

1-3

整數的乘除與四則運算

1 整數的乘法運算

2 整數的除法運算

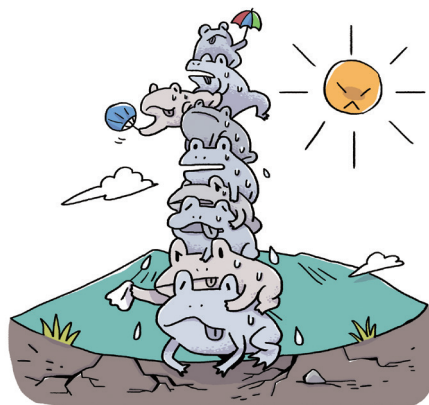
3 整數的四則運算

主題 1 整數的乘法運算

你知道嗎？

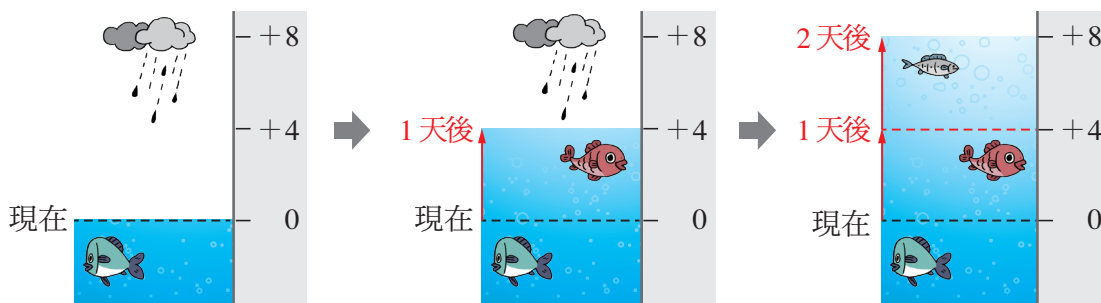
九蛙疊羅漢的意象是為了凸顯日月潭的抽蓄發電，導致每天會有將近兩公尺水位落差的有趣現象。

國小時，我們曾學過正整數的乘法，現在我們透過水庫水位的變化情形，來看整數的乘法。



1. 正整數×正整數

如果水庫的水位每天上升 4 公分，那麼 2 天後的水位比現在的水位高或低多少公分？



由於水位每天上升 4 公分，
 因此 2 天後，
 水位總變化量為 $4 + 4 = 8$ 公分，
 如果寫成乘法就是 $4 \times 2 = 8$ ，
 所以 2 天後的水位比現在的水位高 8 公分。

Hint

水位總變化量 =
 每日水位變化量 $\times$ 天數

觀察算式，我們可以知道：

正整數乘以正整數，其乘積為正整數，
 數字部分是原來兩數的數字部分相乘。

如果水庫的水位每天下降 4 公分，那麼 2 天後的水位比現在的水位高或低多少公分？

如果上升的量用正數表示，
那麼下降的量就可用負數表示。

由於水位每天下降 4 公分，可記為 -4 公分，

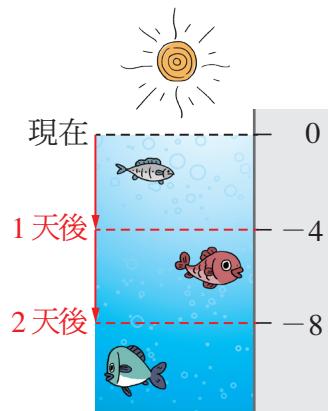
因此 2 天後，

水位總變化量可記為 $(-4) \times 2$ 公分；

每天下降 4 公分，總共下降 $4 \times 2 = 8$ 公分，

也就是說，水位總變化量為 $-(4 \times 2) = -8$ 公分，

所以 $(-4) \times 2 = -(4 \times 2) = -8$ 。



觀察算式，我們可以知道：

負整數乘以正整數，其乘積為負整數，數字部分是原來兩數的數字部分相乘。

負整數 $\times$ 正整數

計算下列各式的值。

$$(1) (-9) \times 7$$

$$(2) (-6) \times 8$$

解

$$(1) (-9) \times 7 = -(9 \times 7) = -63$$

$$(2) (-6) \times 8 = -(6 \times 8) = -48$$

Hint

$(-)\times(+)=(-)$
 $(-9)\times(+7)=-\underline{(9\times 7)}$
 數字部分相乘

 隨堂練習

計算下列各式的值。

$$(1) (-4) \times 2$$

$$(2) (-15) \times 6$$

3. 正整數 $\times$ 負整數

如果水庫的水位每天上升 4 公分，那麼 2 天前的水位比現在的水位高或低多少公分？

如果 2 天後記為 +2 天，

那麼 2 天前可記為 -2 天，

因此 2 天前，

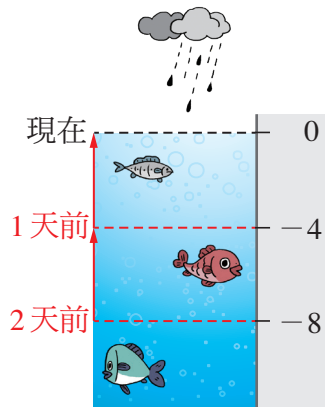
水位總變化量可記為 $4 \times (-2)$ 公分；

1 天前的水位比現在低 4 公分，

2 天前比現在共低了 $4 \times 2 = 8$ 公分，

也就是說，水位總變化量為 $-(4 \times 2) = -8$ 公分，

所以 $4 \times (-2) = -(4 \times 2) = -8$ 。



觀察算式，我們可以知道：

正整數乘以負整數，其乘積為負整數，數字部分是原來兩數的數字部分相乘。

例 2

正整數 $\times$ 負整數

計算下列各式的值。

(1) $8 \times (-9)$

(2) $25 \times (-4)$

解

(1) $8 \times (-9) = -(8 \times 9) = -72$

(2) $25 \times (-4) = -(25 \times 4) = -100$

Hint

$$\begin{array}{l}
 (+) \times (-) = (-) \\
 \begin{array}{c}
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 (+8) \times (-9) = -(8 \times 9) \\
 \text{數字部分相乘}
 \end{array}
 \end{array}$$

隨堂練習

計算下列各式的值。

(1) $6 \times (-7)$

(2) $12 \times (-3)$

4. 負整數 $\times$ 負整數

如果水庫的水位每天下降 4 公分，那麼 2 天前的水位比現在的水位高或低多少公分？

由於水位每天下降 4 公分，可記為 -4 公分，

而 2 天前可記為 -2 天，

因此 2 天前，

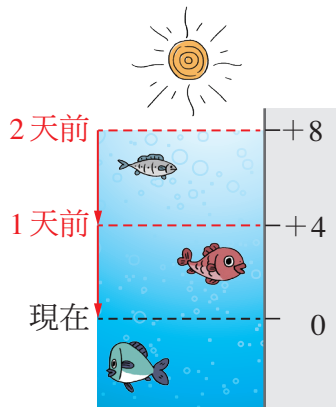
水位總變化量可記為 $(-4) \times (-2)$ 公分；

1 天前的水位比現在高 4 公分，

2 天前比現在共高了 $4 \times 2 = 8$ 公分，

也就是說，水位總變化量為 $4 \times 2 = 8$ 公分，

所以 $(-4) \times (-2) = 4 \times 2 = 8$ 。



觀察算式，我們可以知道：

負整數乘以負整數，其乘積為正整數，數字部分是原來兩數的數字部分相乘。

例 3

負整數 $\times$ 負整數

計算下列各式的值。

$$(1) (-4) \times (-8)$$

$$(2) (-12) \times (-70)$$

解

$$(1) (-4) \times (-8) = 4 \times 8 = 32$$

$$(2) (-12) \times (-70) = 12 \times 70 = 840$$

Hint

$$(-) \times (-) = (+)$$

$$(-4) \times (-8) = +(4 \times 8)$$

數字部分相乘

隨堂練習

計算下列各式的值。

$$(1) (-9) \times (-15)$$

$$(2) (-20) \times (-28)$$

將前面的討論整理歸納，可以知道兩個整數相乘的結果，其數字部分皆是原來兩數的數字部分相乘，性質符號則符合以下規則：

「正整數」乘以「正整數」，結果為「正整數」	$(+) \times (+) = (+)$
「負整數」乘以「正整數」，結果為「負整數」	$(-) \times (+) = (-)$
「正整數」乘以「負整數」，結果為「負整數」	$(+) \times (-) = (-)$
「負整數」乘以「負整數」，結果為「正整數」	$(-) \times (-) = (+)$

符號的
變化

再整理後可得：

Key point

整數的乘法運算

同號的兩整數相乘，其結果為正整數；
異號的兩整數相乘，其結果為負整數。



整數乘法的特別情形

在國小時學過，任意正整數與 0 的乘積為 0。事實上，任意負整數與 0 的乘積也是 0，例如： $(-4) \times 0 = 0$ ， $0 \times (-7) = 0$ 。而 0 與 0 的乘積仍為 0。

國小時也學過，任意正整數與 1 的乘積為自己本身。事實上，任意負整數與 1 的乘積也是自己本身，例如：

$$(-3) \times 1 = -(3 \times 1) = -3; 1 \times (-8) = -(1 \times 8) = -8。$$

而任何數與 -1 的乘積剛好會是這個數的相反數，例如：

$$(-6) \times (-1) = 6 \times 1 = 6, 6 \text{ 為 } -6 \text{ 的相反數；}$$

$$(-1) \times 2 = -(1 \times 2) = -2, -2 \text{ 為 } 2 \text{ 的相反數。}$$

也就是說， $-a$ 也可以看成是 $(-1) \times a$ ，例如： $-(-4) = (-1) \times (-4)$ ，因此可知 $-(-4) = 4$ ，這與我們在第 18 頁以相反數觀點得到的結果是相同的。所以我們可以知道：

若 a 為任意整數，則：

$$(1) a \times 0 = 0 \times a = 0。$$

$$(2) a \times 1 = 1 \times a = a。$$

$$(3) a \times (-1) = (-1) \times a = -a。$$

$$(4) -(-a) = (-1) \times (-a) = a。$$