

一、是非題(4 小題，每題 5 分，共 20 分)

- () 任意兩相異有理數之間必有有理數。
- () 若 a, b, c, d 為實數，且 $a+b\sqrt{2}=c+d\sqrt{2}$ ，則 $a=c$ 且 $b=d$ 。
- () 已知 a, b 為實數，若 $a+b$ 和 $a-b$ 為有理數，則 a, b 為有理數。
- () 若 a, b 為實數，且 $a^2+b^2=0$ ，則 $a=b=0$ 。

二、單選題(8 小題，每題 5 分，共 40 分)

- () 若 $a=\frac{1}{4^{\frac{1}{3}}}$ ， $b=\frac{1}{2^{\sqrt{2}}}$ ， $c=\sqrt[3]{2}$ ，則 a, b, c 的大小關係為何？ (A) $c < b < a$ (B) $b < a < c$ (C) $a < b < c$ (D) $a < c < b$ (E) $b < c < a$
- () 下列何者正確？ (A) 若 a, b 為相異正整數，則必存在一個正整數 c 介於 a, b 之間 (B) 若 a, b 為相異有理數，則必存在一個有理數 c 介於 a, b 之間 (C) 若 a, b 均為無理數，則 $a+b$ 必為無理數 (D) 無限小數一定為無理數 (E) 圓周率 π 為有理數
- () 若 a, b 是有理數， x, y 是無理數，則下列何者正確？ (A) $a+x$ 必為有理數 (B) $b-y$ 必為有理數 (C) $a \times x$ 必為有理數 (D) $b \times y$ 必為無理數 (E) $a \times b$ 必為有理數
- () 下列哪些分數不可化成有限小數？ (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{8}$
- () 若 a 為整數， b, c 是無理數，則下列何者正確？ (A) $a+b$ 必為有理數 (B) $b+c$ 必為無理數 (C) $a \times c$ 必為無理數 (D) 若 $\frac{b}{a}$ 存在，則必為無理數 (E) $ac+b$ 必為有理數
- () 已知 $9999=9 \times 11 \times 101$ ，若 $\frac{3}{101}$ 化為循環小數，則小數點後第 100 位的數字為何？ (A) 0 (B) 2 (C) 9 (D) 7 (E) 無法確定
- () 下列哪一個數最大？ (A) 0.1234 (B) $0.123\bar{4}$ (C) $0.12\overline{34}$ (D) $0.1\overline{234}$ (E) $0.1\overline{23}4$
- () 若 $a > b$ 成立，則可確定下列哪一個選項必成立？ (A) $3a > 2b$ (B) $2a > 2b$ (C) $a^2 > b^2$ (D) $-a > -b$ (E) $|a| > |b|$

三、填充題(7 小題，每格 5 分，共 40 分)

- 將 $\frac{36}{13}$ 化為小數後，小數點後第 200 位的數字為 _____。
- 求 (1) $0.\overline{12} + 0.\overline{235} =$ _____。 (2) $0.\overline{237}$ 化為最簡分數 = _____。
- 設 $a \neq 0$ ，若 a^2, a^5 為有理數， b 為無理數，則 $a+b, a-b, a \times b, \frac{a}{b}, a^2+b, a+b^2, a^2+b^2$ 中有 _____ 組的值必為無理數。
- 設 a, b, c 為 1 至 9 的正整數，若 $\frac{699}{900} < 0.\overline{abc} < \frac{700}{900}$ ，則 $(a, b, c) =$ _____。
- 設 a, b, c 為正有理數，且 $(\sqrt{3}a + \sqrt{2})a + (\sqrt{3}b - \sqrt{2})b - \sqrt{2} - 25\sqrt{3} = 0$ ，則 $(a, b) =$ _____。
- 若 a, b 為有理數，且 $(a+b\sqrt{2})(1+2\sqrt{2}) = -1+5\sqrt{2}$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。
- 設 $x, y \in \mathbb{R}$ 且 $-2 \leq x \leq 5, 2 \leq y \leq 3$ ，若 $xy - x + 2y$ 的最大值為 M ，最小值為 N ，則數對 $(M, N) =$ _____。