

3 一元一次方程式

3-1 代數式的化簡

3-2 一元一次方程式

3-3 應用問題

Are You Ready ?

+++ 用符號代表數

用文字符號列式。

(1) 一張卡片長 13 公分，寬比長少 x 公分，
這張卡片的寬是_____公分。

(2) 弟弟有 a 元，姐姐的錢是弟弟的 3 倍，
姐姐有_____元。

+++ 含有未知數的等式

先依題意列出等式，再算算看。

(1) 博儒原有 8 張怪獸卡，又買了 x 張怪獸卡後，總共有 13 張怪獸卡，博儒買了幾張怪獸卡？

(2) 老師共有 72 顆糖果，平分給班上 y 位學生，全部分完，每人分得 8 顆，班上共有幾位學生？





引起動機

心率 (heart rate) 是指心臟每分鐘跳動的次數，當運動強度愈強，則每分鐘心跳次數愈多。根據教育部的體適能運動原則，運動時的強度以最大心率為準則，計算方式為 $(220 - \text{年齡})$ ，通常維持最大心率的 60%~80% 運動較有效率。你能算出適合自己運動強度的心率範圍嗎？



數學素養UP

P.213 一題多解

P.214 數學新視界 不同時期的數學語言

P.[6] 數桌遊 北風與太陽

代數式的化簡

- 1 以文字符號列式
- 3 一元一次式的運算

- 2 求代數式的值

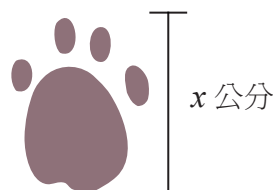
主題 1 以文字符號列式

✓ 以文字符號代表數



如果要測量物體的長度，但又沒有測量工具時，要怎麼進行測量呢？
例如：利用手掌做簡易測量，只要知道手掌的長度，再乘以量出來的倍數，
就可以知道物體的長度。

在還不知道手掌長度時，我們可以用文字（或符號），
例如：「 x 」（或「□」）來代表手掌長度的數值，
如果手掌長 17 公分，那麼文字 x 所代表的數就是 17；
如果手掌長 25 公分，那麼文字 x 所代表的數就是 25。



當文字「 x 」代表一個數時，可以把它當作數來計算。

例如：它的 3 倍可以用 $3 \times x$ (或 $x \times 3$) 來表示，

它的 10 倍可以用 $10 \times x$ (或 $x \times 10$) 來表示，……。

也就是說，當我們用文字 (如甲、乙、……， a 、 b 、……) 或符號 (如 $\square$ 、 $\bigcirc$ 、 $\triangle$ 、……) 代表數時，就可以把它當成數，像數一樣計算。



笛卡兒

(Descartes, 西元 1596~1650 年)，法國哲學家、數學家、物理學家。在其著作「幾何學」中，確立使用 x 、 y 、 z 等符號來表示未知數。

像這樣用文字 (或符號) 代表數，再根據題意列出算式或進一步解題的方法，在國小已經學過，讓我們複習一下。例如：

(1) 一杯珍珠奶茶比一杯奶茶貴 5 元，

如果一杯奶茶為 x 元，那麼一杯珍珠奶茶為 $(x+5)$ 元；

如果一杯珍珠奶茶為 y 元，那麼一杯奶茶為 $(y-5)$ 元。

(2) 文龍每天背 10 個英文單字，

如果文龍連續背了 a 天，那麼他總共背了 $(10 \times a)$ 個英文單字；

如果文龍總共背了 b 個英文單字，那麼他總共背了 $(b \div 10)$ 天。

上述這些文字符號和數字所組成的算式，在數學上稱之為代數式。

隨堂練習

根據題意在下列空格中填入合於題意的代數式。

(1) 一瓶果汁比一瓶汽水貴 12 元，

如果一瓶果汁為 a 元，那麼一瓶汽水為_____元；

如果一瓶汽水為 b 元，那麼一瓶果汁為_____元。

(2) 簽字筆每枝 60 元，

如果正隆買了 x 枝簽字筆，那麼共需_____元；

如果正隆共花了 y 元買簽字筆，那麼他共買了_____枝。

✓ 代數式的簡記

1. 乘法的簡記

遇到像 $3 \times x$ 的代數式時，因為乘號「 $\times$ 」和英文字母「 x 」容易混淆，我們常將數字和英文字母間的乘號「 $\times$ 」改寫成「 $\cdot$ 」或省略不寫，而直接把數字寫在英文字母前面。

例如：「 $3 \times x$ 」可記為「 $3 \cdot x$ 」或簡記為「 $3x$ 」。



又因為 $3 \times x = x \times 3$ ，所以「 $x \times 3$ 」也可記為「 $3 \cdot x$ 」或「 $3x$ 」，但習慣上不會寫成「 $x3$ 」。同樣的， $\frac{5}{8} \times x$ 或 $x \times \frac{5}{8}$ ，可記為「 $\frac{5}{8} \cdot x$ 」或「 $\frac{5}{8}x$ 」。

至於像 $(-7) \times x$ ，除了可以記為 $(-7) \cdot x$ 或 $(-7)x$ 外，由於 x 代表一個數，仿照數的運算規則，可得 $(-7)x = -(7x)$ 。而 $(-7)x$ 或 $-(7x)$ 都可記為 $-7x$ 。

在乘法運算中，1 是個很特別的數，它與任何數的乘積都等於該數，即 $1 \times x = x$ ，也就是說， $1 \times x$ 或 $x \times 1$ 可記為「 $1 \cdot x$ 」或「 x 」。而 $(-1)x$ 或 $-(1x)$ 都可記為 $-x$ 。

◆ 隨堂練習

簡記下列各代數式。

(1) $18 \times x$

(2) $(-1) \times y$

(3) $3.5 \times a$

(4) $(-2.4) \times b$

(5) $y \times (-23)$

(6) $a \times \frac{5}{9}$

學習時光機

分數 $\frac{b}{a}$ 的倒數為 $\frac{a}{b}$ 。
 $(a、b \text{ 皆不為 } 0)$

2. 除法的簡記

我們知道「除以一个不為 0 的數，就是乘以它的倒數」，例如：

$3 \div 5 = 3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ ，那麼當 x 代表一個數時，透過數的運算規則，可知：

$$(1) x \div 5 = x \times \frac{1}{5} = \frac{x}{5}, x \div (-5) = x \times \frac{1}{-5} = \frac{x}{-5}。$$

由 $\frac{b}{-a} = \frac{-b}{a} = -\frac{b}{a}$ ，可知 $\frac{x}{-5}$ 也可以記為 $\frac{-x}{5}$ 、 $-\frac{x}{5}$ 或 $-\frac{1}{5}x$ 。

$$(2) \text{ 由(1)可知 } x \div \frac{2}{3} = x \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \cdot x = \frac{3}{2}x。 \text{ 又因為 } \frac{3}{2}x = \frac{3 \cdot x}{2} = \frac{3x}{2},$$

所以 $x \div \frac{2}{3}$ 可記為「 $\frac{3}{2}x$ 」或「 $\frac{3x}{2}$ 」。

隨堂練習

連連看，上排的代數式可記成下排的哪些代數式？

$x \div 3$	$x \div (-3)$	$x \div 1$	$x \div (-1)$	$x \div (-\frac{5}{3})$	
•	•	•	•	•	
•	•	•	•	•	
$\frac{x}{3}$	$-3x$	$-\frac{x}{3}$	$-\frac{3}{5}x$	$-x$	
				x	
					$-\frac{5}{3}x$

例 1

文字符號的簡記

簡記下列各代數式。

(1) $x \times (-8) - 9$

(2) $y \div (-\frac{5}{6}) + 13$

解

(1) $x \times (-8) - 9 = (-8) \times x - 9 = -8x - 9$

(2) $y \div (-\frac{5}{6}) + 13 = y \times (-\frac{6}{5}) + 13 = -\frac{6}{5}y + 13$

Hint

當算式中含有加減運算時，加號「+」及減號「-」是不可省略的。

隨堂練習

簡記下列各代數式。

(1) $y \times 18 + 2.9 =$ _____。

(2) $24 + x \div \frac{1}{3} =$ _____。

✓

以文字符號列式

在解數學問題時，我們需要根據題目中的文字敘述寫出相關的代數式再做運算。下面我們來學習如何將一些文字敘述改寫成代數式。

文字敘述	代數式
比 x 大 5 的數	$x+5$
比 y 小 3 的數	$y-3$
x 的 $\frac{2}{3}$ 倍	$x \cdot \frac{2}{3}$ 或 $\frac{2}{3}x$
把 a 分成 3 等分	$a \div 3$ 或 $\frac{a}{3}$
比 c 的 2 倍多 10	$c \cdot 2+10$ 或 $2c+10$

✎

隨堂練習

連連看，將文字敘述與意義相同的代數式連起來。

比 x 大 6 的數

•

•

$x-6$

•

$6x-5$

•

$x+6$

•

$6x+5$

比 x 的 6 倍大 5 的數

•

數

學

好

好

玩

代數的起源

「代數」的英文 *algebra* 起源於阿拉伯文 *al-jabr*，*al* 為冠詞，*jabr* 的意思為恢復或還原，由阿拉伯數學家花拉子米在其著作中提及。而在西元 1859 年李善蘭與偉烈亞力 (Alexander Wylie) 合譯《代數學》中，首先將「*algebra*」翻譯成「代數學」，這是中文「代數學」的最早出處。

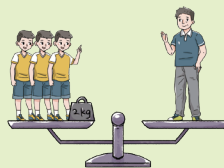


例 2

以文字符號表示生活中的數量關係

根據下列各題的題意列出代數式。

- (1) 已知小翊的體重是 x 公斤，若爸爸的體重是 小翊體重的 3 倍多 2 公斤，則爸爸的體重是多少公斤？



- (2) 已知一枝鉛筆賣 y 元，若一枝原子筆比一枝鉛筆貴 25 元，則買 3 枝原子筆要多少元？



解

- (1) 爸爸的體重是小翊體重的 3 倍多 2 公斤，
所以爸爸的體重為 $x \cdot 3 + 2 = 3x + 2$ (公斤)。
- (2) 一枝原子筆比一枝鉛筆貴 25 元，
所以一枝原子筆賣 $(y + 25)$ 元，
3 枝原子筆要 $3 \times (y + 25) = 3(y + 25)$ 元。

◆ 隨堂練習

根據下列各題的題意列出代數式。

- (1) 已知地虎身高是 y 公分，若天龍的身高是地虎身高的 2 倍還少 23 公分，則天龍的身高是_____公分。
- (2) 已知一杯美式咖啡賣 c 元，自備環保杯可折價 2 元，若 7 個小矮人各點一杯美式咖啡且都自備環保杯，則 7 個小矮人合計應付_____元。



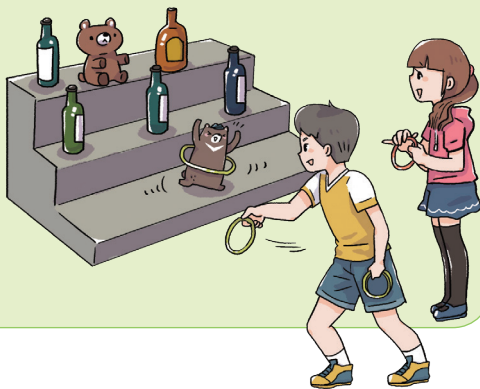
例 3

以文字符號表示生活中的數量關係

根據下列各題的題意列出代數式。

(1) 已知一正方形周長為 x ，則此正方形邊長為何？

(2) 小翊和朋友一共 5 人，在夜市玩套圈遊戲，已知遊戲每次有 y 個套圈，若再增加 4 個套圈，就能完全平分給小翊及他的朋友，這樣每人可分得多少個套圈？



解

(1) 正方形周長是其邊長的 4 倍，

所以此正方形邊長為 $x \div 4 = \frac{x}{4}$ (或 $\frac{1}{4}x$)。

(2) 套圈有 y 個，再增加 4 個套圈後共有 $(y+4)$ 個，

平分給 5 人，所以每人可分得 $(y+4) \div 5 = \frac{y+4}{5}$ 個。

隨堂練習

根據下列各題的題意列出代數式。

(1) 已知一長方形的面積為 b 平方公分，寬為 8 公分，
則此長方形的長是_____公分。

(2) 已知鉛筆 12 枝共 x 元，劉三 買了 7 枝，最後剩 5 元，
則劉三 身上原有_____元。

主題 2 求代數式的值

當代數式中的文字符號都代表數時，這個代數式也代表一個數，稱為**代數式的值**。求代數式的值，就是將文字符號所代表的數代入代數式中計算。我們來看下面的例題。

例 4

求代數式的值

求下列各代數式的值。

- (1) 當 $x=1$ 時， $-4x=$ _____。
- (2) 當 $x=-0.6$ 時， $-4x=$ _____。
- (3) 當 $x=\frac{1}{2}$ 時， $15-\frac{2}{3}x=$ _____。
- (4) 當 $x=-2$ 時， $15-\frac{2}{3}x=$ _____。

- 解**
- (1) 當 $x=1$ 時，以 $x=1$ 代入 $-4x$ ，得 $-4x=(-4)\times 1=-4$ 。
 - (2) 當 $x=-0.6$ 時， $-4x=(-4)\times(-0.6)=2.4$ 。
 - (3) 當 $x=\frac{1}{2}$ 時， $15-\frac{2}{3}x=15-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=15-\frac{1}{3}=14\frac{2}{3}$ 。
 - (4) 當 $x=-2$ 時， $15-\frac{2}{3}x=15-\frac{2}{3}\times(-2)=15-(-\frac{4}{3})=16\frac{1}{3}$ 。

隨堂練習

在下表的空格中填入各代數式的值。

x 值 代數式	4	-2	1.4
$2x-1$			
$3+(-\frac{5}{7}x)$			

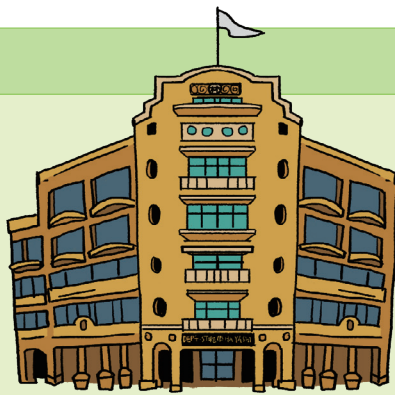
例 5

你知道嗎？

林百貨為臺灣第二間（南臺灣第一間）開設的百貨公司，也是臺灣唯一設有神社的百貨公司。

求出應用問題中代數式的值

臺南市 林百貨 舉辦週年慶，原價為 x 元的衣服都改以 $(\frac{3}{5}x - 1)$ 元出售。若 阿正 買了一件原價 300 元的 *T-shirt*，則他應付多少元？



解

以 $x=300$ 代入 $(\frac{3}{5}x - 1)$ ，

$$\text{得 } \frac{3}{5}x - 1 = \frac{3}{5} \times 300 - 1$$

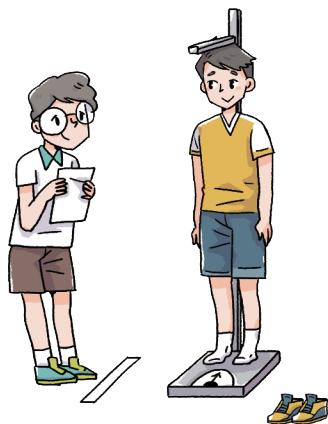
$$= 3 \times 60 - 1$$

$$= 179$$

所以 阿正 應付 179 元。

隨堂練習

世界衛生組織計算男性的標準體重 $= [\text{身高 (公分)} - 80] \times 0.7$ (公斤)，即身高 x 公分時，他的標準體重是 $(x - 80) \times 0.7$ 公斤。已知兩男子 阿國 與 阿威 的身高分別為 170 公分、180 公分，則他們的標準體重分別是多少公斤？



女性的標準體重
 $= [\text{身高 (公分)} - 70] \times 0.6$ (公斤)



那我呢？



主題 3 一元一次式的運算

✓ 一元一次式

像 $-4x$ 、 $15 - \frac{2}{3}x$ 、 $3(y+25)$ 等這種只含有一種文字符號（一元），且文字符號的次數是 1（一次）的代數式，我們稱為**一元一次式**。

在一元一次式 $3x+2$ 中，加號（+）所隔開的每一部分： $3x$ 、 2 都稱為這個式子的**項**， $3x$ 稱為這個一元一次式的 **x 項**， 3 是 x 項的**係數**，

2 稱為這個一元一次式的**常數項**。

當一元一次式中含有減號時，例如： $x-14$ ，我們可以寫成 $x+(-14)$ ，其中 x 項的係數是 1 ，常數項是 -14 。

此外，我們將文字符號與次數均相同的項稱為**同類項**，

例如：在 $3x+2-4x-1$ 中， $3x$ 、 $-4x$ 是同類項； 2 、 -1 是同類項；

$3x$ 和 2 不是同類項。

以下我們來看關於一元一次式的運算。

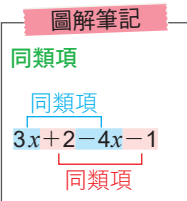
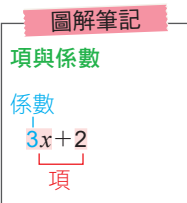
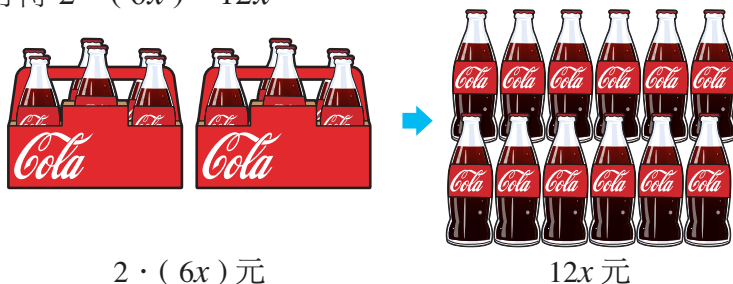
✓ 一元一次式與數的乘除

如果 1 瓶可樂的價錢是 x 元，那麼一組可樂（6 瓶）的價錢就是 $6x$ 元。



2 組可樂的價錢一共是 $2 \cdot (6x)$ 元或 $(6x) \cdot 2$ 元。

又 2 組可樂共有 $6 \times 2 = 12$ 瓶可樂，而 12 瓶可樂的價錢可以用 $12x$ 元來表示，所以可得 $2 \cdot (6x) = 12x$ 。



因為 x 、 $6x$ 都代表數，可以用數的運算規則來解釋 $2 \cdot (6x) = 12x$ 。
我們知道任意三個數相乘時，符合乘法結合律，可得：

$$\begin{aligned}
 & 2 \cdot (6x) \\
 &= 2 \cdot (6 \cdot x) \quad \text{6x 是 } 6 \cdot x \text{ 的簡記} \\
 &= (2 \cdot 6) \cdot x \quad \text{結合律} \\
 &= 12x
 \end{aligned}$$

例 6

一元一次式與數的乘法

化簡下列各式。

(1) $(-2) \cdot (4x)$

(2) $3x \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$

解

(1) $(-2) \cdot (4x)$

$$= (-2) \cdot (4 \cdot x)$$

$$= [(-2) \cdot 4] \cdot x$$

$$= -8x$$

(2) $3x \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 3x$$

$$= \left[\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 3\right] \cdot x$$

$$= -2x$$

隨堂練習

化簡下列各式。

(1) $(-3) \cdot \left(\frac{4}{3}x\right)$

(2) $\left(-\frac{7}{3}x\right) \cdot (-2)$

例 7

一元一次式與數的除法

化簡下列各式。

(1) $5x \div \left(-\frac{4}{7}\right)$

(2) $(-6x) \div \frac{3}{5}$

學習時光機

除以一個數，就是
乘以該數的倒數。

解

(1) $5x \div \left(-\frac{4}{7}\right)$

$= 5x \cdot \left(-\frac{7}{4}\right)$

$= [5 \cdot \left(-\frac{7}{4}\right)] \cdot x$

$= -\frac{35}{4}x$

(2) $(-6x) \div \frac{3}{5}$

$= (-6x) \cdot \frac{5}{3}$

$= [(-6) \cdot \frac{5}{3}] \cdot x$

$= -10x$

隨堂練習

化簡下列各式。

(1) $4x \div \left(-\frac{2}{3}\right)$

(2) $\left(-\frac{5}{8}x\right) \div \left(-\frac{3}{4}\right)$



一元一次式的加減

如果 1 瓶牛奶的價錢是 x 元，買 3 瓶牛奶需付 $3x$ 元，後來又買 2 瓶，再付 $2x$ 元，所以共買了 $3+2=5$ 瓶，也就是付了 $5x$ 元。

$$\begin{array}{ccccccc}
 \begin{array}{c} \text{MILK} \\ \text{MILK} \\ \text{MILK} \end{array} & + & \begin{array}{c} \text{MILK} \\ \text{MILK} \end{array} & = & \begin{array}{c} \text{MILK} \\ \text{MILK} \\ \text{MILK} \\ \text{MILK} \\ \text{MILK} \end{array} \\
 3x & + & 2x & = & 5x \\
 & & & = & (3+2)x
 \end{array}$$

如果原本要買 3 瓶牛奶，需付 $3x$ 元，後來又退回了 2 瓶，可以少付 $2x$ 元，所以共買了 $3-2=1$ 瓶，也就是付了 x 元。

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{MILK} & \text{MILK} & \text{MILK} & - & \text{MILK} & \text{MILK} & = & \text{MILK} \\
 3x & & & - & 2x & & = & 1x \\
 & & & & & & = & (3-2)x
 \end{array}$$

因為 $3x$ 、 $2x$ 都代表數，所以這個結果也可以用數的運算規則來解釋。
例如：利用乘法對加（減）法的分配律，可得：

$$3x + 2x = (3 + 2) \cdot x = 5x; \quad 3x - 2x = (3 - 2) \cdot x = x$$

我們來看下面的例題。

例 8

同類項的加減

化簡下列各式。

$$(1) -2x + 3x \quad (2) 8x - (-5x) \quad (3) 7x - x \quad (4) \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}x$$

解

$$(1) -2x + 3x = (-2 + 3)x = 1x = x。$$

$$(2) 8x - (-5x) = [8 - (-5)]x = [8 + 5]x = 13x。$$

$$(3) 7x - x = 7x - 1x = (7 - 1)x = 6x。$$

$$(4) \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}x = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)x = \left(\frac{3}{6} - \frac{4}{6}\right)x = -\frac{1}{6}x。$$

隨堂練習

化簡下列各式。

$$(1) -9x + 14x$$

$$(2) (-x) + (-2x)$$

$$(3) (-6x) - (-5x)$$

$$(4) \frac{5}{3}x + \left(-\frac{3}{4}x\right)$$

前面加減運算的題目，只是單純針對 x 項做化簡，那麼，若是一元一次式中有常數項要如何化簡呢？我們以下的例子來說明。

穩賺便利商店舉辦集點活動，每張集點卡可貼 x 點，

(1) 世豐集滿 1 張又 2 點，那麼世豐共集了 $(x+2)$ 點；



秀秀集滿 2 張又 4 點，那麼秀秀共集了 $(2x+4)$ 點；



兩人總共集了 $(1+2)$ 張又 $(2+4)$ 點，

也就是共集了 $(1+2)x + (2+4)$ 點。

$$\begin{array}{ccccccc}
 \begin{array}{c} \text{Card with diamond and 2 points} \\ x+2 \end{array} & + & \begin{array}{c} \text{2 Cards with diamonds and 4 points} \\ 2x+4 \end{array} & = & \begin{array}{c} \text{3 Cards with diamonds and 6 points} \\ (1+2)x + (2+4) \end{array} \\
 & & & = & 3x + 6
 \end{array}$$

(2) 阿超差 5 點就集滿 2 張，那麼阿超共集了 $(2x-5)$ 點；

小安差 3 點就集滿 4 張，那麼小安共集了 $(4x-3)$ 點；

兩人總共差 $(5+3)$ 點就集滿 $(2+4)$ 張，

也就是共集了 $(2+4)x - (5+3)$ 點。

即 $2x-5+4x-3=(2+4)x-(5+3)=6x-8$ 。

(3) 兆均集滿 7 張又 5 點，但是被小文借走 2 張又 4 點，

那麼兆均目前有 $(7-2)$ 張又 $(5-4)$ 點，

也就是 $(7-2)x + (5-4)$ 點。

即 $7x+5-2x-4=(7-2)x+(5-4)=5x+1$ 。

從前面的例子我們發現：

Key point

一元一次式的加減運算

做一元一次式的加減運算時，是將同類項合併化簡，不同類項則不能合併化簡。

例 9

一元一次式的加減運算

化簡下列各式。

(1) $3x+5+2x+7$

(2) $6y-8-4y-5$

解

(1) $3x+5+2x+7$

$$=3x+2x+5+7$$

$$=(3+2)x+(5+7)$$

$$=5x+12$$

(2) $6y-8-4y-5$

$$=6y-4y-8-5$$

$$=(6-4)y-(8+5)$$

$$=2y-13$$

隨堂練習

化簡下列各式。

(1) $2x-5-4x+1$

(2) $-3a+2-2a-3$

(3) $x-2+7x-10$

(4) $-6a+9+5a+1$

✓ 一元一次式的四則運算

在數的運算規則中，我們學過「去括號規則」，例如：

$$-(a+b) = -a-b; -(a-b) = -a+b$$

$$-(-a+b) = a-b; -(-a-b) = a+b$$

事實上，去括號規則也可以運用在一元一次式的化簡。

例 10

去括號規則

化簡下列各式。

$$(1) -(x+5)$$

$$(2) -(4x-3)$$

$$(3) -(-3x+1)$$

$$(4) -(-2x-3)$$

解

$$(1) -(x+5) = -x-5$$

$$(2) -(4x-3) = -4x+3$$

$$(3) -(-3x+1) = 3x-1$$

$$(4) -(-2x-3) = 2x+3$$

隨堂練習

化簡下列各式。

$$(1) -(3x+7)$$

$$(2) -(5x-11)$$

$$(3) -(-4x+9)$$

$$(4) -(-2x-5)$$

例 11

利用分配律化簡一元一次式

化簡下列各式。

(1) $(x+4) \times (-4)$

(2) $-3(-12x-5)$

學習時光機

① $(a+b) \times c$
 $= a \times c + b \times c$

② $c \times (a+b)$
 $= c \times a + c \times b$

解

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (x+4) \times (-4) \\
 &= x \times (-4) + 4 \times (-4) \\
 &= -4x + (-16) \\
 &= -4x - 16
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & -3(-12x-5) \\
 &= (-3) \times (-12x-5) \\
 &= (-3) \times (-12x) - (-3) \times 5 \\
 &= 36x - (-15) = 36x + 15
 \end{aligned}$$

隨堂練習

化簡下列各式。

(1) $(-3x-7) \times (-5)$

(2) $-2(x-20)$

例 12

一元一次式的四則運算

化簡下列各式。

(1) $x-6-(-x+5)$

(2) $-2(3x-5)+3(-x-1)$

解

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & x-6-(-x+5) \\
 &= x-6+x-5 \\
 &= 2x-11
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & -2(3x-5)+3(-x-1) \\
 &= -6x+10-3x-3 \\
 &= -9x+7
 \end{aligned}$$

隨堂練習

化簡下列各式。

(1) $-4(x+3)+2(2x-1)$

(2) $-7(x-1)-5(x+2)$

例 13

一元一次式的四則運算

化簡下列各式。

(1) $11x - 2[3x - (5x - 4)]$

(2) $\frac{x-3}{6} - \frac{x-1}{10}$

解

(1) $11x - 2[3x - (5x - 4)]$

$$= 11x - 2[3x - 5x + 4]$$

$$= 11x - 2[-2x + 4]$$

$$= 11x + 4x - 8$$

$$= 15x - 8$$

(2) 方法一：

$$\frac{x-3}{6} - \frac{x-1}{10}$$

$$= \frac{5(x-3)}{30} - \frac{3(x-1)}{30}$$

$$= \frac{(5x-15)}{30} - \frac{(3x-3)}{30}$$

$$= \frac{(5x-15)-(3x-3)}{30}$$

$$= \frac{5x-15-3x+3}{30}$$

$$= \frac{2x-12}{30}$$

$$= \frac{x-6}{15}$$

方法二：

$$\frac{x-3}{6} - \frac{x-1}{10}$$

$$= \frac{x}{6} - \frac{3}{6} - \left(\frac{x}{10} - \frac{1}{10} \right)$$

$$= \frac{x}{6} - \frac{3}{6} - \frac{x}{10} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{x}{6} - \frac{x}{10} - \frac{3}{6} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{5x}{30} - \frac{3x}{30} - \frac{15}{30} + \frac{3}{30}$$

$$= \frac{2x}{30} - \frac{12}{30}$$

$$= \frac{x}{15} - \frac{2}{5}$$



佑誠覺得奇怪，例 13 (2) 兩種方法的答案 $\frac{x-6}{15}$ 與 $\frac{x}{15} - \frac{2}{5}$ 都正確，但是看起來不一樣。你會怎麼跟佑誠說明呢？

隨堂練習

化簡下列各式。

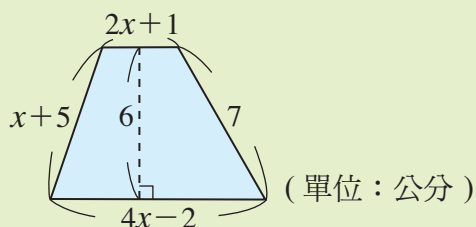
(1) $6x - 2[4x - (-3x + 2)]$

(2) $\frac{2x-5}{6} + \frac{3x+1}{4}$

例 14

以文字符號列式並化簡

右圖為梯形，用含有 x 的代數式表示梯形的周長與面積。
(以 x 列式並化簡)



解

$$\begin{aligned}\text{梯形周長} &= (2x+1) + (x+5) + (4x-2) + 7 \\ &= 2x + x + 4x + 1 + 5 - 2 + 7 = 7x + 11 \text{ (公分)}\end{aligned}$$

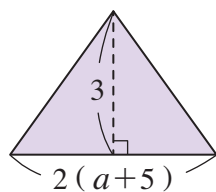
$$\begin{aligned}\text{梯形面積} &= \frac{1}{2} \times [(\underbrace{2x+1}_{\text{上底}}) + (\underbrace{4x-2}_{\text{下底}})] \times 6 \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times [2x+1+4x-2] \\ &= 3 \times [6x-1] = 18x-3 \text{ (平方公分)}\end{aligned}$$

學習時光機

梯形面積 = $\frac{1}{2} \times (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}$

隨堂練習

用含有 a 的代數式，表示右圖三角形的面積。
(以 a 列式並化簡)



學習時光機

三角形面積 = $\frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$

例 15

以文字符號列式並化簡

已知白米每斤 x 元，五穀米每斤比白米貴 20 元，用含有 x 的代數式，回答下列問題。

(1) 若買 6 斤白米、4 斤五穀米，共需多少元？

(2) 承(1)，兩種米混合後平均每斤多少元？

解

(1) 五穀米每斤比白米貴 20 元，因此五穀米每斤 $(x+20)$ 元。

白米 6 斤共 $6x$ 元、五穀米 4 斤共 $4(x+20)$ 元，

總共是 $6x+4(x+20)=6x+4x+80=10x+80$ (元)。

(2) 混合後平均每斤 $\frac{10x+80}{6+4}=\frac{10x+80}{10}$
 $=x+8$ (元)。

隨堂練習

若撲滿中有 5 元、10 元硬幣共 x 個，其中 10 元的硬幣有 32 個，則：

(1) 撲滿中共有幾個 5 元硬幣？(以 x 列式)



(2) 承(1)，撲滿中共有多少元？(以 x 列式並化簡)

(3) 承(2)，若撲滿中所有的錢剛好可買 5 臺價格相同的模型飛機，則每臺模型飛機為多少元？(以 x 列式並化簡)



1 以文字符號代表數

文字符號可以代表數，習慣上我們使用英文字母 a 、 b 、 c 、……、 x 、 y 、 z 等文字來代表數。

2 乘法的簡記

我們常將數字和英文字母間的乘號「 $\times$ 」改寫成「 $\cdot$ 」或省略不寫。

$$\text{例 } (-2) \times x = (-2) \cdot x = -2x$$

$$(-1) \times x = (-1) \cdot x = -x$$

$$\left(-\frac{4}{5}\right) \times x = \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot x = -\frac{4}{5}x = -\frac{4x}{5} = \frac{-4x}{5} = \frac{4x}{-5}$$

$$0 \times x = 0 \cdot x = 0$$

註 簡記時，數字應寫在英文字母的前面。

3 一元一次式

只含有一種文字符號（一元），且文字符號的次數是 1（一次）的代數式，稱為一元一次式。

$$\text{例 } 3x+5, y-3, \frac{a}{3} \text{ 稱為一元一次式。}$$

4 一元一次式與數的乘除

可利用乘法交換律或乘法結合律做乘除運算的化簡，若遇上括號，則可利用分配律來運算。

$$\text{例 } (-4x) \times 5 = [(-4) \times 5] \cdot x = -20x$$

$$-3(2x+5) = (-3) \times 2x + (-3) \times 5 = -6x - 15$$

5 一元一次式的加減運算

做一元一次式的加減運算時，是將同類項合併化簡，不同類項則不能合併化簡。

$$\text{例 } 2x - 7 - 4x + 3 = (2 - 4)x + (-7 + 3) = -2x - 4,$$

其中 $(-2x)$ 與 (-4) 不是同類項，不能再合併化簡。



1 簡記下列各代數式。

P.164 隨堂 P.165 例 1

(1) $x \cdot (-6) =$ _____。

(2) $(-3.5) \times b + 4.2 =$ _____。

(3) $x \cdot 5 + (-6) =$ _____。

(4) $z \div \frac{2}{5} - \frac{3}{2} =$ _____。

2 計算下列各代數式的值。

P.169 例 4

代數式 \ x 值	2	-5	$-\frac{1}{2}$
$(-x) \div 6$			
$2x - 7$			

3 化簡下列各式。

(1) $3x \cdot (-7)$

P.172 例 6

(2) $(-\frac{3}{4}x) \div (-\frac{1}{2})$

P.173 例 7

(3) $(-\frac{5a}{3}) + \frac{11}{6}a$

P.174 例 8

(4) $9a - 5 + (-4a) + 3$

P.176 例 9

(5) $y + 6 - (4y - 6)$

P.178 例 12

(6) $6(-x + 2) - 2(-3x - 2)$

P.178 例 12

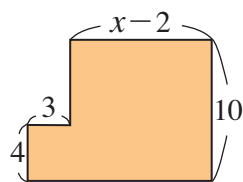
(7) $2y + 5[2 - \frac{1}{3}(3y - 12)]$

P.179 例 13

(8) $\frac{y-1}{3} - \frac{3y+1}{2} + 1$

P.179 例 13

- 4 若右圖中所有的角都是直角，則橘色區域的面積為 _____ 平方單位。(以 x 列式並化簡)



P.180 例 14

- 5 幼佳和 9 位同學去看電影，總共付了 x 張壹仟元與 5 張壹佰元鈔票，那麼平均每人要付多少元？

P.181 例 15

挑錯題

小翊和小妍化簡「 $\frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{3}$ 」的過程如下。判斷他們的解法是否正確？

若不正確，請標出開始發生錯誤的部分，並寫出正確的解法。

小翊： $\begin{aligned} & \frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{3} \\ &= \frac{3(x+3)}{6} - \frac{2(x-1)}{6} \\ &= \frac{3x+9}{6} - \frac{2x-2}{6} \\ &= \frac{3x+9-2x-2}{6} \\ &= \frac{x+7}{6} \end{aligned}$	小妍： $\begin{aligned} & \frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{3} \\ &= \frac{3(x+3)}{6} - \frac{2(x-1)}{6} \\ &= \frac{3x+3}{6} - \frac{2x-1}{6} \\ &= \frac{3x+3-2x+1}{6} \\ &= \frac{x+4}{6} \end{aligned}$
---	---