尺？

(2) 如果翰翰覺得梯子架得太高了，想要降低 0.4 公尺，
則應將梯腳放在離牆腳幾公尺處？

**解**

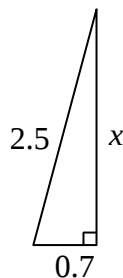
(1) 設梯頂離地面 x 公尺，由畢氏定理知：

$$(0.7)^2 + x^2 = (2.5)^2$$

$$x^2 = (2.5)^2 - (0.7)^2 = 5.76$$

因為 $x > 0$ ，故得 $x = 2.4$ 。

所以梯頂離地面 2.4 公尺。



梯子、地面與
牆壁圍成直
角三角形。

(2) 原本梯頂離地面 2.4 公尺，降低 0.4 公尺後，

梯頂離地面 $2.4 - 0.4 = 2$ (公尺)。

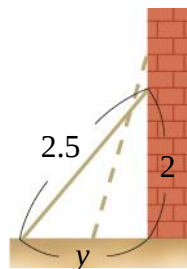
設此時梯腳離牆腳 y 公尺，由畢氏定理知：

$$y^2 + 2^2 = (2.5)^2$$

$$y^2 = (2.5)^2 - 2^2 = 2.25$$

因為 $y > 0$ ，故得 $y = 1.5$ 。

所以梯腳離牆腳 1.5 公尺。

**隨堂練習**

實驗室有一個直圓柱體的杯子，上方杯蓋中央有一小孔，將一支長 20 公分的玻棒從中央小孔插入杯中底部邊緣，杯子底圓半徑 5 公分，高度 12 公分。如圖所示，玻棒露出杯口外的長度為多少公分？
(不考慮玻棒的粗細)

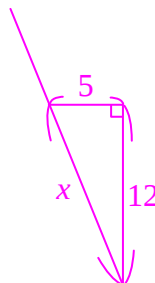
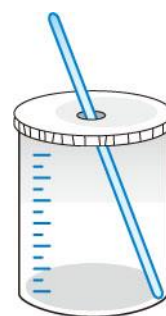
解

設吸管從杯蓋中心點到杯底的距離為 x 公分

$$x^2 = 5^2 + 12^2 = 169$$

因為 $x > 0$ ，故得 $x = 13$

所以吸管露出杯口外的長度 $= 20 - 13 = 7$ (公分)



P101**例題 6** 長方體的對角線 配合習作 P32 基礎題 4

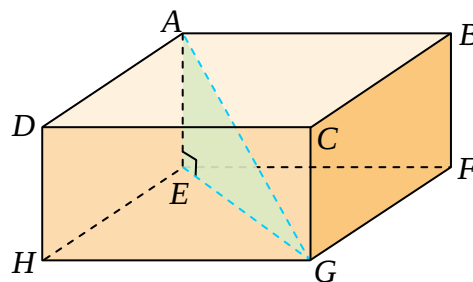
右圖為一個長方體， $\overline{AB} = 8$ 公分，

$\overline{AD} = 6$ 公分， $\overline{DH} = 4$ 公分，則：

(可搭配附件 2 操作)

(1) $\overline{EG}$ 的長是多少公分？

(2) $\overline{AG}$ 的長是多少公分？

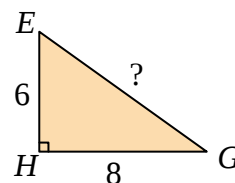
**解**

(1) 因為 $\overline{HE}$ 和 $\overline{HG}$ 垂直，所以 $\triangle EHG$ 為直角三角形，

由畢氏定理知： $\overline{EG}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

$$\overline{EG} = 10$$

所以 $\overline{EG}$ 的長為 10 公分。

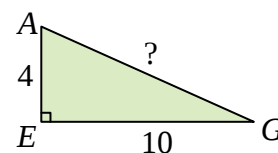


(2) 因為 $\overline{AE}$ 和 $\overline{EG}$ 垂直，所以 $\triangle AEG$ 為直角三角形，

由畢氏定理知： $\overline{AG}^2 = 4^2 + 10^2 = 116$

$$\overline{AG} = \sqrt{116} = 2\sqrt{29}$$

所以 $\overline{AG}$ 的長為 $2\sqrt{29}$ 公分。

**隨堂練習**

右圖為邊長 4 公分的正方體，則：

(1) $\overline{EG}$ 的長是多少公分？

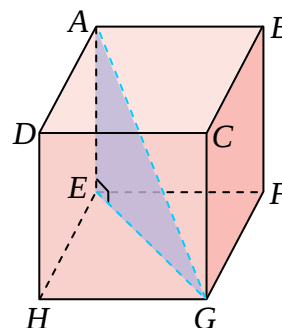
解

$$\overline{EG} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \text{ (公分)}$$

(2) $\overline{AG}$ 的長是多少公分？

解

$$\overline{AG} = \sqrt{4^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ (公分)}$$



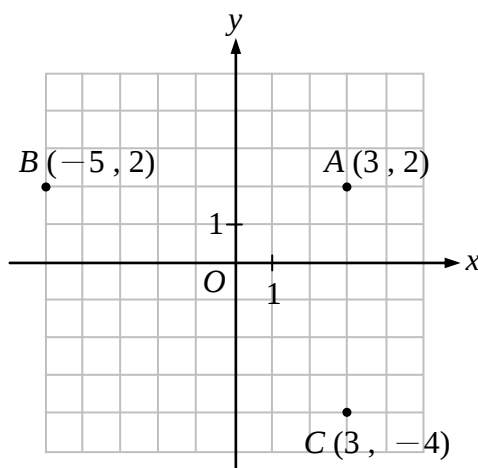
P102**2 平面上兩點的距離** 對應能力指標 8-s-09、8-a-05

七年級時曾經學過，數線上 $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點的距離為 $\overline{AB} = |a - b|$ ，在坐標平面上，水平線或鉛垂線上的兩點也可以用「數線上兩點間的距離」計算。

例題 7 水平線或鉛垂線上兩點的距離

如圖，已知坐標平面上 $A(3, 2)$ 、 $B(-5, 2)$ 、 $C(3, -4)$ 三點，求：

- (1) $\overline{AB}$ 的長。
- (2) $\overline{AC}$ 的長。

**解**

- (1) $\overline{AB} = |3 - (-5)| = 8$ 。
- (2) $\overline{AC} = |2 - (-4)| = 6$ 。

隨堂練習

如圖，已知坐標平面上 $C(1, -4)$ 、 $D(1, 3)$ 、 $E(-2, 3)$ 三點，求：

- (1) $\overline{CD}$ 的長。

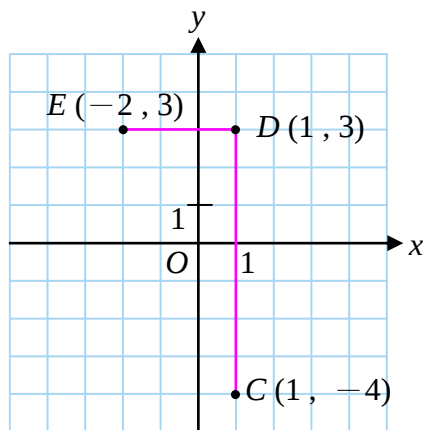
解

$$\overline{CD} = |-4 - 3| = 7$$

- (2) $\overline{DE}$ 的長。

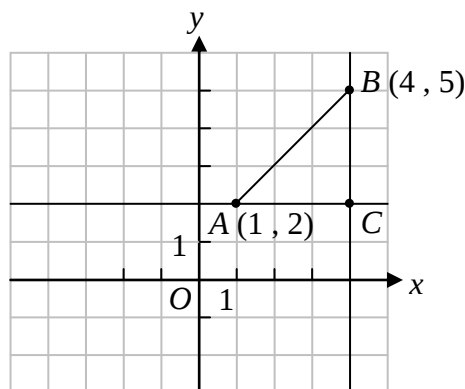
解

$$\overline{DE} = |1 - (-2)| = 3$$



P103**例題 8** 平面上兩點的距離

如圖，已知坐標平面上 $A(1, 2)$ 、 $B(4, 5)$ 兩點，過 A 點作平行 x 軸的水平線，過 B 點作平行 y 軸的鉛垂線，兩直線相交於 C 點，求：



(1) C 點的坐標。

(2) $\overline{AB}$ 的長。

解

(1) 因為 A 、 C 兩點都在平行 x 軸的水平線上，所以 C 點的 y 坐標為 2。

因為 B 、 C 兩點都在平行 y 軸的鉛垂線上，所以 C 點的 x 坐標為 4。

故 C 點的坐標為 $(4, 2)$ 。

(2) A 、 B 、 C 三點可形成直角三角形，其中

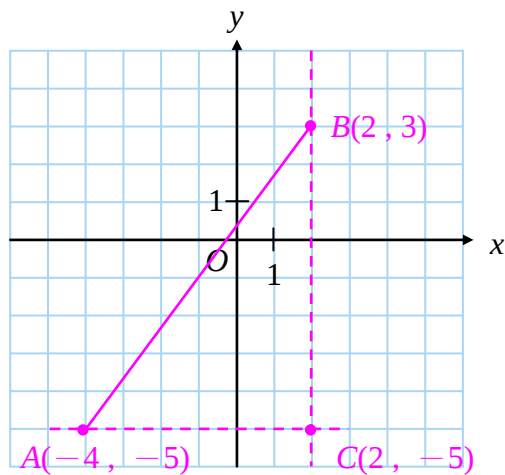
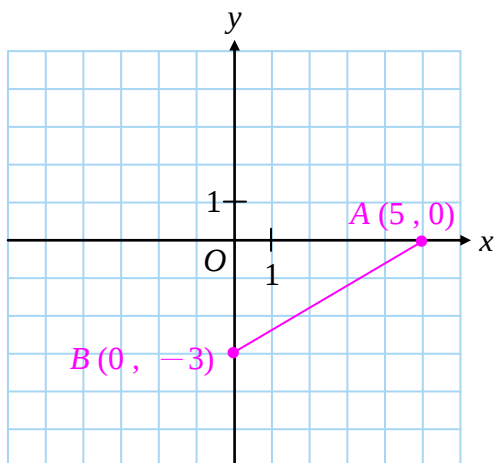
$$\overline{AC} = |4 - 1| = 3, \quad \overline{BC} = |5 - 2| = 3,$$

由畢氏定理知： $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 3^2 + 3^2 = 18$ ，所以 $\overline{AB} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 。

隨堂練習

1. 在坐標平面上標出 $A(5, 0)$ 、 $B(0, -3)$ 兩點，並求出 $\overline{AB}$ 的長。

2. 在坐標平面上標出 $A(-4, -5)$ 、 $B(2, 3)$ 兩點，並求出 $\overline{AB}$ 的長。

**解**

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2 \\ &= 5^2 + 3^2 \\ &= 34\end{aligned}$$

因為 $\overline{AB} > 0$ ，所以 $\overline{AB} = \sqrt{34}$ 。

解

過 B 點作平行 y 軸的鉛垂線，
過 A 點作平行 x 軸的水平線，
兩線交於 $C(2, -5)$ ，
且 $\triangle ABC$ 為直角三角形。

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

因為 $\overline{AB} > 0$ ，所以 $\overline{AB} = 10$ 。

P104

如圖 2-14 所示，坐標平面上 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 兩點，過 A 、 B 兩點分別作鉛垂線與水平線，得到交點 C ，則 $\overline{BC} = |x_2 - x_1|$ ， $\overline{AC} = |y_2 - y_1|$ 。

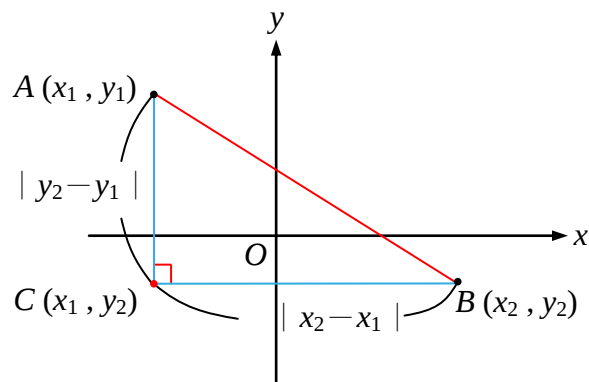


圖 2-14

由畢氏定理知：

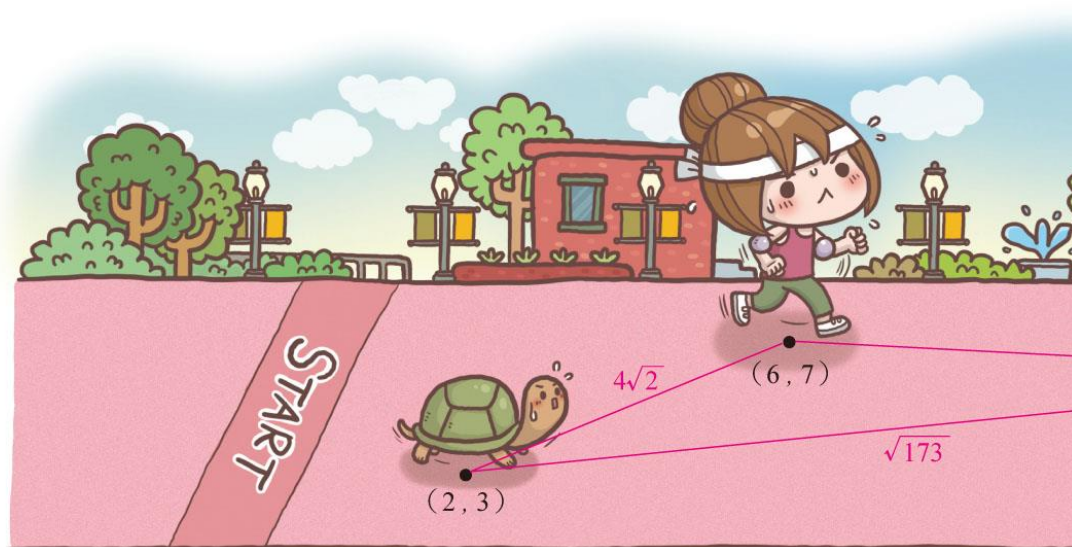
$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 = |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}。$$

兩點距離

坐標平面上兩點 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 的距離為

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



P105**例題 9** 兩點距離 配合習作 P32 基礎題 5

已知坐標平面上 $A(2, 1)$ 、 $B(-4, 9)$ 兩點，求 $\overline{AB}$ 的長。

解

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(-4-2)^2 + (9-1)^2} \\ &= \sqrt{(-6)^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10\end{aligned}$$

隨堂練習

1. 已知坐標平面上 $A(0, 0)$ 、 $B(-7, -24)$ 兩點，求 $\overline{AB}$ 的長。

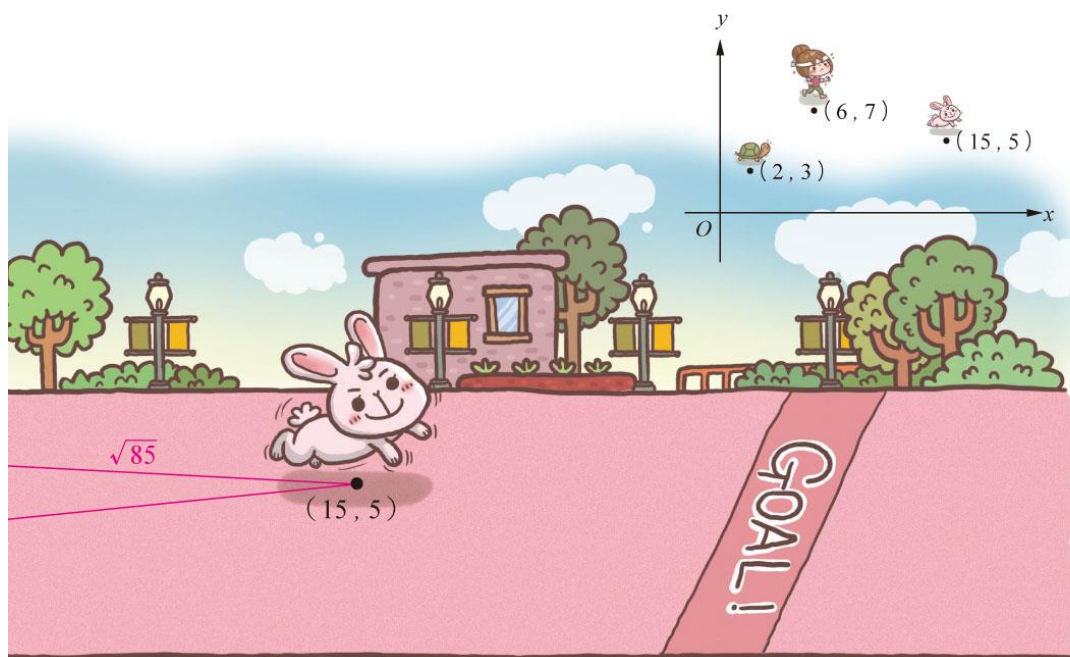
解

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{[0-(-7)]^2 + [0-(-24)]^2} \\ &= \sqrt{7^2 + 24^2} \\ &= \sqrt{625} = 25\end{aligned}$$

2. 已知坐標平面上 $C(-2, 0)$ 、 $D(-7, 13)$ 兩點，求 $\overline{CD}$ 的長。

解

$$\begin{aligned}\overline{CD} &= \sqrt{[(-2)-(-7)]^2 + (0-13)^2} \\ &= \sqrt{5^2 + (-13)^2} \\ &= \sqrt{194}\end{aligned}$$



2-3 重點回顧

① 畢氏定理：

(1) 任意一個直角三角形，其兩股長的平方和等於斜邊長的平方。

例 某一直角三角形的兩股長為 3、5，則斜邊長 $= \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$ 。

(2) 已知一個直角三角形兩邊的長度，可利用畢氏定理求出第三邊的長度。

例 某一直角三角形的斜邊長為 5，一股長為 3，

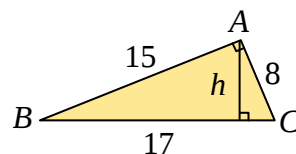
則另一股長 $= \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$ 。

② 直角三角形斜邊上的高：

直角三角形斜邊上的高 $= \frac{\text{兩股乘積}}{\text{斜邊}}$ 。

例 如圖，直角三角形 ABC 的三邊長分別為 8、15、17，

則斜邊上的高 $h = \frac{8 \times 15}{17} = \frac{120}{17}$ 。



③ 兩點距離：

坐標平面上兩點 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 的距離為

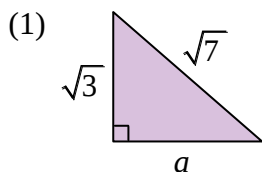
$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}。$$

例 已知坐標平面上 $A(2, 5)$ 、 $B(-1, 9)$ 兩點，

則 $\overline{AB} = \sqrt{(-1-2)^2 + (9-5)^2} = \sqrt{25} = 5$ 。

P107**2-3 自我評量**

1. 利用畢氏定理計算下列各圖形未知的邊長或對角線長：

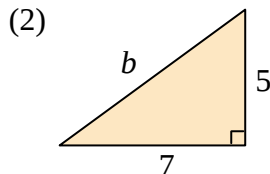


課 P97 例 2

解

$$a^2 = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2 = 7 - 3 = 4$$

因為 $a > 0$ ，所以 $a = 2$ 。

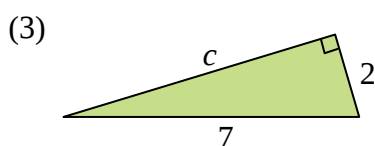


課 P96 例 1

解

$$b^2 = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$$

因為 $b > 0$ ，所以 $b = \sqrt{74}$ 。

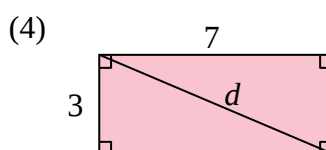


課 P97 例 2

解

$$c^2 = 7^2 - 2^2 = 49 - 4 = 45$$

因為 $c > 0$ ，所以 $c = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ 。

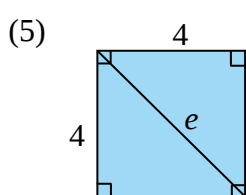


課 P98 例 3

解

$$d^2 = 3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$$

因為 $d > 0$ ，所以 $d = \sqrt{58}$ 。

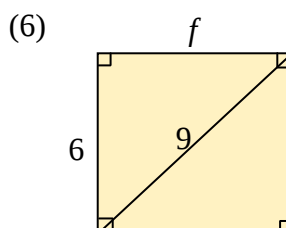


課 P98 例 3

解

$$e^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$$

因為 $e > 0$ ，所以 $e = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ 。



課 P98 例 3

解

$$f^2 = 9^2 - 6^2 = 81 - 36 = 45$$

因為 $f > 0$ ，所以 $f = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ 。

2. 已知一個直角三角形的斜邊長為 41，一股長為 40，求另一股長。 課 P97 例 2

解

設另一股的長為 x ，則

$$x^2 = 41^2 - 40^2 = 1681 - 1600 = 81$$

因為 $x > 0$ ，故得 $x = \sqrt{81} = 9$



答：9。

P108

3. 已知一個直角三角形的兩邊長分別為 3、4，則第三邊的長可以是哪些數值？

課 P96~97 例 1~2

解

設第三邊的長為 x ，

① 若第三邊為斜邊，則由畢氏定理知

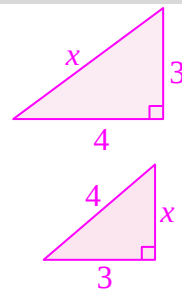
$$x^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

因為 $x > 0$ ，故得 $x = 5$ 。

② 若第三邊不為斜邊，則由畢氏定理知 $x^2 + 3^2 = 4^2$ ，得

$$x^2 = 4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$$

因為 $x > 0$ ，故得 $x = \sqrt{7}$ 。



答：5 或 $\sqrt{7}$ 。

4. 已知一個直角三角形的兩股長分別為 $\sqrt{11}$ 、5，求：

課 P99 例 4

(1) 斜邊長。

(2) 斜邊上的高。

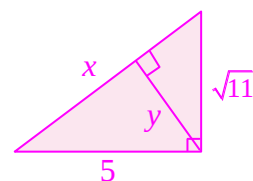
解

(1) 設斜邊長為 x ，由畢氏定理知

$$x^2 = (\sqrt{11})^2 + 5^2 = 11 + 25 = 36, \text{ 因為 } x > 0, \text{ 故得 } x = 6.$$

(2) 設斜邊上的高為 y ，

$$y = \frac{5 \times \sqrt{11}}{6} = \frac{5\sqrt{11}}{6}$$



答：(1) 6 (2) $\frac{5\sqrt{11}}{6}$ 。

5. 如右圖， O 點為數線上的原點， A 點的坐標為 1，在直角三角形 OAB 與直角三角形 OBC 中， $\overline{AB} = \overline{BC} = 1$ ，若數線上有一點 D ，且 $\overline{OD} = \overline{OC}$ ，則 D 點的坐標為何？

課 P100 例 5

解

$$\overline{OB}^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

因為 $\overline{OB} > 0$ ，所以 $\overline{OB} = \sqrt{2}$

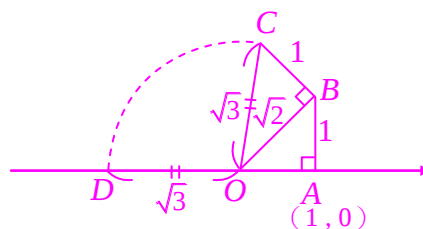
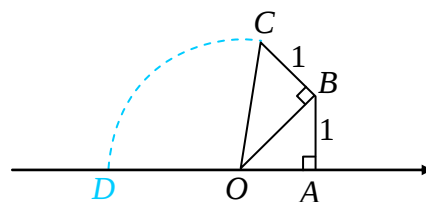
$$\overline{OC}^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 = 3$$

因為 $\overline{OC} > 0$ ，所以 $\overline{OC} = \sqrt{3}$

由題目知 $\overline{OD} = \overline{OC} = \sqrt{3}$

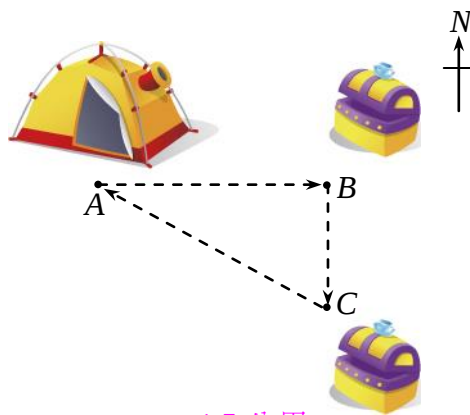
故 D 點坐標為 $(-\sqrt{3})$

答： $D(-\sqrt{3})$ 。



P109

6. 虎克船長在無人島上埋藏寶藏，他先在A地紮營，然後向東走 1.5 公里到達B地，藏了第一批珠寶；再由B地向南走 0.8 公里到達C地，藏了第二批珠寶；之後，虎克船長由C地走直線回到A地。虎克船長共走了多少公里？ 課 P100 例 5

**解**

$$\overline{AB} = 1.5, \overline{BC} = 0.8$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 1.5^2 + 0.8^2 = 2.25 + 0.64 = 2.89$$

因為 $\overline{AC} > 0$ ，所以 $\overline{AC} = \sqrt{2.89} = 1.7$ 。

虎克船長共走了

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 1.5 + 0.8 + 1.7 = 4$$

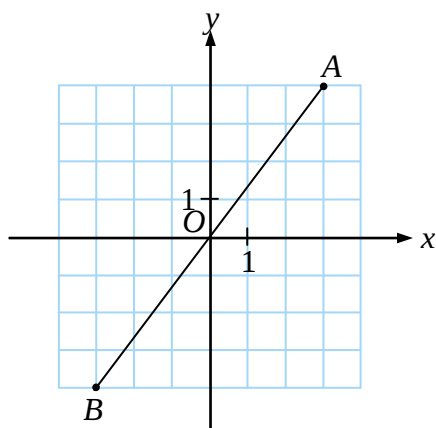


答：4 公里。

7. 求下列各坐標平面上兩點的距離：

課 P103 例 8

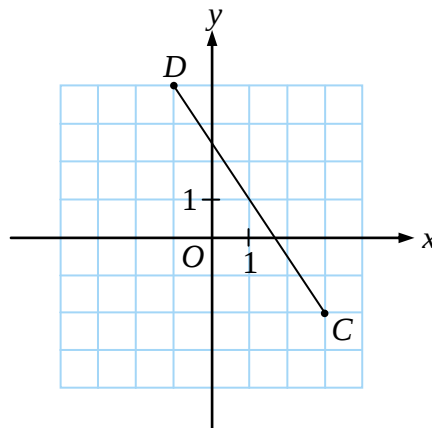
(1)

**解**

$$A(3, 4), B(-3, -4)$$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{[3 - (-3)]^2 + [4 - (-4)]^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10\end{aligned}$$

(2)

**解**

$$C(3, -2), D(-1, 4)$$

$$\begin{aligned}\overline{CD} &= \sqrt{[3 - (-1)]^2 + [(-2) - 4]^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}\end{aligned}$$

8. 求下列各小題中，坐標平面上兩點的距離：

課 P105 例 9

(1) $A(1, 1), B(2, 3)$

解

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(1-2)^2 + (1-3)^2} \\ &= \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{5}\end{aligned}$$

(2) $C(2, -1), D(5, 3)$

解

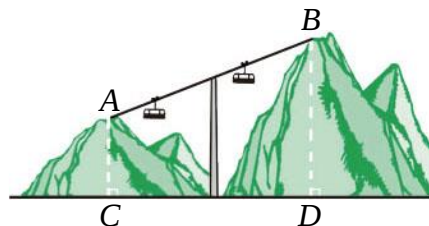
$$\begin{aligned}\overline{CD} &= \sqrt{(2-5)^2 + [(-1)-3]^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5\end{aligned}$$

P110

自我挑戰

本頁為概念統整，難度較高，教師可視班級情況決定如何運用。

- (1) 右圖為某景點的觀光纜車路線圖，已知 A 點離地面的高度 $\overline{AC}$ 為 500 公尺， B 點離地面的高度 $\overline{BD}$ 為 1000 公尺，且 C 點到 D 點的水平距離為 1200 公尺，則 $\overline{AB}$ 為多少公尺？



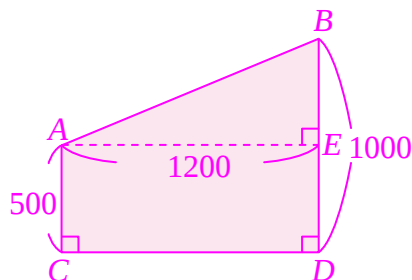
解

如圖，過 A 點的水平線與過 B 點的鉛垂線交於 E 點。

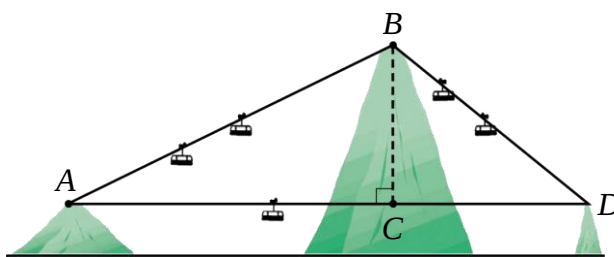
$$\overline{BE} = 1000 - 500 = 500 \text{ (公尺)}$$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{BE}^2} = \sqrt{1200^2 + 500^2} \\ &= \sqrt{1690000} \\ &= 1300 \text{ (公尺)}\end{aligned}$$

答：1300 公尺。



- (2) 右圖為某景點的觀光纜車路線圖，這種纜車有三條路線，第一條是從 A 點直接到達 B 點的纜車；第二條是由 B 點到達 D 點的纜車；第三條是從 A 點經過遊客中心 C 點（遊客中心 C 點在第二座山的山腰上），到達 D 點的水平纜車。已知 $\overline{BC}$ 為 750 公尺， $\overline{AC}$ 為 1800 公尺， $\overline{AD}$ 為 2800 公尺，且 $\overline{BC} \perp \overline{AD}$ 。如果吳迪先選擇從 A 點搭第一條路線到達 B 點，接著從 B 點坐到 D 點，然後轉搭 D 點到 C 點的水平纜車，請問他總共坐了多少公尺？



解

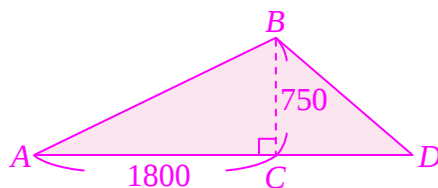
$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2} \\ &= \sqrt{1800^2 + 750^2} = \sqrt{3802500} \\ &= 1950 \text{ (公尺)}\end{aligned}$$

$$\overline{DC} = \overline{AD} - \overline{AC} = 2800 - 1800 = 1000 \text{ (公尺)}$$

$$\begin{aligned}\overline{BD} &= \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{BC}^2} \\ &= \sqrt{1000^2 + 750^2} = \sqrt{1562500} = 1250 \text{ (公尺)}\end{aligned}$$

$$\overline{AB} + \overline{BD} + \overline{DC} = 1950 + 1250 + 1000 = 4200 \text{ (公尺)}$$

答：4200 公尺。



數學萬花筒

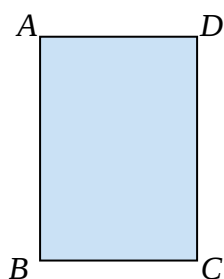
影印紙的秘密

拿出一張 A3 的紙張，如果將較長的邊稱為長，較短的邊稱為寬，你知道它的長與寬的比是多少嗎？

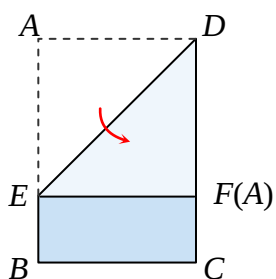
步驟① 取一張 A3 的紙張，如圖（一）中的四邊形 $ABCD$ 。

步驟② 將圖（一）中的 $\overline{DA}$ 摺向 $\overline{DC}$ ，使得 $\overline{DA}$ 疊合在 $\overline{DC}$ 上，且 A 點疊合在 $\overline{DC}$ 上的 F 點，如圖（二）。

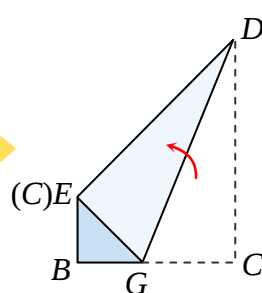
步驟③ 將圖（二）中的 $\overline{DC}$ 摺向 $\overline{DE}$ ，使得 $\overline{DC}$ 疊合在 $\overline{DE}$ 上，則 C 點恰好落在 E 點上，如圖（三）。



圖（一）



圖（二）



圖（三）

在圖（一）中，因為長方形 $ABCD$ 的每一個內角均為 90° ，按步驟②摺疊後 $\overline{AD} = \overline{DF}$ ，所以 $\triangle ADE$ 為等腰直角三角形。如果把紙張的寬 $\overline{AD}$ 當成 1，由畢氏定理可知 $\overline{DE} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ 。由步驟③可知 $\overline{CD} = \overline{DE}$ ，因此長方形的長 $\overline{CD}$ 與寬 $\overline{AD}$ 之比是 2 : 1。

同學們可拿出 A4 的影印紙，依上面的步驟摺疊，它的長與寬的比是否也是 $\sqrt{2} : 1$ 呢？ 是。

