



B3 1-3 多項式的乘法與除法



概念 ① 單項式×單項式



☆指數律：

若 $a \neq 0$ ，則 $a^2 \times a^3 = a^{2+3}$

① 複習指數律

(1) $x \cdot x$

(2) $x \cdot x^2$

(3) $x^3 \cdot x^4$

(4) $(x^3)^2$

② 單項式×單項式

(1) $4x \cdot x$

(2) $2x \cdot 3x^2$

(3) $(-2x^3) \cdot 5x^4$

(4) $(-3x)^2$

☆筆記



牛刀小試 ①

1. 計算下列各題

(1) $x \cdot x^3$

(2) $x \cdot x^4$

(3) $x^2 \cdot x^3$

(4) $x^3 \cdot x^4$

(5) $(x^2)^3$

(6) $(-x^4)^2$

2. 計算下列各題

(1) $3x \cdot x$

(2) $3x \cdot 4x^2$

(3) $(-3x) \cdot (-2x^2)$

(4) $4x^2 \cdot (-7x)$

(5) $(-5x)^2$

(6) $(-4x)^3$



☆分配律：

$$a(b+c) = ab+ac$$

$$(b+c) \times a = b \times a + c \times a$$

☆筆記

☆計算下列各式

① $3(x+4)$

② $-3(x-4)$

③ $3x(x-4)$

④ $(-x+4) \times 3$

⑤ $(-x-4) \times (-5)$

⑥ $(2x-7) \cdot x^2$



牛刀小試 2

1. 計算下列各題

(1) $5(x+3)$

(2) $-5(x-3)$

(3) $-5x(x-3)$

(4) $(-x+7) \times 4$

(5) $(-x-7) \times (-4)$

2. 計算下列各題

(1) $(-x)(2x+1)$

(2) $-6(x^2-4)$

(3) $-6x(x-4)$

(4) $(-5x+3) \times 6$

(5) $(-2x-7) \times (-6x)$



☆分配律：

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

☆計算 $(x+3)(x+2)$

①橫式

②直式

☆筆記



牛刀小試 ③

1. 計算下列各題

(1) $(x+4)(x+5)$

①橫式

②直式

(2) $(x+6)(x+7)$

①橫式

②直式

(3) $(3x+4)(2x+3)$

①橫式

②直式

2. 計算下列各題

(1) $(x-1)(x+4)$

①橫式

②直式

(2) $(x-3)(4x+1)$

①橫式

②直式

(3) $(2x-5)(4x+1)$

①橫式

②直式



例題 ① 多項式的乘法練習



① $(x-3)(x-4)$

② $(x^2-3x+2)(x-5)$

☆筆記



牛刀小試 4

1. 計算下列各題

(1) $(x-5)(x-6)$

(2) $(2x-9)(x-6)$

(3) $(x-5)(2x-3)$

(4) $(8x+3)(4x-3)$

2. 計算下列各題

(1) $(x^2-3x+4)(x+2)$

(2) $(2x^2-x-1)(x-3)$

(3) $(3x^2+x+2)(2x+1)$

(4) $(2x^2-x+3)(4x-5)$



例題 ② 多項式的乘法—有缺項練習



計算 $(5x^2 - 4)(3x - 1)$

☆筆記

① 橫式

② 直式



牛刀小試 5

1. 計算下列各題

(1) $(7x^2 + 3)(x + 8)$

① 橫式 ② 直式

(2) $(4x^2 + 5)(2x + 1)$

① 橫式 ② 直式

(3) $(3x^2 + 4)(3x - 2)$

① 橫式 ② 直式

2. 計算下列各題

(1) $(2x^2 - 5)(x - 4)$

① 橫式 ② 直式

(2) $(3x^2 - 5)(2x - 1)$

① 橫式 ② 直式

(3) $(4x^2 - 7)(3x + 5)$

① 橫式 ② 直式



例題 ③ 多項式的乘法—利用乘法公式



計算下列各式

① $(2x+3)^2$

② $(5x-4)^2$

③ $(x+7)(x-7)$

☆筆記



牛刀小試 6

1. 計算下列各題

(1) $(3x+1)^2$

(2) $(7x+2)^2$

(3) $(4x-6)^2$

(4) $(3x-2)^2$

(5) $(x+6)(x-6)$

(6) $(2x+3)(2x-3)$

2. 計算下列各題

(1) $(x+\frac{3}{2})^2$

(2) $(\frac{1}{2}x+8)^2$

(3) $(\frac{1}{3}x-9)^2$

(4) $(x-\frac{5}{2})^2$

(5) $(x+\frac{1}{5})(x-\frac{1}{5})$

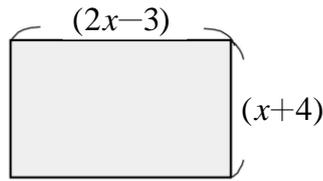
(6) $(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2})(\frac{1}{3}x-\frac{1}{2})$



例題 4 多項式的乘法應用



如右圖是一個長方形，長方形的長是 $(2x-3)$
寬是 $(x+4)$
請問：這個長方形的面積是多少？



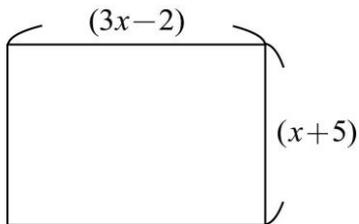
☆筆記



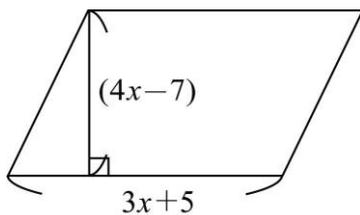
牛刀小試 7

1. 計算各題面積

(1)

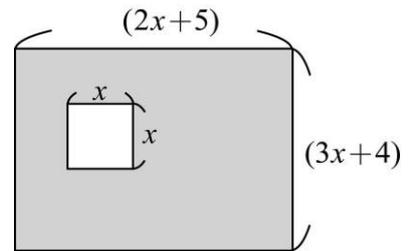


(2)

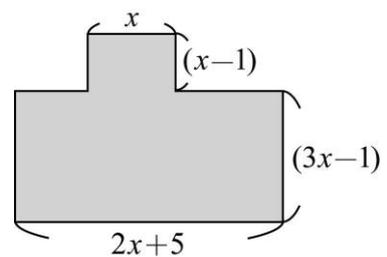


2. 計算各題灰色部份的面積

(1)



(2)





☆指數律：

若 $a \neq 0$ ，則 $a^5 \div a^2 = a^{5-2}$

① 複習指數律

(1) $x^3 \div x$

(2) $x^5 \div x^3$

(3) $x \div x$

② 單項式 ÷ 單項式

(1) $6x^2 \div 3x$

(2) $(-8x^2) \div 2x$

(3) $(-15x) \div (-3x)$

☆筆記



牛刀小試 8

1. 計算下列各題

(1) $x^2 \div x$

(2) $x^4 \div x^2$

(3) $8x^2 \div 2x$

(4) $(-9x^3) \div 3x$

(5) $(-18x^2) \div (-9x)$

(6) $(-16x^2) \div 4x^2$

2. 在空格中填入正確文字符號或數字

(1) $x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 3x$

(2) $2x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -4x$

(3) $3x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 6x^2$

(4) $(-4x) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -12x^2$

(5) $5x^2 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -10x^2$

(6) $(-6x^2) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 24x^2$



概念

5 多項式 ÷ 單項式 (整除)



計算 $(x^2 + 3x) \div x$

☆筆記

① $28 \div 7$

② 整除



牛刀小試 9

1. 計算下列各題

(1) $(x^2 + 4x) \div x$

(2) $(x^2 - 6x) \div x$

(3) $(6x^2 + 8x) \div 2x$

(4) $(10x^2 - 5x) \div 5x$

(5) $(-12x^2 - 4x) \div 4x$

2. 計算下列各題

(1) $(x^2 + 4x) \div (-x)$

(2) $(x^2 - 8x) \div (-x)$

(3) $(6x^2 + 9x) \div (-3x)$

(4) $(12x^2 - 4x) \div (-2x)$

(5) $(-14x^2 + 21x) \div (-7x)$



概念 ⑥ 多項式 ÷ 單項式 (有餘式)



計算 $(-12x^2 + 6x - 5) \div 3x$

☆筆記

$$1. \begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) 28} \\ \underline{20} \\ 8 \end{array}$$

① 這樣子做對嗎？

② 錯在哪裡？

2. ① 整數的除法

② 多項式的除法



牛刀小試 10

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(-12x^2 + 6x - 3) \div 2x$

(2) $(-4x^2 - 20x + 5) \div 4x$

(3) $(-6x^2 - 9x - 7) \div 3x$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(8x^2 + 6x - 5) \div (-2x)$

(2) $(10x^2 - 5x + 4) \div (-5x)$

(3) $(-6x^2 + 9x - 2) \div (-3x)$



概念

7 多項式 ÷ 多項式



計算 $(x^2 + 3x + 4) \div (x + 1)$

☆筆記



牛刀小試 11

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(x^2 + 5x + 6) \div (x + 1)$

(2) $(x^2 + 3x + 2) \div (x + 2)$

(3) $(x^2 + 3x + 4) \div (x + 3)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(2x^2 + 5x + 3) \div (x + 1)$

(2) $(2x^2 + 7x + 7) \div (x + 2)$

(3) $(2x^2 + 9x + 8) \div (x + 3)$



例題 5 多項式除以多項式練習



計算 $(2x^2 - 7x - 5) \div (x - 3)$

☆筆記



牛刀小試 12

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$

(2) $(3x^2 - 2x + 5) \div (x - 2)$

(3) $(5x^2 - 8x - 6) \div (x - 3)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 + 6x + 2) \div (2x - 1)$

(2) $(6x^2 + 5x - 1) \div (2x + 5)$

(3) $(15x^2 - 11x + 9) \div (5x - 2)$



例題 ⑥ 多項式 ÷ 多項式 (有缺項)



計算 $(2x^2 - 5) \div (x - 3)$

☆筆記



牛刀小試 13

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 - 5) \div (x - 1)$

(2) $(5x^2 + 8) \div (x - 3)$

(3) $(x^2 - 1) \div (-x + 1)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(12x^2 + 7x) \div (-3x + 2)$

(2) $(-4x^2 + 3) \div (2x + 3)$

(3) $(-8x^2 - 3) \div (2x - 1)$



① $34 \div 5$ 計算過程如下，

請問：如何驗算？

$$\begin{array}{r} 6 \\ 5 \overline{) 34} \\ \underline{30} \\ 4 \end{array}$$

② $(x^2 + 2x - 4) \div (x - 3)$ 計算過程

如下，請問：如何驗算？

$$\begin{array}{r} x+5 \\ x-3 \overline{) x^2+2x-4} \\ \underline{x^2-3x} \\ 5x-4 \\ \underline{5x-15} \\ 11 \end{array}$$

☆筆記

☆結論：



牛刀小試 14

1. 透過驗算求出框框中正確的數字或式子

(1) $\square \div 3 = 2 \cdots 0$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 0 \end{array}$$

(2) $\square \div 5 = 4 \cdots 0$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 0 \end{array}$$

(3) $\square \div (x+2) = (x+1) \cdots 0$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2 + \square x + \square} \\ \underline{x^2 + \square x} \\ \square x + \square \\ \underline{\square x + \square} \\ 0 \end{array}$$

(4) $\square \div (2x+3) = (3x+2) \cdots 0$

2. 在框框中填入正確的數字

(1) $\square \div 3 = 2 \cdots 1$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 1 \end{array}$$

(2) $\square \div 5 = 4 \cdots 2$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 2 \end{array}$$

(3) $\square \div (x+2) = (x+1) \cdots 3$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2 + \square x + \square} \\ \underline{x^2 + \square x} \\ \square x + \square \\ \underline{\square x + \square} \\ 3 \end{array}$$

(4) $(6x^2 + 17x + 15) \div (2x + \square) = (\square x + 4) \cdots 3$

**例題****7****被除式、除式、商式及餘式的關係**

若多項式 A 除以 $(2x+1)$ 得商式為 $(3x-2)$ ，餘式為 5 ，
求多項式 A 。

☆筆記

**牛刀小試 15**

1. 若多項式 A 除以 $(x-4)$ 的商式為 $(x+5)$ ，餘式為 6 ，求多項式 A 。
2. 若多項式 B 除以 $(2x+3)$ 的商式為 $(2x-1)$ ，餘式為 8 ，求多項式 B 。
3. 若多項式 C 除以 $(3x-1)$ 的商式為 $(2x+5)$ ，餘式為 0 ，求多項式 C 。
4. 若多項式 D 除以 $(4x+3)$ 的商式為 $(2x-3)$ ，餘式為 0 ，求多項式 D 。
5. 若多項式 E 除以 $(2x-3)$ 的商式為 $(3x-5)$ ，餘式為 -4 ，求多項式 E 。
6. 若多項式 F 除以 $(4x-3)$ 的商式為 $(5x-2)$ ，餘式為 -5 ，求多項式 F 。



牛刀小試 1

1.
 (1) x^4
 (2) x^5
 (3) x^5
 (4) x^7
 (5) x^6
 (6) x^8
2.
 (1) $3x^2$
 (2) $12x^3$
 (3) $6x^3$
 (4) $-28x^3$
 (5) $25x^2$
 (6) $-64x^3$

牛刀小試 2

1.
 (1) $5x+15$
 (2) $-5x+15$
 (3) $-5x^2+15x$
 (4) $-4x+28$
 (5) $4x+28$
2.
 (1) $-2x^2-x$
 (2) $-6x^2+24$
 (3) $-6x^2+24x$
 (4) $-30x+18$
 (5) $12x^2+42x$

牛刀小試 3

1.
 (1) $x^2+9x+20$
 (2) $x^2+13x+42$
 (3) $6x^2+17x+12$
2.
 (1) x^2+3x-4
 (2) $4x^2-11x-3$
 (3) $8x^2-18x-5$

牛刀小試 4

1.
 (1) $x^2-11x+30$
 (2) $2x^2-21x+54$
 (3) $2x^2-13x+15$
 (4) $32x^2-12x-9$
2.
 (1) x^3-x^2-2x+8
 (2) $2x^3-7x^2+2x+3$
 (3) $6x^3+5x^2+5x+2$
 (4) $8x^3-14x^2+17x-15$

牛刀小試 5

1.
 (1) $7x^3+56x^2+3x+24$
 (2) $8x^3+4x^2+10x+5$
 (3) $9x^3-6x^2+12x-8$
2.
 (1) $2x^3-8x^2-5x+20$
 (2) $6x^3-3x^2-10x+5$
 (3) $12x^3+20x^2-21x-35$

牛刀小試 6

1.
 (1) $9x^2+6x+1$
 (2) $49x^2+28x+4$
 (3) $16x^2-48x+36$
 (4) $9x^2-12x+4$
 (5) x^2-36
 (6) $4x^2-9$

2.

- (1) $x^2+3x+\frac{9}{4}$
 (2) $\frac{1}{4}x^2+8x+64$
 (3) $\frac{1}{9}x^2-6x+81$
 (4) $x^2-5x+\frac{25}{4}$
 (5) $x^2-\frac{1}{25}$
 (6) $\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{4}$

牛刀小試 7

1.
 (1) $3x^2+13x-10$
 (2) $12x^2-x-35$
2.
 (1) $5x^2+23x+20$
 (2) $7x^2+12x-5$

牛刀小試 8

1.
 (1) x
 (2) x^2
 (3) $4x$
 (4) $-3x^2$
 (5) $2x$
 (6) -4
2.
 (1) 3
 (2) -2
 (3) $2x$
 (4) $3x$
 (5) -2
 (6) -4

牛刀小試 9

1.
 (1) $x+4$
 (2) $x-6$
 (3) $3x+4$
 (4) $2x-1$
 (5) $-3x-1$

2.

- (1) $-x-4$
 (2) $-x+8$
 (3) $-2x-3$
 (4) $-6x+2$
 (5) $2x-3$

牛刀小試 10

1.
 (1) 商式： $-6x+3$
 餘式： -3
 (2) 商式： $-x-5$
 餘式： 5
 (3) 商式： $-2x-3$
 餘式： -7
2.
 (1) 商式： $-4x-3$
 餘式： -5
 (2) 商式： $-2x+1$
 餘式： 4
 (3) 商式： $2x-3$
 餘式： -2

牛刀小試 11

1.
 (1) 商式： $x+4$
 餘式： 2
 (2) 商式： $x+1$
 餘式： 0
 (3) 商式： x
 餘式： 4
2.
 (1) 商式： $2x+3$
 餘式： 0
 (2) 商式： $2x+3$
 餘式： 1
 (3) 商式： $2x+3$
 餘式： -1

牛刀小試 12

1.
 (1) 商式： $4x+1$
 餘式：3
 (2) 商式： $3x+4$
 餘式：13
 (3) 商式： $5x+7$
 餘式：15
2.
 (1) 商式： $2x+4$
 餘式：6
 (2) 商式： $3x-5$
 餘式：24
 (3) 商式： $3x-1$
 餘式：7

牛刀小試 13

1.
 (1) 商式： $4x+4$
 餘式：-1
 (2) 商式： $5x+15$
 餘式：53
 (3) 商式： $-x-1$
 餘式：0
2.
 (1) 商式： $-4x-5$
 餘式：10
 (2) 商式： $-2x+3$
 餘式：-6
 (3) 商式： $-4x-2$
 餘式：-5

牛刀小試 14

1. (1)
$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \boxed{6}} \\ \underline{\boxed{6}} \\ 0 \end{array}$$
- (2)
$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \boxed{20}} \\ \underline{\boxed{20}} \\ 0 \end{array}$$
- (3) x^2+3x+2
- $$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) \begin{array}{|c|c|c|} \hline x^2+ & \boxed{3} & x+ & \boxed{2} \\ \hline \end{array}} \\ \underline{\begin{array}{|c|c|} \hline x^2+ & \boxed{2} & x & \\ \hline \end{array}} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline & \boxed{1} & x+ & \boxed{2} \\ \hline \end{array} \\ \underline{\begin{array}{|c|c|c|} \hline & \boxed{1} & x+ & \boxed{2} \\ \hline \end{array}} \\ 0 \end{array}$$
- (4) $6x^2+13x+6$

2. (1)
$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \boxed{7}} \\ \underline{\boxed{6}} \\ 1 \end{array}$$
- (2)
$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \boxed{22}} \\ \underline{\boxed{20}} \\ 2 \end{array}$$

(3) x^2+3x+5

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) \begin{array}{|c|c|c|} \hline x^2+ & \boxed{3} & x+ & \boxed{5} \\ \hline \end{array}} \\ \underline{\begin{array}{|c|c|} \hline x^2+ & \boxed{2} & x & \\ \hline \end{array}} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline & \boxed{1} & x+ & \boxed{5} \\ \hline \end{array} \\ \underline{\begin{array}{|c|c|c|} \hline & \boxed{1} & x+ & \boxed{2} \\ \hline \end{array}} \\ 3 \end{array}$$

(4) $3 \cdot 3$

牛刀小試 15

1. x^2+x-14
 2. $4x^2+4x+5$
 3. $6x^2+13x-5$
 4. $8x^2-6x-9$
 5. $6x^2-19x+11$
 6. $20x^2-23x+1$