數學新世界

New Horizon of Mathematics

國中核心素養

七年級

上學期

陳梅仙　施皓耀　著

教育部國民及學前教育署補助計畫

111年7月修訂

封面創作理念

七年級，是一個新的階段，

會有什麼樣的挑戰呢?

在一望無際的海洋中，

是如何知道海洋生物的行蹤呢?

為什麼相機螢幕的畫面物體縮小卻變形呢?

大部分的動物都是對稱的，

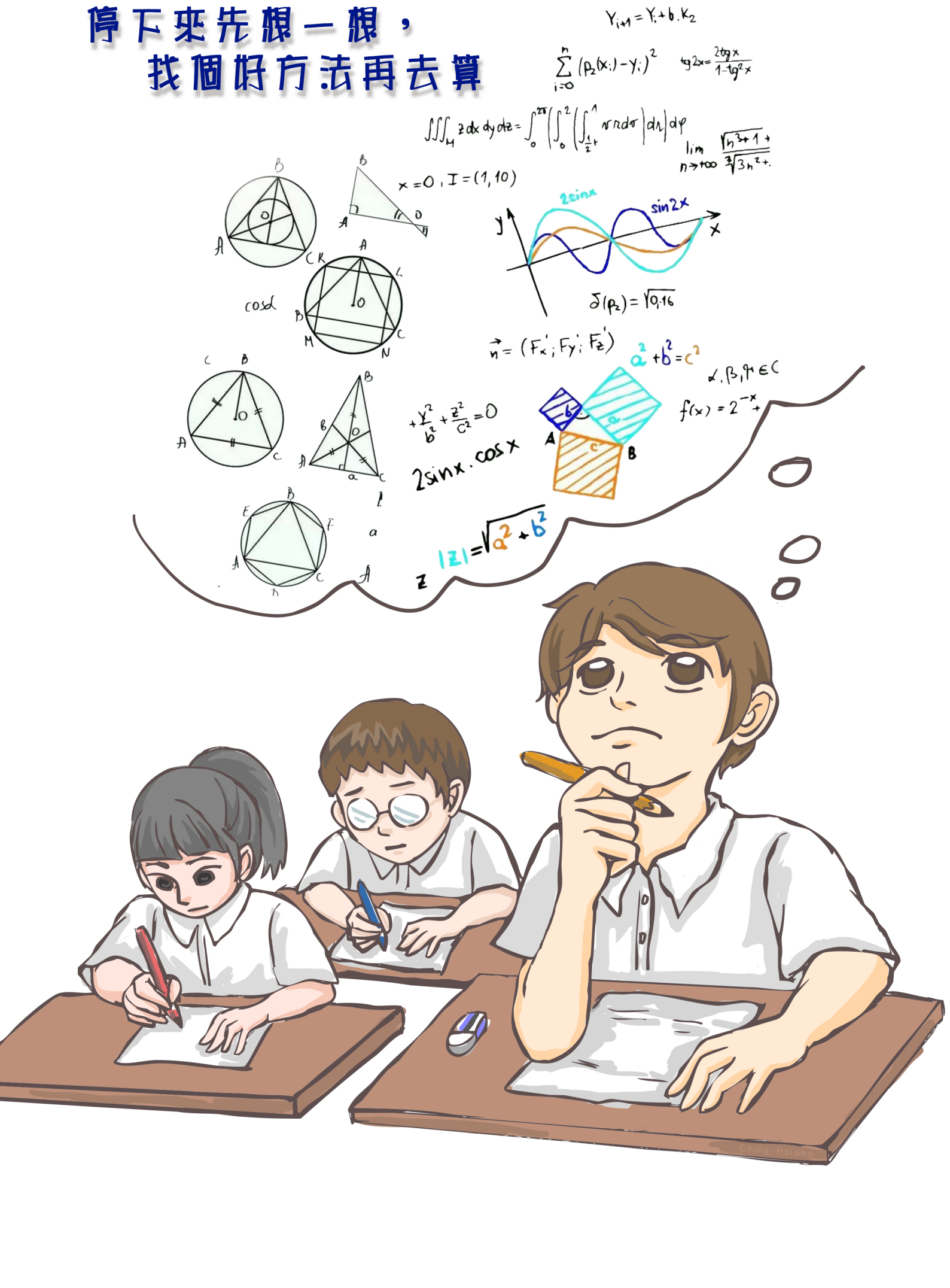
什麼是對稱呢?

對稱的條件是什麼?

誒!!!這些都跟數學有關係?

快點打開課本一起探究國中數學吧!

停下來先想一想，
找個好方法再去算



目 次

第 1 章 負數 1

1-1 負數的意義 1
1-2 負數的加減法運算 2
1-3 負數的乘除法運算 5
1-4 負數的四則運算 7

第 2 章 分數 11

2-1 分數的意義 11
2-2 含有負號的分數的運算 19

第 3 章 數線 25

3-1 數線的意義 25
3-2 數線上的標記 27

第 4 章 科學記號 35

4-1 科學記號的意義 35
4-2 科學記號的表示 37
4-3 科學記號的計算 39

第 5 章 數的指數表示法 43

5-1 指數的意義 43
5-2 數的指數表示法 45
5-3 指數律 48
5-4 指數表示法比大小與運算 49

第 6 章 因數倍數 53

6-1 分堆 53
6-2 分解 54
6-3 因數與倍數的判別 57
6-4 公因數與公倍數 62

第 7 章 一元一次方程式.....71
7-1 方程式的意義.....71
7-2 解方程式.....81
7-3 應用問題.....83
第 8 章 對稱圖形.....89
8-1 局部和整體的關係.....89
8-2 線對稱圖形的性質.....93
8-3 線對稱圖形的解題.....96
第 9 章 三視圖.....99
9-1 左邊?右邊?.....99
9-2 鳥瞰圖與視圖.....100
9-3 三視圖的使用.....102
9-4 簡易三視圖.....103
附 錄 數學新世界生根計畫 重要連結

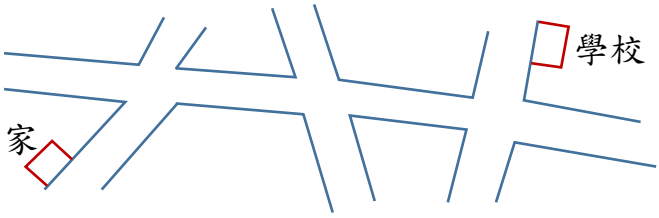
第 1 章 負數

指導：CA
編撰：陳梅仙

1-1 負數的意義

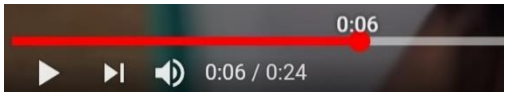
1. 一天的溫度，通常，從清晨到中午，溫度會漸漸「上升」，中午過後，溫度會漸漸「_____」。

2. 上學時，出門「左」轉，直走後「右」轉、第二個十字路口「左」轉後直走，學校就在右手邊；放學時，沿著相同路線回家，出校門後「___」轉，直走後「___」轉、第二個十字路口「___」轉後直走，家就在「___」手邊。



3. 做生意，有時會「賺」錢，有時會「___」錢。

4. 觀看影片，想往後超前看，會把影片時間軸往「右」拉，想往前回頭看，會把影片時間軸往「___」拉。



5. 前面「 」中的語詞都有對應的**相反**語詞，而且有**互相抵銷**的關係；
在數學上，如果甲、乙是兩個可以互相抵銷的量，
當我們認定甲為**正數量**，那麼乙就為**負數量**。反之，
當我們認定乙為**正數量**，那麼甲就為**負數量**。

6. 我們可以利用「負」來表現相反。
譬如說：賠錢的相反是_____，記為「負」賠錢。
右轉的相反是_____，記為「負」右轉。
溫度下降的相反是溫度_____，記為「負」溫度下降。

7. 也有不少語詞，雖然具有相反的意義，卻沒有互相抵銷的關係。
譬如說：「有」和「____」、「冷」和「____」、「新」和「____」。

8. 輕鬆一下！
利用倒轉，有人設計成翻頁書來求婚（圖 1），
也有業者設計成廣告來吸引客戶（圖 2）。

圖 1
t.ly/2DRP

圖 2
t.ly/3MRr

1-2 負數的加減法運算

學校實施學生榮譽制度，
有好的表現就給「優點卡」鼓勵，
不好的表現就給「缺點卡」警惕。
一張缺點卡可以和一張優點卡互相抵銷。

優點卡　缺點卡

1. 阿志收到優點卡 8 張和缺點卡 3 張，經過互相抵銷後，結算結果等於_____卡____張。

優點卡　8 張　＋　缺點卡 3 張
＝　優點卡(　　)張　＋　優點卡(　　)張　＋　缺點卡 3 張
＝　優點卡(　　)張　　（優點卡(　　)張　＋　缺點卡 3 張：互相抵銷）

將優點卡 8 張簡記為「正 8」，缺點卡 3 張簡記為「負 3」，化簡為

正 8　＋　負 3
＝　(　　)　＋　(　　)　＋　負 3
＝　(　　)　　（(　　)　＋　負 3：互相抵銷）

將「正 8」簡記為「＋8」，「負 3」簡記為「－3」，化簡為

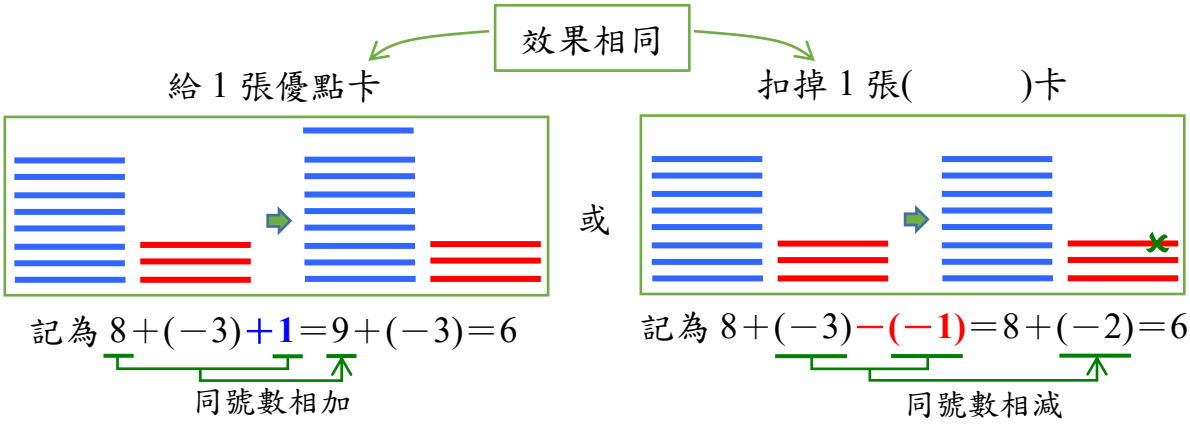
(＋8)　＋　(－3)
＝　(　　)　＋　(　　)　＋　(－3)
＝　(　　)　　（(　　)　＋　(－3)：互相抵銷）

將「正號」省略，「＋1」簡記為「1」，化簡為

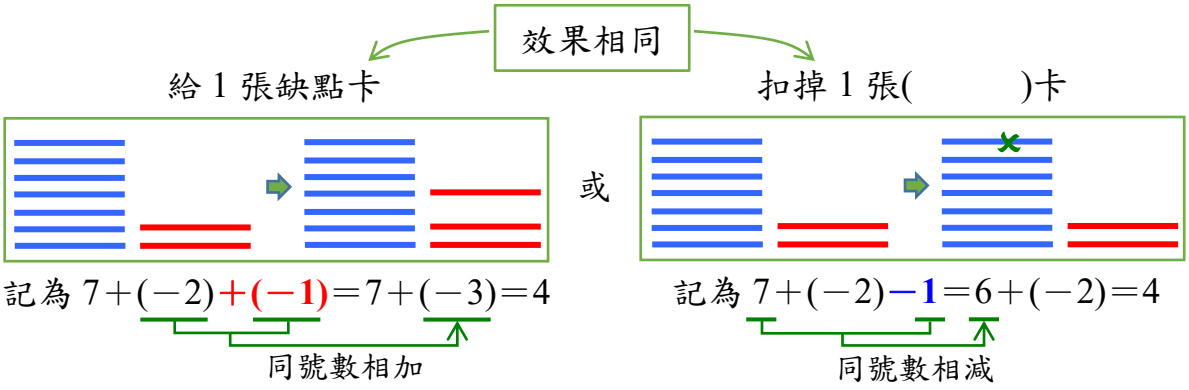
8　＋　(－3)
＝　(　　)　＋　(　　)　＋　(－3)
＝　(　　)　　（(　　)　＋　(－3)：互相抵銷）

2. 小雪結算也是 5 張優點卡，你認為小雪優點卡和缺點卡各有幾張？
有幾種可能呢？＿＿＿＿＿＿，請寫出 3 種不同的可能：
優點＿＿張+缺點＿＿張；優點＿＿張+缺點＿＿張；優點＿＿張+缺點＿＿張

3. 阿志做了一件好事，老師想給 1 張優點卡，可是優點卡剛好用完了，
老師還可以怎麼做呢？（跟給 1 張優點卡的效果相同）



4. 小雪不小心犯錯，老師想給 1 張缺點卡，可是缺點卡沒了，老師還可
以怎麼做呢？（跟給 1 張缺點卡的結果相同。）



5. 結論：

(1) 加 1＝減負 1；加負 1＝減 1。
＋1＝－(－1)；＋(－1)＝－1
加上 1 個數，就等於減去這個數的相反。

反過來講也對喔！

(2) 減負 1＝加 1；減 1＝加負 1。
－(－1)＝＋1；－1＝＋(－1)
減去 1 個數，就等於加上這個數的相反。

練習用前面學到的想法，算一算！

6. 同號數相加直接加

(1) 8＋6＝	(2) (－5)＋(－7)＝	(3) (－9)＋(－6)＝

7. 異號數相加，互相抵銷

(1) (－3)＋7＝	(2) (－8)＋7＝	(3) 5＋(－9)＝

8. 同號數相減，夠減，直接減

(1) 9－6＝	(2) (－5)－(－4)＝	(3) (－8)－(－3)＝

9. 同號數相減，不夠減，有多少減多少，不夠再換「加上這個數的**相反**」

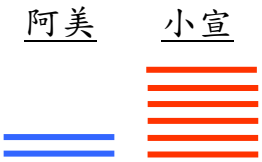
(1) 4－7 0　3 ＝0－3 ＝－3	(2) (－5)－(－7) 0　－2 ＝0－(－2) ＝2	(3) 3－5 ＝	(4) (－4)－(－9) ＝

10. 異號數相減，沒得減，直接換「加上這個數的**相反**」

(1) 3－(－2) 換 ＝3＋2 ＝5	(2) (－5)－4 換 ＝(－5)＋(－4) ＝－9	(3) 6－(－3) ＝	(4) (－8)－5 ＝

1-3 負數的乘除法運算

1. 結算後，阿美有優點卡 2 張，小宣有缺點卡 6 張。



小宣：我有 6 張，你只有 2 張，我是你的 3 倍多！

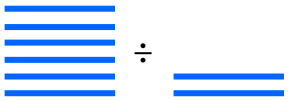
阿美：只看卡片數量，你確實是我的 3 倍，可是…

你的卡片和我的卡片，在意義上剛好相反喔！

幾倍應該怎麼講比較清楚呢？我們來討論一下！

(1) 優點卡 6 張是優點卡 2 張的幾倍呢？____倍

直接做除法

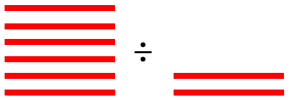


記為 6 ÷ 2 = ( )

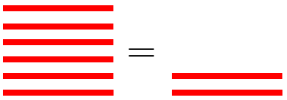
也可以用乘法算喔！

記為 6 = 2 × ( )

(2) 缺點卡 6 張是缺點卡 2 張的幾倍呢？____倍

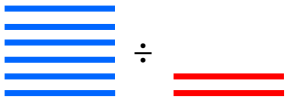


記為 (−6) ÷ (−2) = ( )

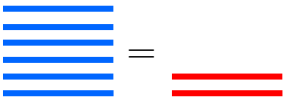


記為 (−6) = (−2) × ( )

(3) 優點卡 6 張是缺點卡 2 張**相反的** 3 倍，簡記為_____倍。

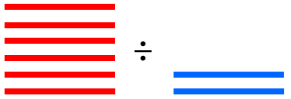


記為 6 ÷ (−2) = ( )



記為 6 = (−2) × ( )

(4) 缺點卡 6 張是優點卡 2 張**相反的** 3 倍，簡記為_____倍。



記為 (−6) ÷ 2 = ( )

記為 (−6) = 2 × ( )

注意：除法是在算「被除數是除數的幾倍」。

練習用前面學到的想法，算一算！

2. 乘法：幾倍

(1) 5×3 ＝ 5 是正數， 3 倍後還是正數。	(2) (－4)×6 ＝ (－4)是負數， 6 倍後還是負數。	(3) 2×7 ＝	(4) (－9)×8 ＝

3. 乘法：**相反的**幾倍

(1) 6×(－2) ＝ 6 是正數， 相反的 2 倍後， 變成負數。	(2) (－7)×(－5) ＝ (－7)是負數， 相反的 5 倍後， 變成正數。	(3) 3×(－4) ＝	(4) (－8)×(－6) ＝

4. 除法：被除數是除數的幾倍

(1) 12÷4 ＝12 是 4 的幾倍 ＝(　　) 12＝4×(　　)	(2) (－54)÷(－9) ＝(－54)是(－9)的幾倍 ＝(　　) －54＝(－9)×(　　)
(3) 28÷(－7) ＝28 是(－7)的幾倍 ＝(　　) 28＝(－7)×(　　)	(4) (－30)÷6 ＝(－30)是 6 的幾倍 ＝(　　) －30＝6×(　　)

5. 結論：

(1) 同號數相乘/相除，結果是正數。

(2) 異號數相乘/相除，結果是負數。

1-4 負數的四則運算

1. 請完成下面的計算。

(1) $5\times(-1)$ ＝	(2) $(-5)\times(-1)$ ＝	(3) $5+(-5)$ ＝	(4) $-(-(-(-5)))$ ＝

2. 像 5 和(－5)這樣彼此相反，且數值相等兩個數字，相加會等於 0，被稱為互為**加法相反數**。$-(-(-(-5)))$的加法相反數＝_____。

3. 計算 $997-(789+996)$

(1) 括號內先算 $997-(789+996)$ $=997-(\quad\quad)$ ＝	(2) 拆括號後再算 $997\ \boxed{-}\ (\ \boxed{789}\ \boxed{+996}\ )$ 正變負　加變減 減去一個數等於加上它的相反數 $=997\ +\ (-789\ -996)$ $=997\ -789\ -996$ ＝ 跳過中間的步驟就變成： $997\ \boxed{-}\ (\ \boxed{789}\ \boxed{+996}\ )$ 正變負　加變減 $=997\ \ -789\ \ -996$ ＝

4. 計算 $-997-(-789-996)$

(1) 括號內先算 $-997-(-789-996)$ $=-997-(\quad\quad)$ ＝	(2) 拆括號後再算(跳過中間的步驟) $-997\ \boxed{-}\ (\ \boxed{-789}\ \boxed{-996}\ )$ 負變正　減變加 $=-997\ +789\ +996$ ＝

5. **結論**：減去一個括號，就是把括號中的正負或加減**變相反**！

6. 計算 357x999

(1) 直接算	(2) 改寫後分開算
357x999 ＝	357x999 ＝357x(1000－1) ＝357x1000－357x1 ＝

7. 計算 564x998＋564x2

(1) 直接算	(2) 一起算
564x998＋564x2 ＝	564x998＋564x2 ＝564x(998＋2) ＝

8. 計算 4x996－2x(985＋996)

(1) 括號內先算，再乘以 2	(2) 拆括號後再算
4x996－2x(985＋996) ＝(　　)－2x(　　) ＝	4x996 － 2x (985 ＋ 996) 分開算 ×2　×2 ＝4x996 － (2x985 ＋2x996) 正變負　加變減 ＝4x996 ＋ (－2x985－2x996) ＝4x996 －2x985－2x996 ＝ 跳過中間的步驟就變成： 4x996 －2 x (985 ＋996) 正變負　加變減 ＝4x996 －2x985 －2x996 ＝

9. 計算下列算式之值

(1) $(-8)+(-2)\times(-3)$	(2) $12\div(-3)-2\times(-3)$
(3) $19-(-2)\times[(-12)-7]$	(4) $12-7\times(-32)+16\div(-4)$
(5) $(-12)+(-18)\div(-6)-(-3)\times2$	(6) $9+(-2)\times[18-(-3)\times2]\div4$
(7) 已知 $10\times11\times12\times13\times14=240240$， 則$(-11)\times(-12)\times(-13)\times(-14)\times(-15)=$？	
(8) 算式 $743\times369-741\times370$ 之值為何？	

2-1 分數的意義

1. 爸爸慶生，媽媽切了 2 塊蛋糕給哥哥，切了 1 塊蛋糕給弟弟，所以，哥哥吃得比弟弟還多嗎？

2. 爸爸說他要吃蛋糕的 $\frac{1}{4}$，媽媽說她要吃爸爸的一半就好，請把要給爸爸和媽媽的蛋糕切出來。

3. 估計一下水壺中還剩下多少水呢？_____壺。

(1) $\frac{1}{2}$ 壺嗎？□是□否。

剩下的水比 $\frac{1}{2}$ 壺，

還□多□少一些些。

(2) $\frac{1}{3}$ 壺嗎？□是□否。

剩下的水比 $\frac{1}{3}$ 壺，

還□多□少一些些。

(3) $\frac{2}{5}$ 壺嗎？□是□否。

剩下的水比 $\frac{2}{5}$ 壺，

還□多□少一些些。

不過，幾乎是一樣囉！

因此，我們可以說，

水壺中剩下的水大約是____壺。

有發現嗎？

我們是利用「完整的 1 壺水」來把「不到 1 壺的水」講清楚喔！

先把「完整的 1 壺水」做等分，再數一數，剩下的水有幾個等分。

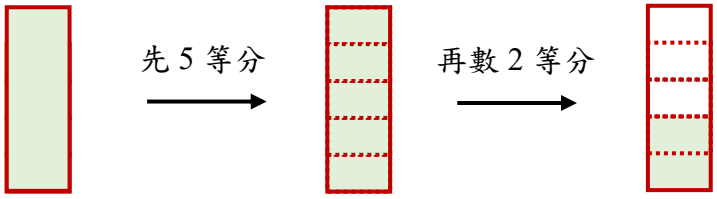
結論：分數是先分再數。

舉例來說：

先把「完整的 1 壺水」___等分，再數一數，剩下的水有___等分，

因此，剩下的水有 $\frac{2}{5}$ 壺，圖示如下：

整壺的水



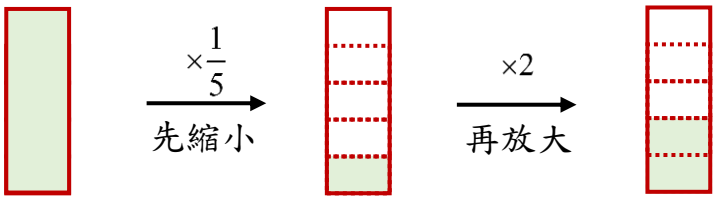
因為 5 等分後的每一等分都是____壺。

數字 $\frac{1}{5}$ 所發揮的作用，就是將 1 壺變成____壺，縮小！

數字 2 所發揮的作用，就是將 1 個 $\frac{1}{5}$ 壺，變成____個 $\frac{1}{5}$ 壺，放大！

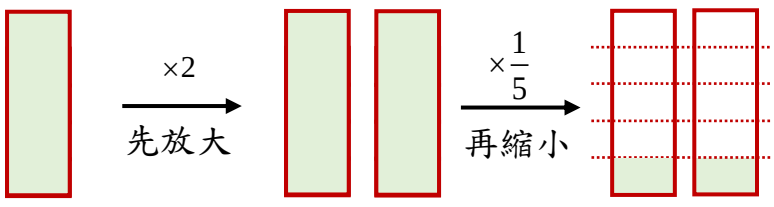
圖示如下：

整壺的水



也可以先放大再縮小喔！圖示如下：

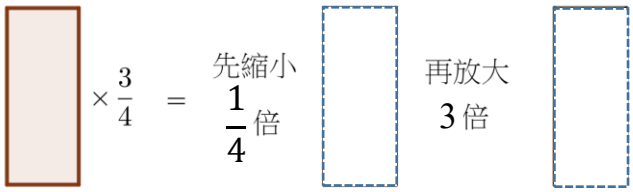
整壺的水



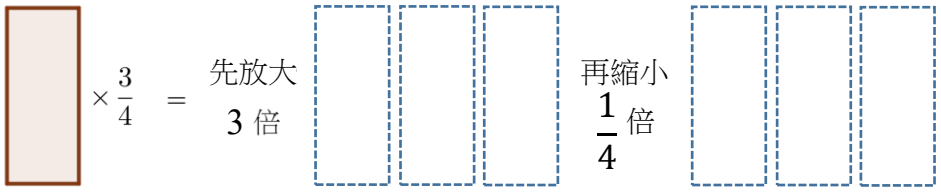
結論： $\frac{b}{a}=\frac{1}{a}\times b=b\times\frac{1}{a}$

4. 想切出 1 條蛋糕的 $\frac{3}{4}$ ，自己畫畫看！

(1) 先做縮小為 $\frac{1}{4}$ 倍，再放大 3 倍。

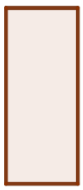


(2) 先放大 3 倍，再縮小為 $\frac{1}{4}$ 倍。



(3) $\frac{3}{4}=$ ____ $\times\frac{1}{4}$，讀做「3 個 $\frac{1}{4}$ 」或「4 分之 3」。

5. 畫出下面分數的大小。

(1) $\frac{4}{4}$  $\times\frac{4}{4}=$	(2) $\frac{5}{4}$ $\times\frac{5}{4}=$

6. 真分數___1，會把東西變小，
假分數___或___1，會把東西變_____或_____。

7. 爸爸泡茶給大家喝，阿明負責倒茶，阿明發現爸爸泡的每壺茶剛好可以倒滿 5 個小茶杯，媽媽喝了 3 杯後就說喝不下了，妹妹很喜歡爸爸泡的茶，總共喝了 13 杯！我們會說妹妹喝了幾壺茶呢？

8. 分數的大小。

以 $\frac{7}{3}$ 為例，每___個 $\frac{1}{3}$ 就是完整的 1，

$\frac{7}{3}$ 有___個 $\frac{1}{3}$，相當於有___÷___個完整的 1，

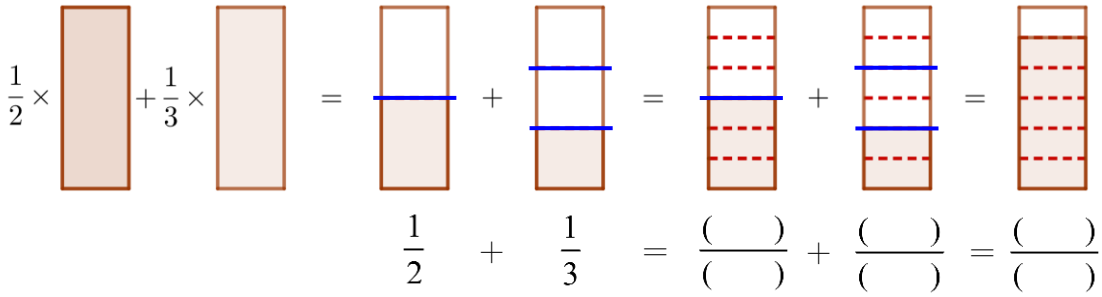
因此，$\frac{7}{3}$ 的大小可以看成___是___的幾倍。

9. 比大小，請填入>、<或＝。

(1) $9\times\frac{70}{73}$ □ 9	(2) $9\times\frac{83}{83}$ □ 9	(3) $9\times\frac{80}{67}$ □ 9
(4) $\frac{11}{8}\times\frac{97}{97}$ □ $\frac{11}{8}$	(5) $\frac{11}{8}\times\frac{60}{59}$ □ $\frac{11}{8}$	(6) $\frac{11}{8}\times\frac{50}{61}$ □ $\frac{11}{8}$

10. 分數的加減。

$\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 的大小不一樣，等分成一樣大塊，就可以合併算，請完成下面空格的填寫，並寫出答案。

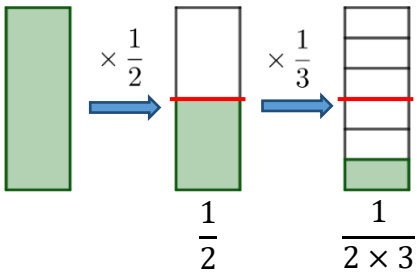


11. 練習一下！

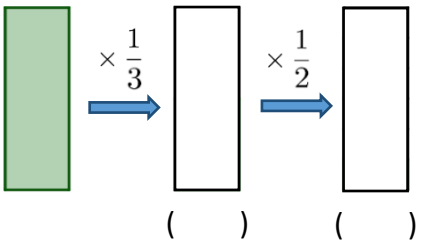
(1) $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}=$	(2) $\frac{3}{5}-\frac{2}{7}=$
(3) $\frac{3}{8}+\frac{1}{6}=$	(4) $\frac{5}{6}-\frac{7}{9}=$

12. 分數的乘法。

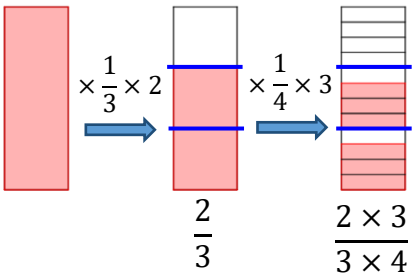
(1) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=$



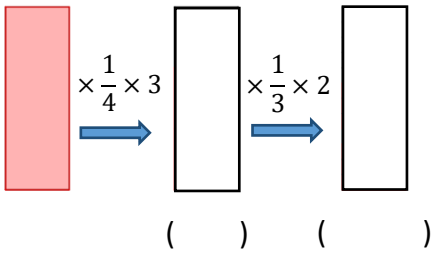
(2) $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=$



(3) $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=$



(4) $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=$



(5) $\frac{5}{2}\times\frac{3}{7}$

$=\frac{1}{2}\times5\times\frac{1}{7}\times3$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{7}\times5\times3$

$=\frac{5\times3}{2\times7}$

$=\frac{(\quad)}{(\quad)}$

(6) $\frac{3}{5}\times\frac{7}{4}$

$=\frac{1}{5}\times(\quad)\times\frac{1}{4}\times(\quad)$

$=\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\times(\quad)\times(\quad)$

$=\frac{(\quad)\times(\quad)}{5\times4}$

$=\frac{(\quad)}{(\quad)}$

(7) $\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}$

$=\frac{1}{a}\times(\quad)\times\frac{1}{c}\times(\quad)$

$=\frac{1}{a}\times\frac{1}{c}\times(\quad)\times(\quad)$

$=\frac{(\quad)\times(\quad)}{a\times c}$

$=\frac{(\quad)}{(\quad)}$

(8) $\frac{b}{a}\times\frac{a}{b}$

$=\frac{1}{a}\times(\quad)\times\frac{1}{b}\times(\quad)$

$=\frac{1}{a}\times\frac{1}{b}\times(\quad)\times(\quad)$

$=\frac{(\quad)\times(\quad)}{a\times b}$

$=\frac{(\quad)}{(\quad)}$

$=$

結論：分數相乘，分母相乘(縮小再縮小)，分子相乘(放大再放大)

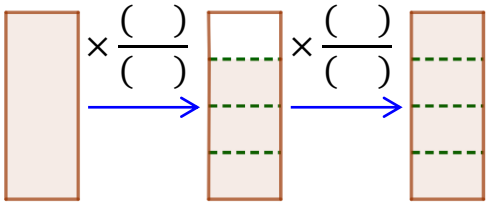
那，帶分數要怎麼做乘法呢？一定要先變成假分數嗎？

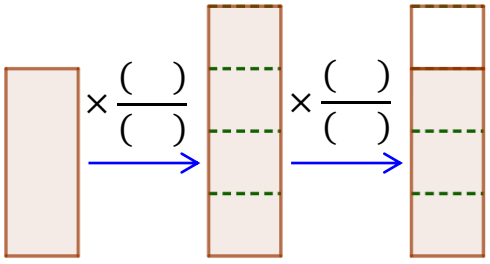
請將下面的運算結果化簡成最簡分數。

(9) $\frac{6}{7}\times\frac{5}{6}=$	(10) $1\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=$
(11) $\frac{23}{12}\times\frac{4}{5}\times\frac{15}{46}=$	(12) $1\frac{2}{7}\times 2\frac{1}{3}=$
(13) $69\frac{2}{7}\times\frac{1}{3}=$　　若變成假分數再算，數字好大，有別的算法嗎？	

13. 請在下面空格中填寫合適的數字。

(1) $1\times\frac{(\quad)}{(\quad)}\times\frac{(\quad)}{(\quad)}=1$　　(2) $1\times\frac{(\quad)}{(\quad)}\times\frac{(\quad)}{(\quad)}=1$





14. 分數 $\frac{b}{a}$ 和 $\frac{a}{b}$ 相乘，分母縮小的倍率，剛好被分子放大的倍率抵銷，而有相乘會等於 1 的性質，$\frac{b}{a}$ 和 $\frac{a}{b}$ 被稱為互為_____。

請寫出 $\frac{5}{6}$ 的倒數＝_____，$1\frac{5}{6}$ 的倒數＝_____，6 的倒數＝_____。

任何一個數字乘以自己的_____，就會等於 1。

任何一個數字加上自己的_____，就會等於 0。

15. 黑鮪魚和漁夫一起拍照，沒有在現場的我們，通常會怎麼講這隻黑鮪魚有大隻呢？提示：跟漁夫比。

_____。

16. 你有看過塵蟎嗎？_____。

塵蟎都吃什麼長大的呢？_____。

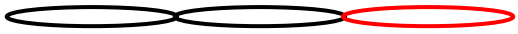
要怎麼做才能觀察塵蟎吃東西呢？

□放大　□縮小　□肉眼

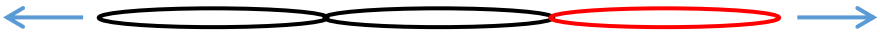
如果我們知道塵蟎吃 50 口就可以把一個小皮屑吃光光，放大之後再來觀察，塵蟎吃相同大小的皮屑需要吃幾口呢？_____。

17. 三條一樣長的橡皮筋。

(1) 黑色橡皮筋長度是紅色橡皮筋長度的____倍。



(2) 兩邊一起拉，黑色橡皮筋長度是紅色橡皮筋長度的____倍。



(3) 兩邊一起縮，黑色橡皮筋長度是紅色橡皮筋長度的____倍。

(4) 只拉長紅色，黑色橡皮筋長度是紅色橡皮筋長度的____倍。

18. 橡皮筋的聯想

A 是 B 的幾倍，A 和 B 一起放大或一起縮小，倍數不變。

$\frac{A}{B}=\frac{A\times k}{B\times k}$ (擴分或約分)，或，$A\div B=(A\times k)\div(B\times k)$

19. 紅色橡皮筋是黑色的幾倍呢？_____倍。

兩條橡皮筋一起拉，將黑色橡皮筋伸縮到和 1 枝筆一樣長，再拿這枝筆去量此時紅色橡皮筋的長度，可以量幾次就幾倍！

結論：A 是 B 的幾倍，把 B 變成 1，用 B 來量 A，量幾次就幾倍！

20. 分數的除法。

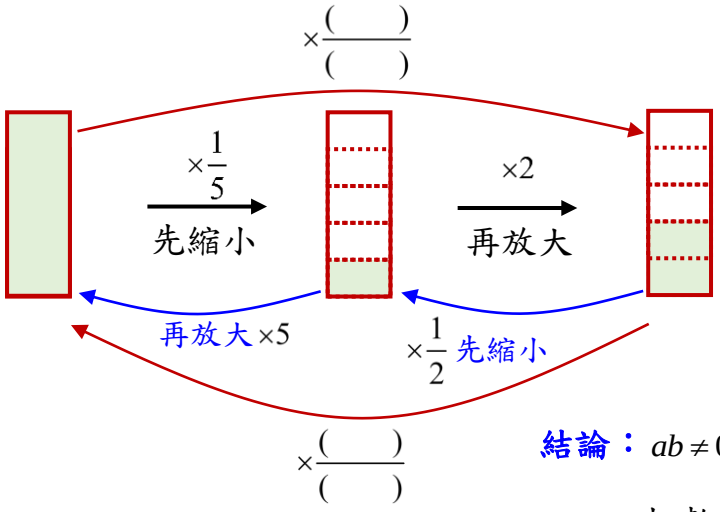
以 $\frac{3}{7}\div\frac{2}{5}$ 為例，

$\frac{3}{7}$ 除以 $\frac{2}{5}$，就是拿 $\frac{2}{5}$ 來量 $\frac{3}{7}$ 可以量幾次，這樣很難算！

一起放大一起縮小，倍數不變！

除以 1 最好算！

可是，怎麼把 $\frac{2}{5}$ 放大縮小變成 1 呢？



結論： $ab\neq 0$，$\frac{b}{a}\times\frac{(\quad)}{(\quad)}=1$。

把數字乘以倒數就變成 1。

我們可以來算 $\frac{3}{7}\div\frac{2}{5}$ 了！

$$\times\frac{(\quad)}{(\quad)}\left(\frac{3}{7}\div\frac{2}{5}\right)\times\frac{(\quad)}{(\quad)}$$

$$\frac{3}{7}\times\frac{(\quad)}{(\quad)}\div 1$$

⇨ $\frac{3}{7}\div\frac{2}{5}=\left(\frac{3}{7}\times\frac{(\quad)}{(\quad)}\right)\div\left(\frac{2}{5}\times\frac{(\quad)}{(\quad)}\right)=\left(\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}\right)\div 1=\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}=\frac{(\quad)}{(\quad)}$

一起縮放，讓除數變成 1

練習一下！

(1) $\frac{7}{6}\div\frac{4}{5}=$	(2) $\frac{8}{5}\div\frac{3}{4}=$
(3) $2\frac{3}{4}\div\frac{5}{6}=$	(4) $\frac{8}{3}\div 4\frac{2}{5}=$

2-2 含有負號的分數運算

1. 觀察下面的算式，並完成填空。

算式 $28\div 7=\frac{28}{7}=4$ 表示 28 是 7 的_____倍，

算式 $(-28)\div(-7)=\frac{-28}{-7}=4$ 表示 (-28) 是 (-7) 的_____倍。

算式 $(-28)\div 7=\frac{-28}{7}=-4$ 表示 (-28) 是 7 的_____倍，

算式 $28\div(-7)=\frac{28}{-7}=-4$ 表示 28 是 (-7) 的_____倍，

⇨ $\frac{-28}{(\quad)}=\frac{(\quad)}{7}=4$，$\frac{(\quad)}{7}=\frac{28}{(\quad)}=-\frac{28}{7}=-4$。

2. 判別含有負號的分數。

$\frac{-2}{7}$ 是一個_____數，被記為_____。

$\frac{2}{-7}$ 是一個_____數，被記為_____。

$\frac{-2}{-7}$ 是一個_____數，被記為_____。

3. 在哪些選項下，$\frac{b}{a}$ 是一個正數，答：_____。

(A) $a>0$，$b>0$　(B) $a>0$，$b<0$

(C) $a<0$，$b>0$　(D) $a<0$，$b<0$

4. 什麼情況之下，$\frac{-b}{a}$ 會是一個正數，答：_____。

含有負號的分數運算和整數運算相同，舉例如下：

5. 認識含有負號的分數加法。

(1) $\left(-\frac{3}{7}\right)+\frac{5}{7}$ = 負___個 $\frac{1}{7}$ **加上** 正___個 $\frac{1}{7}$ = 正___個 $\frac{1}{7}$ =____

(2) $\frac{3}{7}+\left(-\frac{5}{7}\right)$ = 正___個 $\frac{1}{7}$ **加上** 負___個 $\frac{1}{7}$ = 負___個 $\frac{1}{7}$ =____

(3) $\left(-\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{5}{7}\right)$ = 負___個 $\frac{1}{7}$ **加上** 負___個 $\frac{1}{7}$ = 負___個 $\frac{1}{7}$ =____

也就是說，$\left(-\frac{3}{7}\right)+\frac{5}{7}=\frac{(-3)+5}{7}=\frac{(\quad)}{7}$，

$\frac{3}{7}+\left(-\frac{5}{7}\right)=\frac{3+(-5)}{7}=\frac{(\quad)}{7}$，

$\left(-\frac{3}{7}\right)+\left(-\frac{5}{7}\right)=\frac{(-3)+(-5)}{7}=\frac{(\quad)}{7}$。

練習一下！

(4) $\left(-\frac{7}{8}\right)+\frac{4}{8}=$	(5) $\left(-\frac{2}{6}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)=$
(6) $\frac{8}{9}+\left(-\frac{5}{9}\right)=$	(7) $\frac{2}{3}+\left(-\frac{3}{4}\right)=$

6. 認識含有負號的分數減法。

(1) $\left(-\frac{3}{7}\right)-\frac{5}{7}=$ 負___個$\frac{1}{7}$ **減去** 正___個$\frac{1}{7}=\frac{(-3)-5}{7}=\frac{(\quad)}{7}$

(2) $\frac{3}{7}-\left(-\frac{5}{7}\right)=$ 正___個$\frac{1}{7}$ **減去** 負___個$\frac{1}{7}=\frac{3-(-5)}{7}=\frac{(\quad)}{7}$

(3) $\left(-\frac{3}{7}\right)-\left(-\frac{5}{7}\right)=$ 負___個$\frac{1}{7}$ **減去** 負___個$\frac{1}{7}=\frac{(-3)-(-5)}{7}=\frac{(\quad)}{7}$

練習一下！

(4) $\left(-\frac{7}{8}\right)-\frac{4}{8}=$	(5) $\left(-\frac{2}{6}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)=$
(6) $\frac{8}{9}-\left(-\frac{5}{9}\right)=$	(7) $\frac{2}{3}-\left(-\frac{3}{4}\right)=$

7. 認識含有負號的分數乘法。 先判斷正負號

(1) $\left(-\frac{3}{7}\right)\times\frac{5}{2}=$ 負$\frac{3}{7}$ **乘以** 正$\frac{5}{2}=$ **負** $\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}=$ _____。

(2) $\frac{3}{7}\times\left(-\frac{5}{2}\right)=$ 正$\frac{3}{7}$ **乘以** 負$\frac{5}{2}=$ **負** $\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}=$ _____。

(3) $\left(-\frac{3}{7}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=$ 負$\frac{3}{7}$ **乘以** 負$\frac{5}{2}=$ **正** $\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}=$ _____。

練習一下！

(4) $\left(-\frac{5}{6}\right)\times\frac{4}{7}=$	(5) $\left(-\frac{4}{7}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=$
(6) $\frac{3}{4}\times\left(-\frac{7}{6}\right)=$	(7) $\frac{8}{9}\times\left(-\frac{9}{8}\right)=$

8. 認識含有負號的分數除法。　　先判斷正負號

(1) $\left(-\frac{3}{7}\right)\div\frac{5}{2}$ = 負$\frac{3}{7}$ **除以** 正$\frac{5}{2}$ = **負**$\frac{3}{7}\times$ ＿＿ =＿＿＿。

(2) $\frac{3}{7}\div\left(-\frac{5}{2}\right)$ = 正$\frac{3}{7}$ **除以** 負$\frac{5}{2}$ = **負**$\frac{3}{7}\times$ ＿＿ =＿＿＿。

(3) $\left(-\frac{3}{7}\right)\div\left(-\frac{5}{2}\right)$ = 負$\frac{3}{7}$ **除以** 負$\frac{5}{2}$ = **正**$\frac{3}{7}\times$ ＿＿ =＿＿＿。

練習一下！

(4) $\left(-\frac{5}{6}\right)\div\frac{4}{7}=$	(5) $\left(-\frac{4}{7}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)=$
(6) $\frac{3}{4}\div\left(-\frac{7}{6}\right)=$	(7) $\frac{8}{9}\div\left(-\frac{9}{8}\right)=$

9. 已知 a、b、c 三個算式如下，請判斷 a、b、c 的大小關係。

$a=(\frac{3}{14}-\frac{2}{15})-\frac{1}{16}$

$b=\frac{3}{14}-(\frac{2}{15}-\frac{1}{16})$

$c=\frac{3}{14}-\frac{2}{15}-\frac{1}{16}$

a、b、c 三個算式中
都有$\frac{3}{14}$、$\frac{2}{15}$、$\frac{1}{16}$，
也許可以不用計算
就可以比較大小關係喔！

拆括號是個好方法喔！

$a=(\frac{3}{14}-\frac{2}{15})-\frac{1}{16}=\frac{3}{14}-\frac{2}{15}-\frac{1}{16}$ (括號拿掉，結果相同)

$b=\frac{3}{14}-(\frac{2}{15}-\frac{1}{16})$

正變負　減變加

$=\frac{3}{14}-\frac{2}{15}+\frac{1}{16}$

答：＿＿＿＿＿＿。

10. 計算 $19-(-2)\times[(-12)-7]$之值為何？

11. 已知 $a=-\frac{5}{223}$，$b=\frac{6}{263}$，$c=-\frac{7}{293}$，判斷下列各式之值，何者最大？

(A) $a+b+c$

(B) $a+b-c$

(C) $a-b+c$

(D) $a-b-c$

12. 算式 $2021\div\frac{8}{5}+2021\times\frac{8}{5}$ 之值與下列哪一個式子的值相等？

(A) $2021\times(\frac{5}{8}+\frac{8}{5})$　(B) $2021\times(\frac{8}{5}+\frac{8}{5})$

(C) $2021\div(\frac{5}{8}+\frac{8}{5})$　(D) $2021\div(\frac{8}{5}+\frac{8}{5})$

13. 估算 $2009\times(-\frac{2009}{2008})$的值最接近哪一個整數？

14. 已知甲$=-2\frac{3}{8}$、乙$=-2+\frac{3}{8}$、丙$=-1.375$，請比較甲乙丙的大小。

15. 計算下列算式之值

(1) $-\frac{5}{3}-\frac{1}{6}$	(2) $\frac{11}{4}-(-1\frac{5}{6})$
(3) $\frac{5}{6}-\frac{3}{8}+(-2\frac{7}{8})$	(4) $(-1\frac{1}{2})\times(-3\frac{1}{4})\times\frac{2}{3}$
(5) $(-\frac{1}{7})\div\frac{1}{42}\times\frac{5}{6}\div(-\frac{5}{8})$	(6) $(-1000\frac{1}{5})\times(5-10)$
(7) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\times(-4)$	(8) $(1+\frac{1}{3})\div(\frac{1}{3}-1)\times\frac{3}{8}$
(9) $4\div(-1.6)-\frac{7}{4}\div2.5$	(10) $\frac{2}{3}\times(1+\frac{1}{2})-\frac{3}{2}\div(\frac{1}{2}-1)$
(11) $[(-5)-(-11)]\div(\frac{3}{2}\times4)$	(12) $3\times(-9)-18\times(\frac{1}{9}-\frac{1}{3})$

3-1 數線的意義

1. 賞雪去。

爸爸帶全家去合歡山賞雪，早上 8 點出發時，溫度為 16 度。

車越開越高，中午 12 點到達合歡山松雪樓，溫度只有 2 度。

一到傍晚氣溫降到零下 1 度，看來是有機會看到雪了。

吃完晚餐，外面的夜空無比漂亮，好多星星，好明亮！

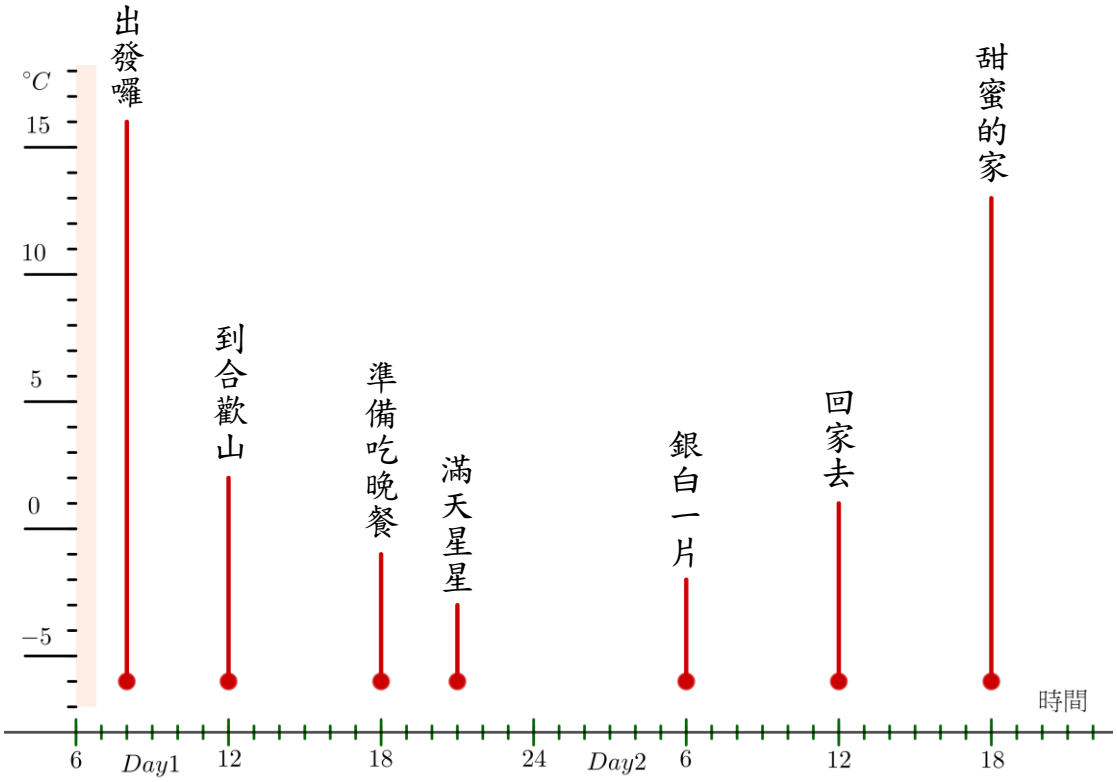
突然間起風了，雲來了，越來越厚，好冷啊，9 點了，溫度來到零下 3 度了，躲在被窩比較溫暖，期待，期待明天。

6 點一早起來，銀色一片，宛如仙境，看看溫度計，是零下 2 度耶，迫不及待的衝到外面堆雪人！

中午吃完午餐，媽媽打包行李，爸爸幫車輪裝雪鍊，準備回家囉。雖然是中午時分，溫度還是只有 1 度而已。

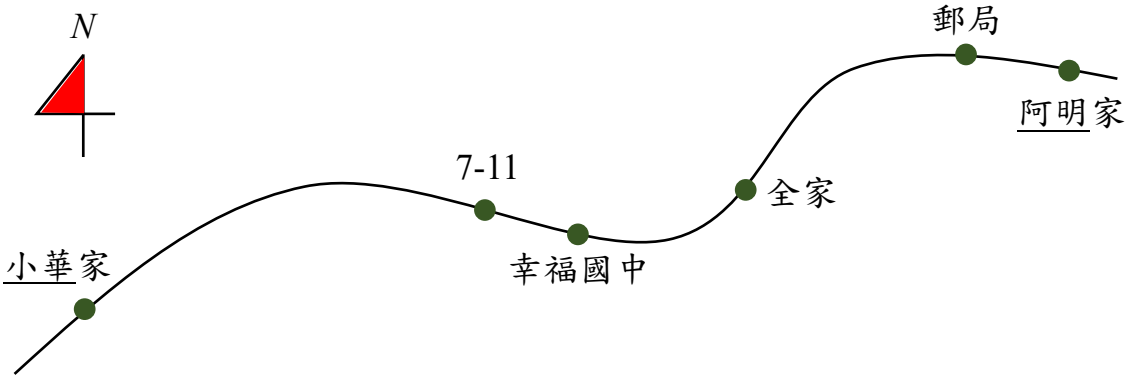
下山爸爸為了安全開得很慢，過了管制站，拆下雪鏈，可以正常速度回家了，回到家，剛好傍晚 6 點，溫度回到 13 度了，這是一趟溫度來來回回的旅程。

讓我們畫溫度計來寫日記



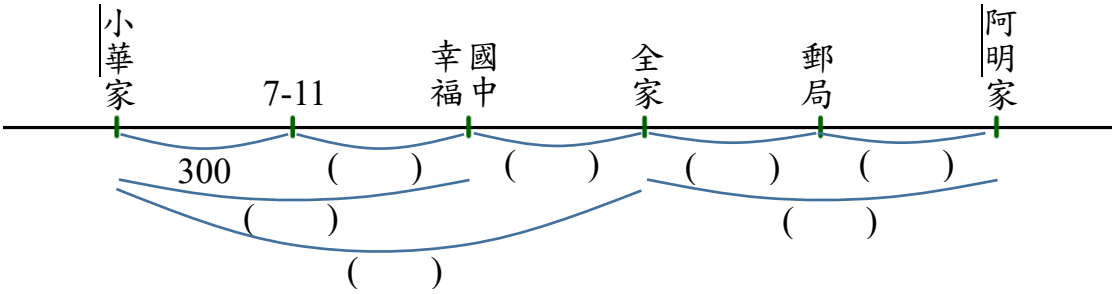
有了這張圖，我們可以清楚感受不同時間地點的溫差。

3-2 數線上的標記

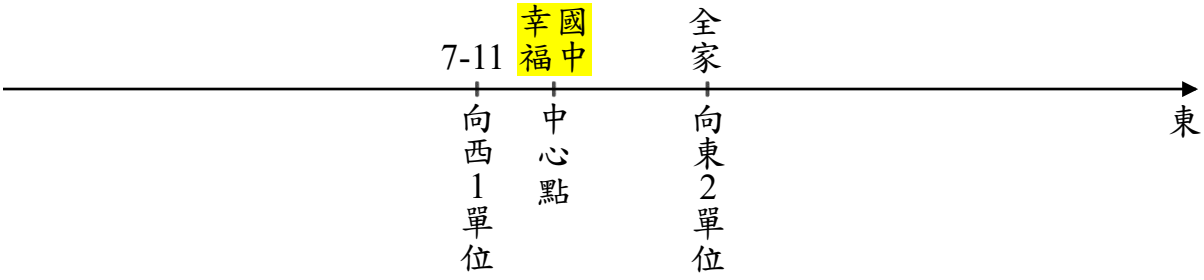


1. 阿明家到郵局只有 50 公尺，阿明家到學校有 400 公尺遠，學校的____邊 100 公尺處有一間全家，學校的____邊 50 公尺處有間 7-11，小華家到 7-11 有 300 公尺遠。

(1) 我們來畫一個更簡單的圖，請在下面的空格中填入距離。

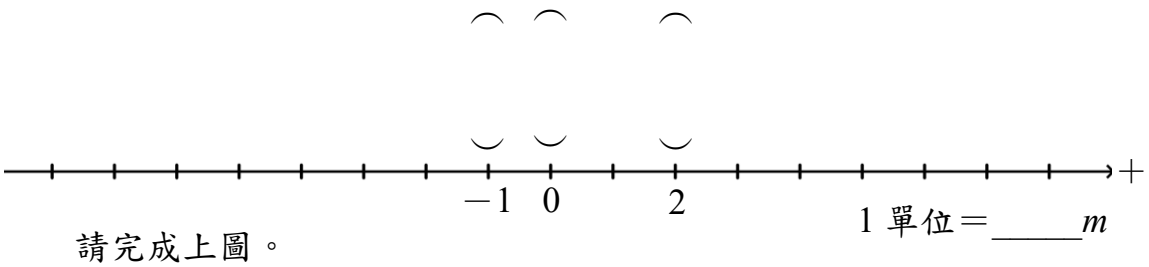


(2) 我們來畫一個距離比例正確的簡圖，以學校為中心點。



請依照比例完成上圖，1 單位＝_____公尺。

(3) 讓我們用正負號的方式來再畫一次



1 單位＝_____m

請完成上圖。

在一條直線上標記數字可以幫我們紀錄很多事情，這樣的線我們稱為**數線**，我們習慣的做法如下：

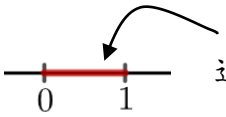
① → 表示數字增加的方向

② 0 表示用 0 來表現基準點

③ a b a 到 b 這一段有多長？

如果知道 1 個單位有多長，或知道 a、b 分別為多少就可以了！

例如：

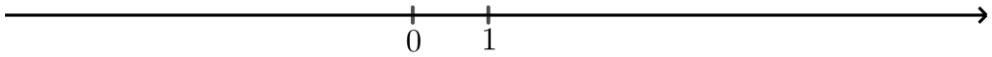


這一段是 1 個單位長

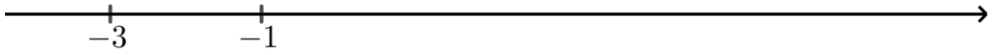
這一段有 5 個單位長

2. 試試看：

(1) 在下圖中標示－4、－1、2、5 的位置。

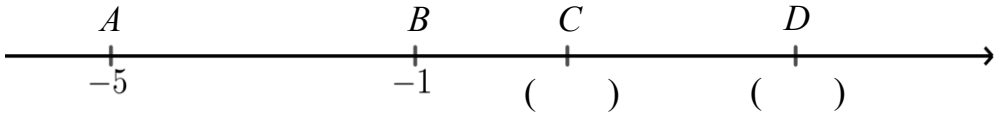


(2) 在下圖中標示－2、0、4 的位置。



(3) 自己畫一直線並標記－100、－50、200、400 這 4 個數字的位置。

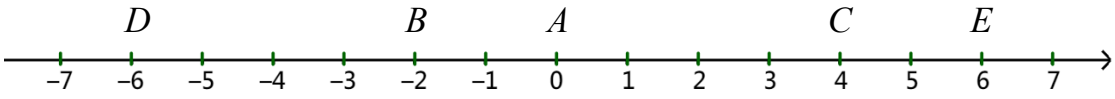
(4) 用數線上的數字來標記一個點座落的位置(**坐標**)。



A 的坐標標記為 $A(-5)$，那麼 B、C、D 的坐標分別記為

_____、_____、_____。

3. 在數線上的一個點到另一個點

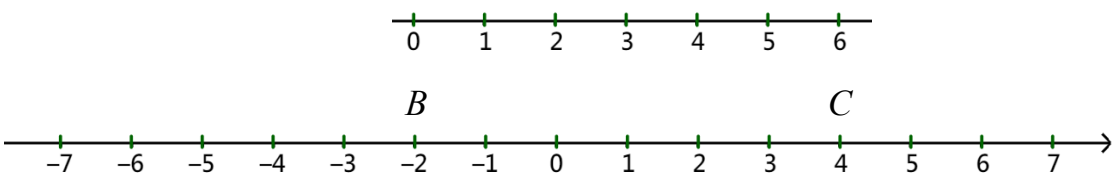


(1) 從 A 到 C，增加_____單位。

(2) 從 A 到 D，減少_____單位。

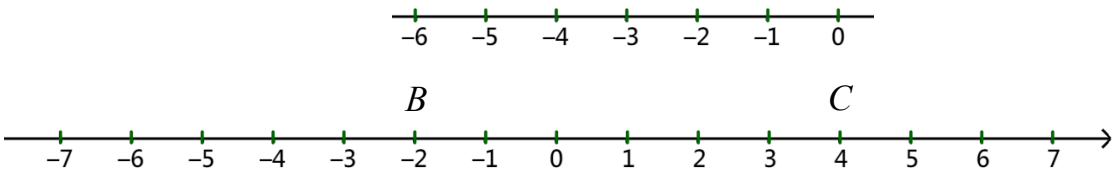
(3) 從 B 到 C，_____ _____單位。

(從 B 起算到 C)

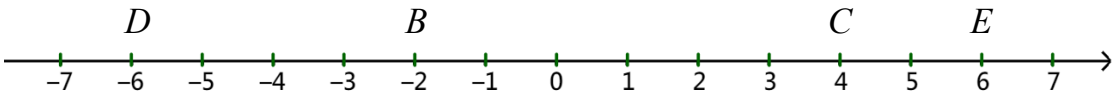


(4) 從 C 到 B，_____ _____單位。

(從 C 起算到 B)



(5) 請參考(3)和(4)畫出從 D 到 B，以及從 E 到 C。



以上的做法是「把起點變成零」來看，這就叫做「**歸零**」。

就像是...

4. 量身高時，會先站上檯子，再讀取頭頂著的刻度上的數字。

(1)為什麼要先站上檯子呢？

_____。

(2)刻度上的數字指的是從哪裡開始量到的長度呢？_____。

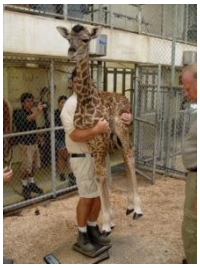
5. 阿美量體重。

站上去之前　　站上去之後

(1) 阿美的體重是多少呢？_____。

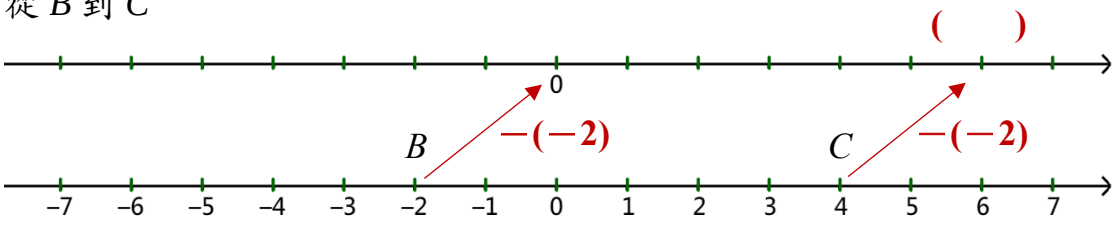
(2) 如果先歸零，那麼站上去之後的指針會在哪裡呢？(請在圖上標記)

6. 右圖是怎麼秤出小長頸鹿的重量呢？

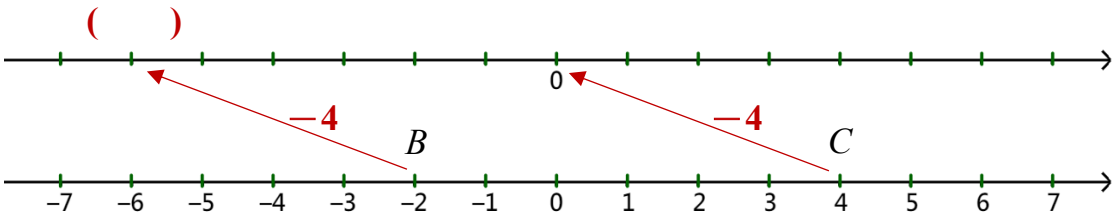


7. 利用相同的想法

從 B 到 C



從 C 到 B

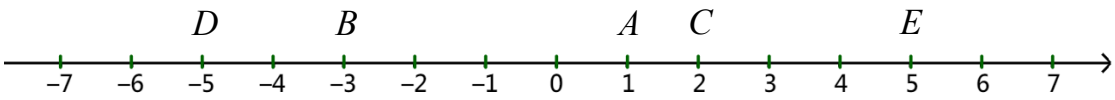


有沒有發現，從 B 到 C 是____的坐標減去____的坐標。

從 C 到 B 是____的坐標減去____的坐標。

重點：兩數 a、b，從 a 要增加或減少多少就可以到達 b，可以寫成 $b-a$。這個變化量也可以看成：終點減起點。

8. 數線上兩點的距離



(1) 從 D 到達 C 的變化量是_____。

$D(-5)$是起點，$C(2)$是終點，所以，也可以寫成：$2-(-5)=$_____。

從 C 到達 D 的變化量是_____。

$C(2)$是起點，$D(-5)$是終點，所以，也可以寫成：$(-5)-2=$_____。

(2) 算式 $5-2=$____，可以看成由起點____到終點____的變化量。

(3) 算式 $2-5=$____，可以看成由起點____到終點____的變化量。

(4) 算式$(-5)-(-3)=$____，可以看成由____到____的變化量。

(5) 算式$(-3)-(-5)=$____，可以看成由____到____的變化量。

數線上 $A(a)$、$B(b)$兩點，$a-b$ 或 $b-a$，不看正負號，都可以算出兩點的距離，我們利用**絕對值**來去掉正負號，記為 $\overline{AB}=|a-b|=|b-a|$。

9. 絕對值。

(1) 你的班上男生有____人，女生有____人，老師買冰棒請全班吃，不需要考慮性別，只考慮全班有_____人。

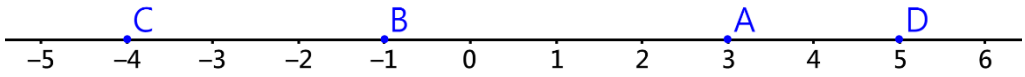
(2) 上下班尖峰時間馬路上的車流量總是比其它時間多上許多，車流量的計算不會考慮_____，只考慮往返的車輛總共有幾台。

(3) 像這樣不管正負的性質，只在乎數值的記數方式被稱為取_____。

(4) 以數線為例，數線上所標記的數字會有 2 個訊息，
其一是正負號，用來表示數字在原點的右邊或左邊，
其二是數值大小，用來表示和原點的距離，
這些數字的數值大小被稱為_____。
正 5 的絕對值被記為|5| = ___，負 5 的絕對值被記為|−5| = ___。
練習一下！|8| = ___、|0| = ___、|−3| = ___。

10. 請算出下面數線上兩點的距離

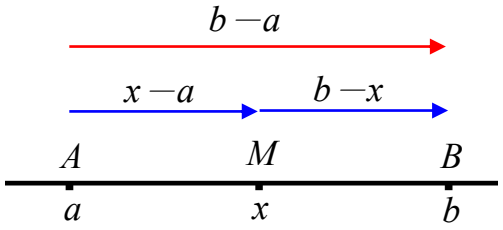
(1) 線段$\overline{AD}$____　　(2) 線段$\overline{AC}$____　　(3) 線段$\overline{BC}$____



11. 數線上 $A(a)$和 $B(b)$兩點的中點坐標 $M(x)$。

如圖，$x-a=b-x=\frac{b-a}{2}$，$x=a+\frac{b-a}{2}=b-\frac{b-a}{2}$。

請求出 $A(-3)$和 $B(5)$的中點坐標。



日期: / /

4-1 科學記號的意義

1. 停班停課標準，颱風暴風半徑於 4 小時內預期經過之地區，平均風力達七級以上或陣風達十級以上時，即可停班停課。

風力分級

(1) 風的強度的分級是根據人能不能站得穩還是風速呢？_____。

(2) 陣風的風速 24.4m/s，可以停班停課嗎？_____。

級數	名稱	說明	風速(m/s)
七級	疾風	樹全身搖動，逆風行走困難。	13.9～17.1
十級	狂風	樹木被連根拔起，房屋會遭受嚴重災害	24.5～28.4

2. 這間台東市的農舍(95 坪)要賣，你猜標價大約會是哪一個等級呢？

□百萬
□千萬
□億

資料來源
t.ly/IkDt

3. 表現等級的數字，怎麼寫會比較合理呢？

老師想買一部車，到了車行...
老師：這部車不錯，很貴吧？
銷售員：不貴啦，百萬等級。
老師：幾個百萬？
銷售員：20 個百萬。
老師：我買不起！那不叫百萬了吧！那應該說成什麼比較恰當？

千萬	百萬	十萬
	20	

請修改成比較合理的紀錄

到了晚上，老師和朋友聚餐。
老師：今天買了部新車。
友人：什麼等級？
老師：千萬等級。
友人：幾個千萬？
老師：0.06 個千萬。
友人：這是哪門子的千萬跑車，明明是...

千萬	百萬	十萬
0.06		

請修改成比較合理的紀錄

4. 阿志最近買了一台百萬等級的跑車，他花了多少錢呢？最多、最少分別是多少錢呢？請完成表格的填寫。

位值	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	個
最少								
最多								

5. 完成下面算式的運算後，

左邊的算式會從「千的等級」升級變成「_____的等級」，

右邊的算式會從「萬的等級」**降級**變成「_____的等級」。

	9	9	9	9		1	0	0	0	0
＋				1	－					1

6. 比較下面兩個數字的大小。

註：「•••」代表不知道有幾個數字在裡面。

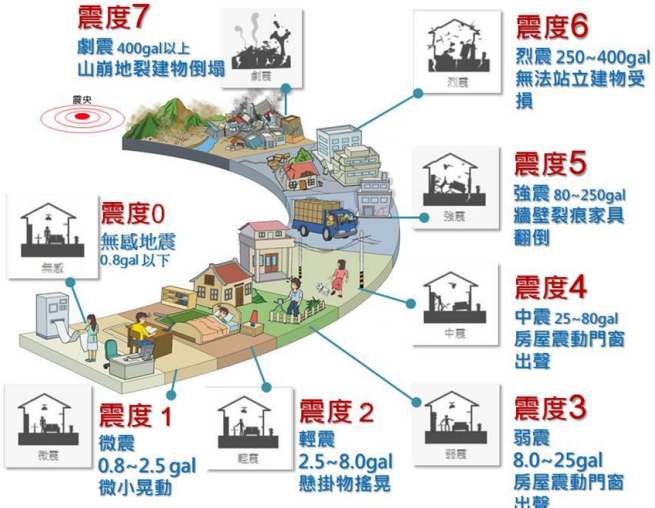
(1) 43789•••765 與 865453•••453，哪一個數字比較大呢？請圈起來！

(2) 如果 43789•••765 比 865453•••453 多了 1 位，

哪一個數字比較大呢？請圈起來！

1999 年 921 大地震

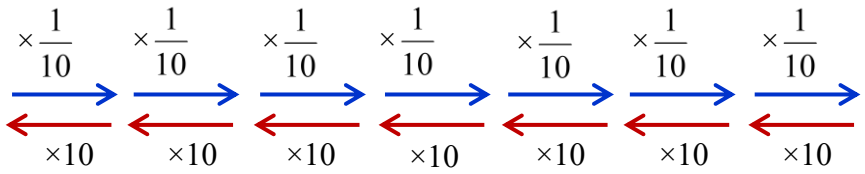
芮氏規模 7.3 級



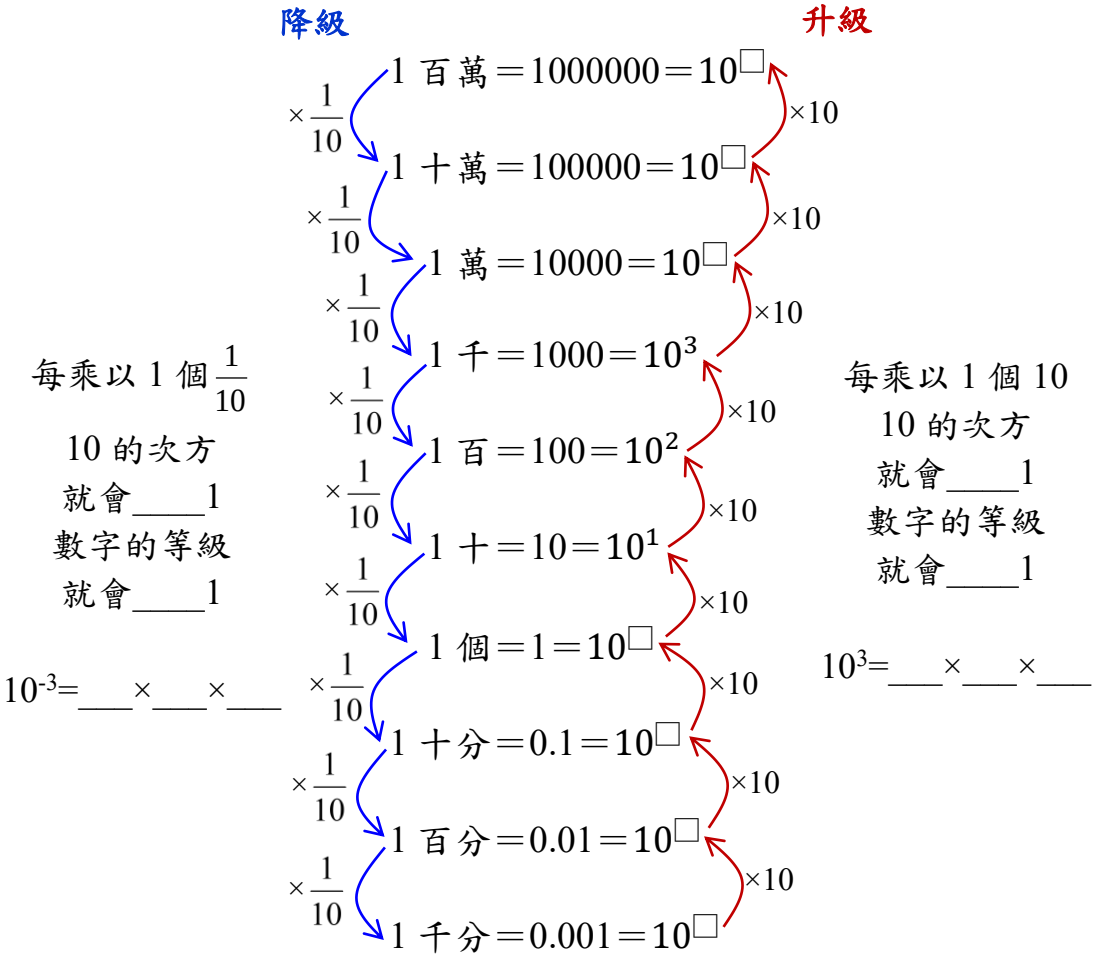
圖片來源：t.ly/6YnN

4-2 科學記號的表示

1. 在 10 進位的位值表，乘以 10 會**升級**(進位)，除以 10 會**降級**(退位)，請完成下面空格的填寫，「10 倍」被稱為晉級標準。



位值	萬	千	百	十	個	十分	百分	千分
數值		1000	100	10	1			
10 的次方		10^3	10^2	10^1				
數字等級		3	2	1				



2. 以「10 倍」為晉級標準來表現數字 857000 的等級，從個位(10^0)的等級 0 級開始，十位(10^1)的等級為 1 級，百位(10^2)的等級為 2 級，依此類推，857000 的等級為____級，857000 可被改寫為_____ × $10^{□}$。

$10^{次方}$	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}
位值	百萬	十萬	萬	千	百	十	個	十分
數字		8	5	7	0	0	0	

5 4 3 2 1 0 等級

8.57

3. 以「10 倍」為晉級標準來表現數字 0.00023 的等級，從個位(10^0)的 0 級開始，十分位(10^{-1})的等級為－1 級，百分位(10^{-2})的等級為－2 級，依此類推，0.00023 的等級為____級，0.00023 可被改寫為_____ × $10^{□}$。

$10^{次方}$	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
位值	百	十	個	十分	百分	千分	萬分	十萬分
數字			0.	0	0	0	2	3

0 -1 -2 -3 -4 等級

2.3

結論：以「10 倍」為晉級標準來改寫數字的格式被稱為_____，紀錄為 $a\times10^n$，n 為整數，為了表現真正的等級，a 至少要有___，最多不能有____，因為，比 1 小會降級，滿 10 會升級。

4. 請以**科學記號**來改寫下面的數字。

(1) 250000000 876543210 等級 改寫為_____ × $10^{□}$	(2) 638000	(3) 0. 0 0 0 7 3 0-1-2-3-4 等級 改寫為_____ × $10^{□}$
(4) 0.0000245	(5) 0.0059	(6) 9200000

5. 阿志說 2.451×10^{-3} 是一個負數，你同意嗎？為什麼呢？

4-3 科學記號的計算：108 課綱科學記號只談比較大小。

1. 比較兩個數字的大小

(1) 0.9×10^5 □ 20×10^4

10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0

(2) 90×10^{-5} □ 0.2×10^{-4}

10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}

2. 請使用**科學記號**來表現計算結果。

(1) $9\times10^5 + 2\times10^4$

10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0

(2) $9\times10^{-5} - 2\times10^{-4}$

10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}

(3) 527×1000

(4) $527 \div 100000$

(5) 527×10^{-6}

(6) $527 \div 10^{-4}$

(7) $(9\times10^5) \times (2\times10^4)$

(8) $(9\times10^{-5}) \div (2\times10^{-4})$

3. 已知某公司去年的營業額為四千零七十億元，請用科學記號表示此營業額。【基101】

4. 請將 $\frac{2}{25}$ 寫成科學記號。【基 95I】

5. 用科學符號(即科學記號)可將 1234 表示成『1.234×10^{3}』，若 A 的科學符號可表示成『1.23456×10^{8}』，則 A 為幾位數？【基 94-1】

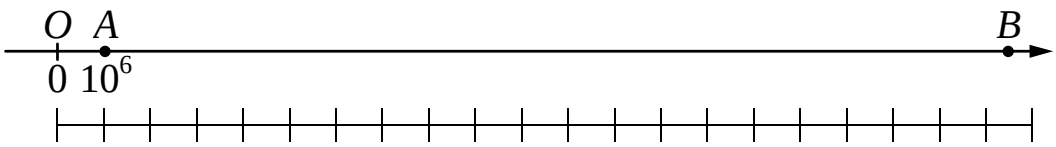
6. 將 4.31×10^{-5} 寫成小數形式，則其小數點後第四位數字為何？【基 96 II】

7. 請比較下面四個數字的大小。
(A) 9.5×10^{-9} (B) 2.5×10^{-9} (C) 9.5×10^{-8} (D) 2.5×10^{-8}
【基 96I】

8. 民國 106 年 8 月 15 日，大潭發電廠因跳電導致供電短少約 430 萬瓩，造成全臺灣多處地方停電。已知 1 瓩等於 1 千瓦，求 430 萬瓩等於多少瓦？請以科學記號表示。【會 108】

9. 小明在網路上搜尋到水資源的資料如下：「地球上水的總儲量為 1.36×10^{18} 立方公尺，其中可供人類使用的淡水只占全部的 0.3%。」根據他搜尋到的資料，判斷可供人類使用的淡水有多少立方公尺？請以科學記號表示。【會 103】

10. 下圖的數線上有 O、A、B 三點，其中 O 為原點，A 點所表示的數為 10^{6}。根據圖中數線上這三點之間的實際距離進行估計，請寫出 B 點可能表示的數？【會 106】



日期: / /

日期: / /

5-1 指數的意義

1. 如果一張紙可以一直對摺，它摺幾次就可以比喜馬拉雅山高，摺幾次就可以從地球到太陽了？

(1) 紙張每對摺一次，
紙張的厚度會是對摺前的____倍。

(2) 一張紙的厚度是多少呢？
以市售一包 A4 影印紙來說，
一包有 500 張，厚度約為 5 公分，
那麼 1000 張影印紙，厚度約為_____公分。
一張紙的厚度約_____公分，好薄喔！

影印紙(張)	厚度(cm)
500	5
1000	(　　)
1	(　　)
(　　)	1
(　　)	884900

(3) 喜馬拉雅山海拔高度有 8849 公尺，大概是幾張紙的厚度呢？
大概是 8849 公尺 ÷ _____公分 ＝ _____張紙。
一張紙對摺幾次後的厚度，就比喜馬拉雅山高呢？_____次

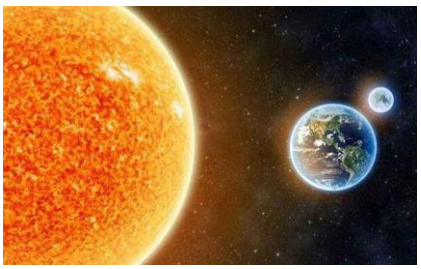
表 1：一張紙對摺次數和張數的一覽表

次數	張數	次數	張數	次數	張數
1	2	16	65536	41	2.19902E+12
2	4	17	131072	42	4.39805E+12
3	8	18	262144	43	8.79609E+12
4	16	19	524288	44	1.75922E+13
5	32	20	1048576	45	3.51844E+13
6	64	21	2097152	46	7.03687E+13
7	128	22	4194304	47	1.40737E+14
8	256	23	8388608	48	2.81475E+14
9	512	24	16777216	49	5.6295E+14
10	1024	25	33554432	50	1.1259E+15
11	2048	26	67108864	51	2.2518E+15
12	4096	27	134217728	52	4.5036E+15
13	8192	28	268435456	53	9.0072E+15
14	16384	29	536870912	54	1.80144E+16
15	32768	30	1073741824	55	3.60288E+16

(4) 地球和太陽的距離有 1.5 億公里，大概是幾張紙的厚度呢？

大概是 1.5 億公里 ÷ _____公分 ＝ _____張紙。

利用表 1，對摺幾次就可以從地球到太陽呢？_____次



影印紙(張)	厚度(cm)
1	(　　)
(　　)	1
(　　)	1.5×10^{13}

在表 1 中，對摺 41 次的張數為 2.19902E+12，好奇怪的數字喔！為什麼不是寫 2199023255552，而是寫 2.19902E+12 呢？

這是一種**科學記號**的表示法喔！當數字很大或很小的時候，我們更在意的會是幾位數(數字的等級)，而不再斤斤計較在比較小的位數的數字囉！

2.19902E+12＝2.19902×10^{12}

E：Exponential(指數的)；E+12：指數的正 12 次方。

請以科學記號改寫 3.60288E+16 ＝ _____。

在科學記號表示法中，我們使用**指數**來表現數字的連乘，

譬如：10^{11} 讀做 10 的 11 次方，表示數字 10 連乘 11 次，11 被稱為 10^{11} 的指數，10^{11} 這種表示法被稱為數字 100000000000 的指數表示法。

請以指數來表現，

將一張紙對摺 5 次會有幾張紙的厚度呢？_____張。

將一張紙對摺 34 次會有幾張紙的厚度呢？_____張。

我們也可以利用**數的指數表示法**來表現一張紙對摺幾次就可以比喜馬拉雅山高，對摺幾次就可以從地球到太陽喔！

一張紙的厚度 × $2^{(\quad)}$ > 8849 公尺(喜馬拉雅山)

一張紙的厚度 × $2^{(\quad)}$ > 1.5 億公里(地球到太陽)

5-2 數的指數表示法

一張紙的厚度×2^{27}就可以比喜馬拉雅山高，一張紙的厚度×2^{51}就可以從地球到太陽，其中的2^{27}和2^{51}被稱為**數的指數的表示法**，2^{51}代表著有_____個___連乘，也就是一張紙被對摺____次的張數。

接下來，我們將討論不同的數字在這種紀錄方式的使用與意義。

註：計算機依序按 2、x^y、51，會算出 2^{51}＝3.51844E+13。

1. 完成下列各小題的填空並算出其值。

(1) 2^5 ＝ ____ × ____ × ____ × ____ × ____ ＝ _____。

(2) 3^4 ＝ ____ × ____ × ____ × ____ ＝ _____。

2. 關於$(-5)^2$、-5^2和$-(-5)^2$這三個數字，

(1) $(-5)^2$，哪個數字要 2 次方？－5 還是 5？____。

-5^2，哪個數字要 2 次方？－5 還是 5？____。

$-(-5)^2$，哪個數字要 2 次方？－5 還是 5？____。

(2) 請勾選出正確的算法，並算出答案。

□ $(-5)^2 = (-5) \times (-5) =$ _____。

□ $(-5)^2 = -5 \times 5 =$ _____。

□ $-5^2 = -(5 \times 5) =$ _____。

□ $-5^2 = (-5) \times (-5) =$ _____。

□ $-(-5)^2 = 5 \times 5 =$ _____。

□ $-(-5)^2 = -(-5) \times (-5) =$ _____。

3. 完成下列各小題的填空並算出其值。

(1) $-2^5 = -($____ × ____ × ____ × ____ × ____$) =$ _____。

(2) $(-3)^4 =$ ____ × ____ × ____ × ____ ＝ _____。

(3) $-(-4)^3 = -($____ × ____ × ____$) = -($_____$) =$ _____。

4. 完成下列各小題的填空並算出其值。

(1) $(\frac{2}{5})^3=\frac{(\quad)}{(\quad)}\times\frac{(\quad)}{(\quad)}\times\frac{(\quad)}{(\quad)}=(\quad)$。

(2) $\frac{2^3}{5}=\frac{(\quad)\times(\quad)\times(\quad)}{5}=(\quad)$。

(3) $\frac{2}{5^3}=\frac{2}{(\quad)\times(\quad)\times(\quad)}=(\quad)$。

5. 完成下列各小題的填空並算出其值。

(1) $(-\frac{3}{4})^3=(\quad)\times(\quad)\times(\quad)=(\quad)$。

(2) $-(-\frac{3}{4})^2=-(\quad)\times(\quad)=(\quad)$。

(3) $\frac{-3^2}{4}=\frac{-(\quad)\times(\quad)}{4}=(\quad)$。

(4) $\frac{(-3)^2}{4}=\frac{(\quad)\times(\quad)}{4}=(\quad)$

6. 比較下列兩數的大小關係。

(1) $(\frac{2}{3})^7$ □ $(\frac{2}{3})^8$

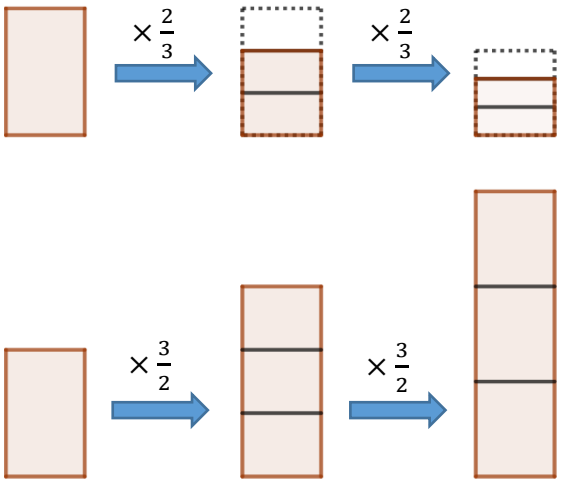
(2) $(\frac{3}{2})^7$ □ $(\frac{3}{2})^8$

(3) $(-\frac{2}{3})^6$ □ $(-\frac{2}{3})^8$

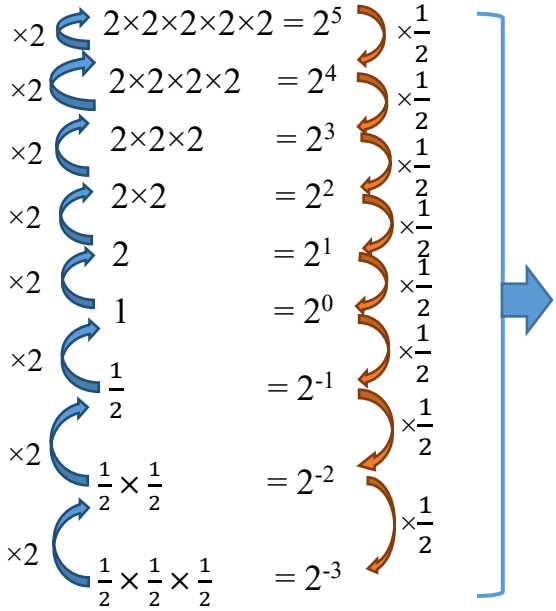
(4) $(-\frac{3}{2})^6$ □ $(-\frac{3}{2})^8$

(5) $(-\frac{2}{3})^7$ □ $(-\frac{2}{3})^9$

(6) $(-\frac{3}{2})^7$ □ $(-\frac{3}{2})^9$



7. 數字 2 的次方。



每乘 1 個 2，次方會____1，

每乘 1 個 $\frac{1}{2}$，次方會____1，

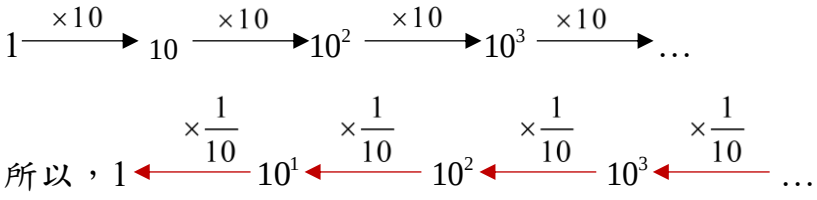
其中

$2^3 = (\quad) \times (\quad) \times (\quad) = (\quad)$

$2^{-3} = (\quad) \times (\quad) \times (\quad) = (\quad)$

8. 算式 $5^{-3} \times 5^3$ 會是多少呢？

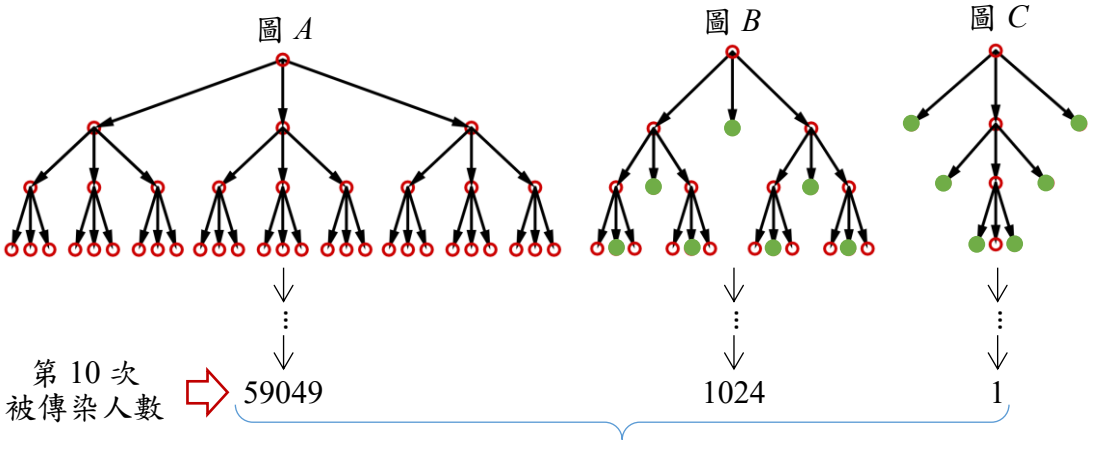
9. 在科學記號裡有提到



此時，$1 = 10^{(\quad)}$。

那麼，會有 0^0 嗎？_____。

10. Covid19 傳染力會以 *R0* 值來表現，圖 *A* 會 1 傳 3，*R0*＝3，圖 *B* 和圖 *C* 因為有隔離(綠色圓圈)，*R0* 值分別降為 2 和 1。



被傳染的人數因為乘數的不同，變化的速度有好大的差異！

5-3 指數律

當我們想算出$2^6 \times 3^2 \times 5^6$的值，會先分別算出$2^6$、$3^2$和$5^6$後再相乘，可是這樣算有些辛苦，有沒有比較好算的方法呢？

如果可以先熟悉兩個數的指數表示法運算之間的關係，將可以協助我們找到更符合需求或更有效率的方式來進行運算喔！

1. 在**數字相同**之下，兩個數字的乘除，以數字 2 的次方為例。

(1) $2^4 \times 2^3 = (2\times2\times2\times2)\times(2\times2\times2) = 2^{(\quad)+(\quad)} = 2^{(\quad)}$

⇨兩數相乘，次方相加。

(2) $2^4 \div 2^3 = 2^4 \times 2^{-3} = (2\times2\times2\times2)\times(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}) = 2^{(\quad)-(\quad)} = 2^{(\quad)}$

⇨兩數相除，次方相減。

練習一下：$3^8 \times 3^6 = 3^{(\quad)}$，$3^8 \div 3^6 = 3^{(\quad)}$，

2. 在**次方相同**之下，次方的分開算與一起算。

分開算⇨一起算

$2^4\times3^4 = (2\times2\times2\times2)\times(3\times3\times3\times3) = (\quad)\times(\quad)\times(\quad)\times(\quad) = (2\times3)^4$

$(2\times3)^4 = (2\times3)\times(2\times3)\times(2\times3)\times(2\times3) = (\quad)\times(\quad) = 2^4\times3^4$

一起算⇨分開算

練習一下：$2^6 \times 5^6 = (\quad)^6$，$(2\times5)^6 = (\quad)^6 \times (\quad)^6$。

3. 同一個數字的**次方再次方**與**次方的分解**。

分開算⇨一起算

$(2^5)^3 = (\quad)\times(\quad)\times(\quad) = 2^{(\quad)+(\quad)+(\quad)} = 2^{(\quad)\times3} = 2^{(\quad)}$

$2^{15} = 2^{5\times(\quad)} = 2^{(\quad)+(\quad)+(\quad)} = 2^{(\quad)}\times2^{(\quad)}\times2^{(\quad)} = (2^{(\quad)})^{(\quad)}$

一起算⇨分開算

練習一下：$(3^4)^6 = 3^{(\quad)}$，$3^{24} = (3^{(\quad)})^{(\quad)}$。

4. 請算出$2^6 \times 3^2 \times 5^6$的值。

5-4 指數表示法比大小與運算

1. 請完成下列小題中空格的填寫。

(1) $2^5 \times 2^4 = 2^{(\ \ )}$　　(2) $3^9 \div 3^4 = 3^{(\ \ )}$

(3) $(3 \times 4)^5 = 3^{(\ \ )} \times 4^{(\ \ )}$　　(4) $5^6 \times 2^6 = (5 \times 2)^{(\ \ )}$

(5) $(2^6)^4 = 2^{6\times(\ \ )}$　　(6) $3^{20} = (3^{(\ \ )})^4$

2. 比較下列小題中兩數的大小關係。

(1) $3^7 \times 3^5$ □ 3^{11}　　(2) $3^9 \div 3^2$ □ 3^8

(3) $(2^6)^5$ □ $(2^4)^8$　　(4) $(2 \times 3)^{15}$ □ $2^{16} \times 3^{14}$

(5) 8^6 □ 4^9　　(6) $(2 \times 3)^{15}$ □ $2^{14} \times 3^{16}$

(7) $(2^9)^8$ □ $(2^{10})^7$　　(8) $2^{13} \times 4^9$ □ $4^{12} \times 8^3$

3. 比較下列小題中三數的大小關係。

(1) 2^8、4^6、8^3　　(2) $(-2)^8$、$(-4)^6$、$(-8)^3$

3. 5^6 是 5^3 的多少倍？【會 110】
(A) 2
(B) 3
(C) 25
(D) 125

4. 已知 $a=-3^4$， $b=(-3)^4$，$c=(2^3)^4$，$d=(2^2)^6$，則下列四數關係的判斷，何者正確？【基 100II】
(A) $a=b$，$c=d$
(B) $a=b$，$c\neq d$
(C) $a\neq b$，$c=d$
(D) $a\neq b$，$c\neq d$。

4. 下列敘述何者正確？【基 91II】
(A) $2^3-(-2)^3=0$
(B) $2^4-(-2^4)=0$
(C) $(-2)^3-(-2^3)=0$
(D) $(-2)^4-(-2^4)=0$

5. 若 a、b 兩數滿足 $10^{2a+1}=1000^{b-1}=1000000000$，則 $a+b=$？【基97II】

6. 計算下列各式的值。

(1) $7^3+(-4)^3$	(2) $(-1)^3\times(-2)^4\div(-3)^3$
(3) $(-3)^3+5^2-(-2)^2$	(4) $11-3^2\times[2-(-3)^2]+6$
(5) $〔-(-3)^2+3〕\div6-4$	(6) $(-3)^4-7^2-\dfrac{2^6}{(-2)^3}$

日期: / /

日期: / /

6-1 分堆

1. 到台南玉井買芒果，一籃有 36 顆。

(1) 右圖中有幾顆芒果？

_____顆/籃×_____籃＝_____顆

(2) 阿志買一籃回家分送親朋好友，可以平分給幾個人呢？

註：留 12 顆自己享用。

總共幾顆		平分給幾人		每人拿幾顆
24	＝	1	×	24
24	＝	2	×	12
24	＝	(　)	×	(　)
24	＝	(　)	×	(　)
24	＝	(　)	×	(　)
24	＝	(　)	×	(　)
24	＝	(　)	×	(　)
24	＝	(　)	×	(　)

答：
可平分給
____、____、____、
____、____、____、
____、____人

2. 老師買了 1 大包牛奶糖(約 190 顆)，24 顆裝 1 袋，剛好全部分裝完，請問老師最多裝幾袋？這包糖果總共有幾顆呢？

每袋幾顆		有幾袋		總共幾顆
24	×	1	＝	24
24	×	2	＝	48
24	×	(　)	＝	(　)
24	×	(　)	＝	(　)
24	×	(　)	＝	(　)
24	×	(　)	＝	(　)
24	×	(　)	＝	(　)
24	×	(　)	＝	(　)
24	×	(　)	＝	(　)

答：
最多裝_____袋
這包糖果可能有_____顆

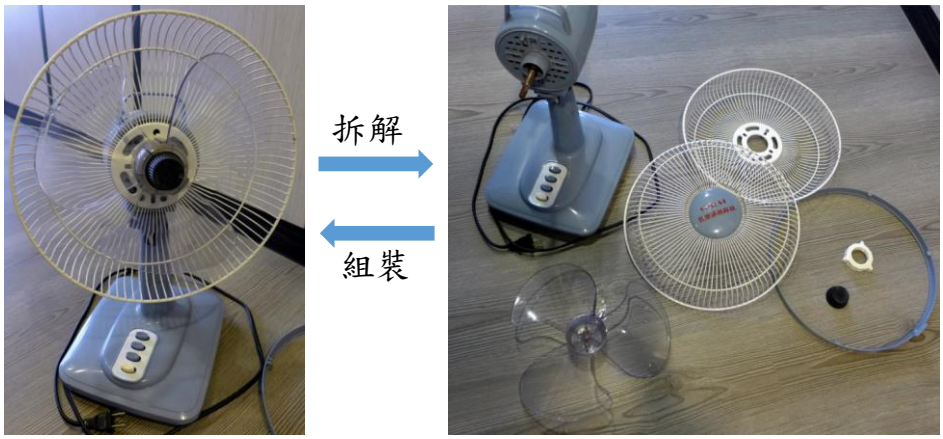
3. **結論：**全部做分堆，每堆一樣多，如果剛好分完，被分的可以被每堆的**整除**，被分的稱為每堆的**倍數**，每堆的稱為被分的**因數**。

被分的數量＝每堆的數量×幾倍

倍數 ←——→ **因數**

6-2 分解

1. 清洗電風扇時，會先拆解，再逐一清洗，清洗後再組裝回去。
   拆解後的每個零件都會比原本的電風扇還□大□小。



2. 存了多少錢，會先分類，再分堆來算。

   (1) 照片中新台幣有哪幾種幣值呢？
   _____。
   (2) 怎麼做分堆會比較好算？
   _____。
   (3) 5 元的硬幣，每 10 個 1 疊，每 10 疊 1 堆，總共有 8 堆，這樣有多少錢呢？

   _____元/個×_____個/疊×_____疊/堆×_____堆＝_____元

3. **結論：**拆解或分堆的**分解**方式都會讓原本的東西變小，拆解還原時，是以**加法**的方式完成，分堆還原時，是以**乘法**的方式完成。

4. 使用**乘法**的分解來看數字，請分解下面的數字直到無法再分解。
   註：數字有變小才算有分解喔！

(1) 15	(2) 24	(3) 38
(4) 1	(5) 23	(6) 57
(7) 67	(8) 87	(9) 91

5. **結論：**

(1) 無法被分解變小的數字被稱為_____，譬如：____、____、____。

(2) 可以被分解變小的數字被稱為_____，譬如：____、____、____。

(3) 不需要考慮要不要分解的數字是____。

6. 想找出 1~100 的質數，下面的步驟是個好方法喔！

1	②	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

(1) 從 1 開始，1 不是質數，刪除。

(2) 2 是質數，圈起來。

接著，把其它 2 的倍數都刪除。

為什麼這些都不會是質數呢？

_____。

(3) 3 是質數，圈起來。

接著，把其它 3 的倍數都刪除。

3 的倍數有 3、6、9、12、15、…、每加 3，就多 1 倍！

為什麼這些都不會是質數呢？_____。

(4) 4 被刪除了，為什麼呢？_____。

(5) 5 是質數，圈起來。

接著，把其它 5 的倍數都刪除。為什麼這些都不會是質數呢？

_____。

(6) 6 也被刪除了，為什麼呢？_____。

(7) 7 是質數，圈起來。接著，把其它 7 的倍數都刪除。

7 的倍數有 7、14、21、28、35、…、每加 7，就多 1 倍！

為什麼這些都不會是質數呢？_____。

(8) 8 被刪除了，為什麼呢？_____。

(9) 9 被刪除了，為什麼呢？_____。

(10) 10 被刪除了，為什麼呢？_____。

(11) 1~100 還有不是質數的數字需要刪除嗎？____，

為什麼呢？_____。

(12) 請將 1~100 的質數圈起來，並列出 1~100 的質數。

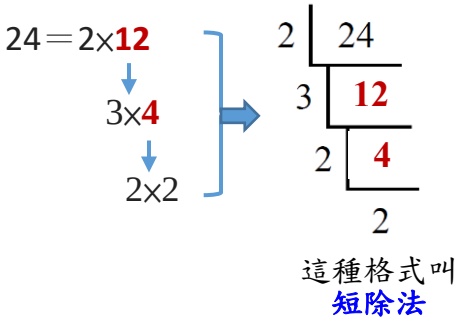
_____

_____

(13) 請問 1~100 總共有幾個質數？____個。

7. **質因數分解**和**標準分解式**。

(1) 以 24 為例，將 24 分解到不能再分解，就是將 24 寫成_____的連乘積，其中的 2 和 3 本身是**質數**，也是 24 的**因數**，因此，2 和 3 被稱為 24 的_____。把 24 寫成 2x3x2x2 被稱為_____分解。



將質因數**依序**排好，並以**指數**改寫成 $24=2^3x3$，被稱為_____。

(2) 請將下面的數字改寫成**標準分解式**，可以利用**短除法**做分解。

A. 18　　18

B. 60　　60

C. 315　　315

D. 504　　504

6-3 因數與倍數的判別

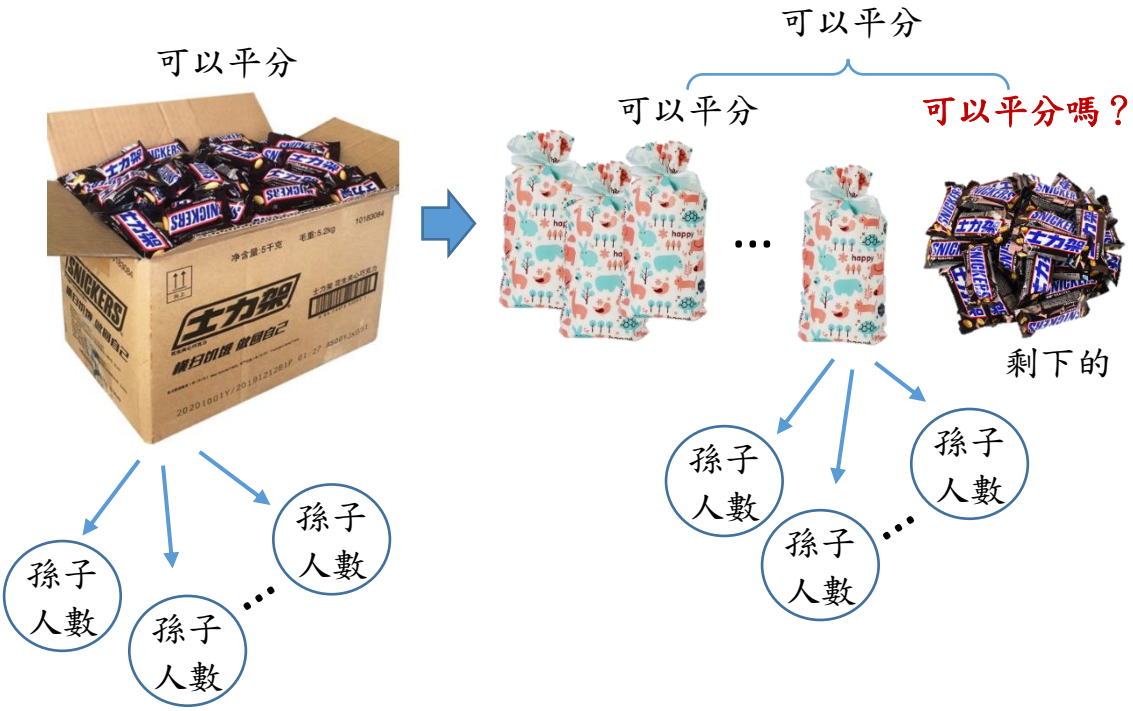
1. 大小兩包牛奶糖，6 顆一袋，剛好可以全部分裝完。

(1) 如果小包的 6 顆一袋，剛好可以全部分裝完，大包的也會嗎？_____。

(2) 如果小包的 6 顆一袋，分裝後剩 1 顆，大包的會分裝完，還是會有剩呢？_____，如果有剩，會剩幾顆？___顆。

2. 兒孫滿堂，爺爺買 1 整箱的巧克力要給孫子吃，數一下數量剛好可以讓孫子們平分，可是吃太多會蛀牙，爺爺就分裝成一袋一袋的，每袋的數量一樣，而且也都可以平分，結果，有剩下一些不夠裝成一袋，這些剩下的數量可以被平分嗎？_____。

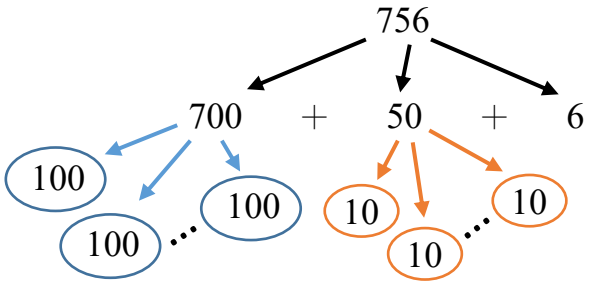
為什麼呢？_____。



檢查數字和數字之間有沒有因數和倍數的關係，除除看，有**整除**就_____因數和倍數的關係，有**餘數**就_____因數和倍數的關係。

除了直接除除看，也可以將數字拆解分別來檢查。接下來，我們將利用將數字拆解來找出因數倍數的判斷方法。

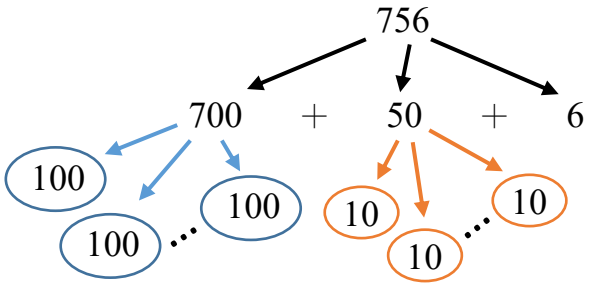
3. 判斷 756 是不是 2 的倍數。



10 和 100 都可以被___整除，因此，檢查 756 是不是 2 的倍數，只需要檢查**個位**數字，756 是 2 的倍數嗎？_____。

個位數字是___、___、___、___、___的數字都會是 2 的倍數。

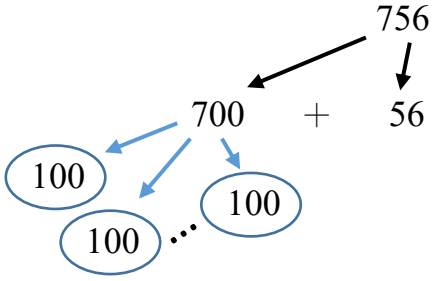
4. 判斷 756 是不是 5 的倍數。



10 和 100 都可以被___整除，因此，檢查 756 是不是 5 的倍數，只需要檢查**個位**數字，756 是 5 的倍數嗎？_____。

個位數字是___、___的數字都會是 5 的倍數。

5. 判斷 756 是不是 4 的倍數。



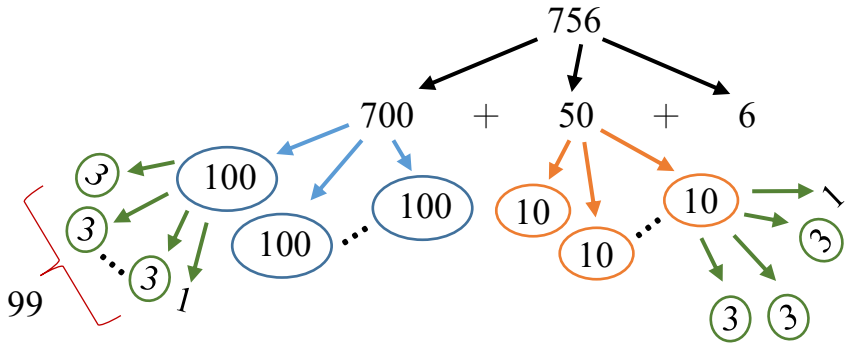
為什麼不看 10 個 1 數呢？

_____。

100 可以被___整除，因此，檢查 756 是不是 4 的倍數，只需要檢查**末兩位**數字，756 是 4 的倍數嗎？_____。

末兩位數字是 04、08、12、____、____、____、...、____的數字都會是 4 的倍數。(每加 4，就多 1 倍！)

6. 判斷 756 是不是 3 的倍數。



100÷3＝33…1➪每個 100 除以 3 會餘 1，700 有 7 個 100，共餘___。

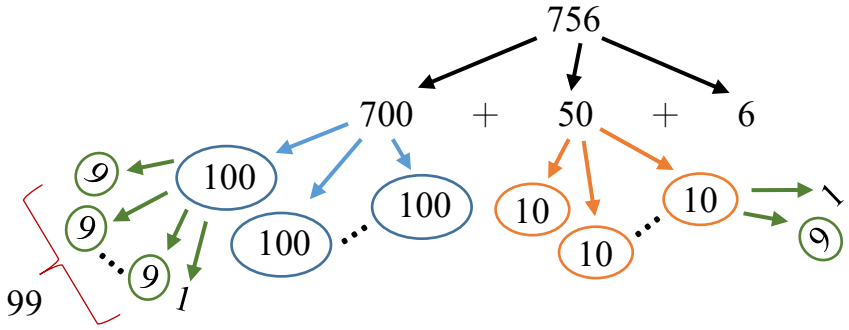
10÷3＝3…1➪每個 10 除以 3 會餘 1，50 有 5 個 10，共餘___。

還有 6 個 1。

756 除以 3，共餘___＋___＋___＝____

因此，檢查一個數字是不是 3 的倍數，只要**將每個位數加起來**，看看能不能被 3 整除。756 是 3 的倍數嗎？_____。

7. 判斷 756 是不是 9 的倍數。



100÷9＝11…1➪每個 100 除以 9 會餘 1，700 有 7 個 100，共餘___。

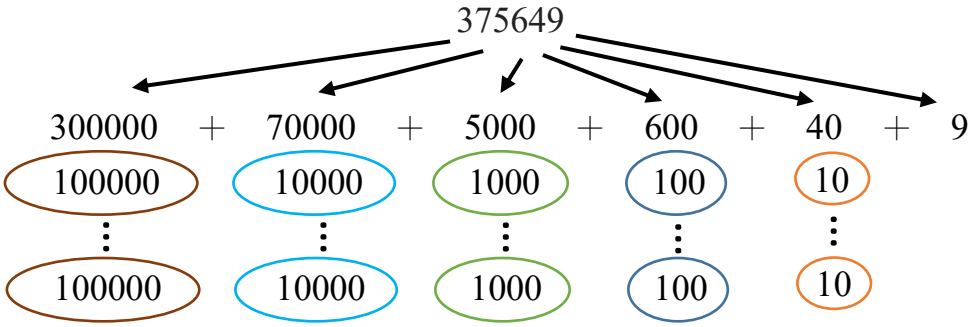
10÷9＝1…1➪每個 10 除以 9 會餘 1，50 有 5 個 10，共餘___。

還有 6 個 1。

756 除以 9，共餘___＋___＋___＝____

因此，檢查一個數字是不是 9 的倍數，只要**將每個位數加起來**，看看能不能被 9 整除。756 是 9 的倍數嗎？_____。

8. 判斷 375649 是不是 11 的倍數。



100000÷11＝99990…10 ⇨每個 100000 除以 11 會餘 10，
補個 1 就可以被 11 整除，
300000 有 3 個 100000，共補___。

10000÷11＝9999…1 ⇨每個 10000 除以 11 會餘 1，
70000 有 7 個 10000，共餘___。

1000÷11＝990…10 ⇨每個 1000 除以 11 會餘 10，**補個 1** 就可以被 11 整除，5000 有 5 個 1000，共補___。

100÷11＝9…1 ⇨每個 100 除以 11 會餘 1，600 有 6 個 100，共餘___。

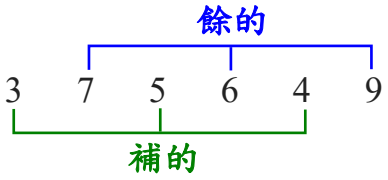
10÷11＝0…10 ⇨每個 10 除以 11 會餘 10，**補個 1** 就可以被 11 整除
40 有 4 個 10，共補___。

還有 9 個 1。

375649 除以 11，共餘___＋___＋___＝____
共補___＋___＋___＝____

補的可以從餘的拿，也就是要扣掉。

因此，判斷 375649 是不是 11 的倍數，只要**把餘的扣掉補的**，就可以判斷數字是不是 11 的倍數。375649 是 11 的倍數嗎？_____。



想一想！餘的扣掉補的，就是在計算餘的和補的差，能不能用補的扣掉餘的，來檢查數字是不是 11 的倍數呢？_____。

第 3~8 題的草圖參考自蔡惠娟老師

9. 有個四位數字 619□，只有個位數字不知道，請問：

(1) 如果 619□是 2 的倍數，
請問□可以填那些數字？

$$2\overline{)6\ \ 1\ \ 9\ \ \square}$$

(2) 如果 619□是 5 的倍數，
請問□可以填那些數字？

$$5\overline{)6\ \ 1\ \ 9\ \ \square}$$

(3) 如果 619□是 4 的倍數，
請問□可以填那些數字？

$$4\overline{)6\ \ 1\ \ 9\ \ \square}$$

(4) 如果 619□是 3 的倍數，
請問□可以填那些數字？

$$3\overline{)6\ \ 1\ \ 9\ \ \square}$$

(5) 如果 619□是 9 的倍數，
請問□可以填那些數字？

$$9\overline{)6\ \ 1\ \ 9\ \ \square}$$

(6) 如果 619□是 11 的倍數，
請問□可以填那些數字？

$$11\overline{)6\ \ 1\ \ 9\ \ \square}$$

6-4 公因數與公倍數

1. 糕餅店每天製作的鳳梨酥數量相同，每 6 顆裝一盒，或每 8 顆裝一盒，都剛好分裝完沒有剩下，請問糕餅店每天製作幾個鳳梨酥呢？

每天製作的數量

＝6＋6＋　…　＋6　＝____的倍數

＝8＋8＋　…　＋8　＝____的倍數

因此，每天製作的數量可能有 6x8 個鳳梨酥，

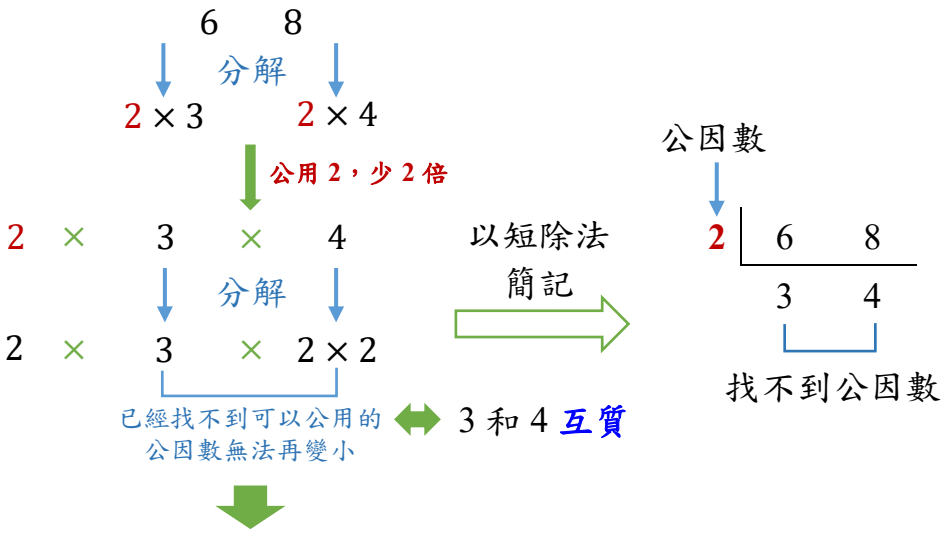
(因為 6x8 一定是___跟___的公倍數)

製作的數量有沒有可能比 6x8 更多呢？_____，譬如：_____個。

有沒有可能比 6x8 更少呢？_____。

也就是說，6 和 8 會不會有更小的公倍數呢？_____。

我們來討論看看：



6 和 8 的**最大公因數**為____，簡記為（6,8）=____。

6 和 8 的**最小公倍數**為_____，簡記為〔6,8〕=_____。

所以，糕餅店每天製作的鳳梨酥數量最少會有_____個。

只要是這個數量的_____都有可能是每天製作的數量，

請寫出其它 5 種可能的數量_____、_____、_____、_____、_____。

2. 承第 1 題，如果每 12 個裝一盒，也剛好可以分裝完，請問每天製作的鳳梨酥數量可能有幾個？

每天製作的數量是___的倍數，也是___的倍數，也是 _____的倍數，因此，每天製作的數量可能有 6x8x12 個鳳梨酥。

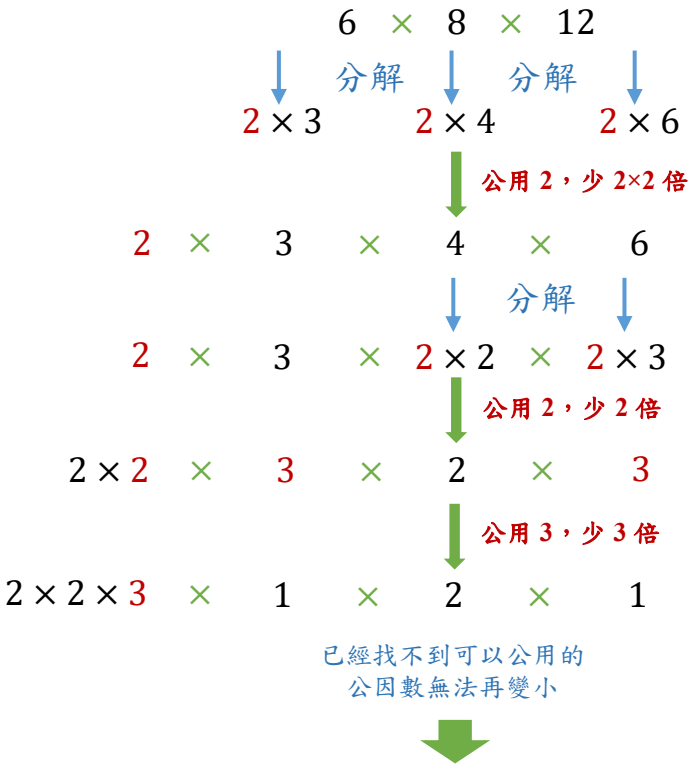
(因為 6x8x12 一定是___、___跟___的公倍數)

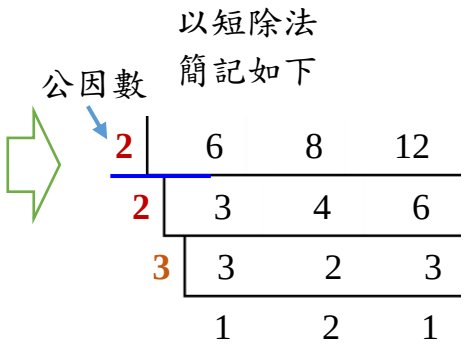
製作的數量有沒有可能比 6x8x12 更多呢？_____，譬如：_____個。

有沒有可能比 6x8x12 更少呢？_____。

也就是說，6、8、12 會不會有更小的公倍數呢？_____。

我們來討論看看：





6、8 和 12 的**最大公因數**為____，簡記為（6,8,12）=____。

6、8 和 12 的**最小公倍數**為_____，簡記為〔6,8,12〕=_____。

所以，糕餅店每天製作的鳳梨酥數量最少會有_____個。

只要是這個數量的_____都有可能是每天製作的數量，

請寫出其它 5 種可能的數量_____、_____、_____、_____、_____。

3. 練習一下！利用**短除法**求最大公因數和最小公倍數。

(1) 48、60	(2) 24、36、90
48 60 （48,60）=_____ 〔48,60〕=_____	24 36 90 （24,36,90）=_____ 〔24,36,90〕=_____

求最小公倍數和最大公因數的過程中，也可以先將數字分解，再來找出公因數，因此，先將數字做**質因數分解**寫成**標準分解式**，就可以直接看到公因數了！

譬如說：求（6,8）和〔6,8〕

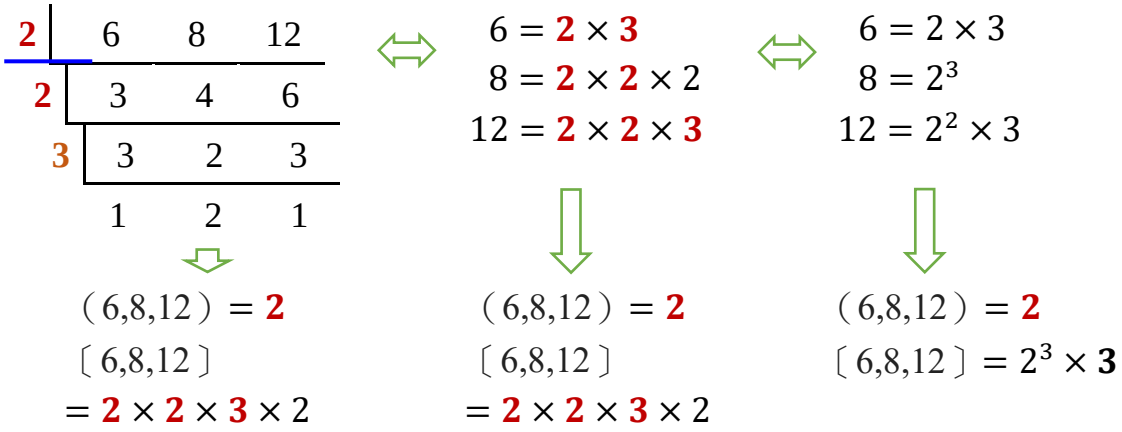
短除法		分解		標準分解式
2 | 6 8 3 4	⇔	$6 = 2 \times 3$ $8 = 2 \times 4$	⇔	$6 = 2 \times 3$ $8 = 2^3$
⇩		⇩		⇩
（6,8）＝ 2 〔6,8〕＝ $2 \times 3 \times 4$		（6,8）＝ 2 〔6,8〕＝ $2 \times 3 \times 4$		（6,8）＝ 2 〔6,8〕＝ $2 \times 3 \times 2^2$

4. 練習一下！利用**標準分解式**求最大公因數和最小公倍數。

(1) 2×3、2^3	(2) $2^4 \times 3$、$2^2 \times 3 \times 5$
（$2 \times 3, 2^3$）＝_____ 〔$2 \times 3, 2^3$〕＝_____	（$2^4 \times 3, 2^2 \times 3 \times 5$）＝_____ 〔$2^4 \times 3, 2^2 \times 3 \times 5$〕＝_____

那麼，如果有三個數字呢？怎麼利用標準分解式來求出它們的最大公因數和最小公倍數呢？

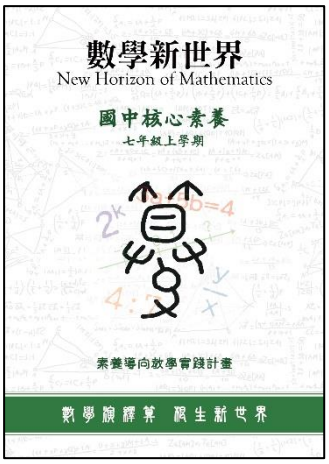
譬如說：求（6,8,12）和〔6,8,12〕

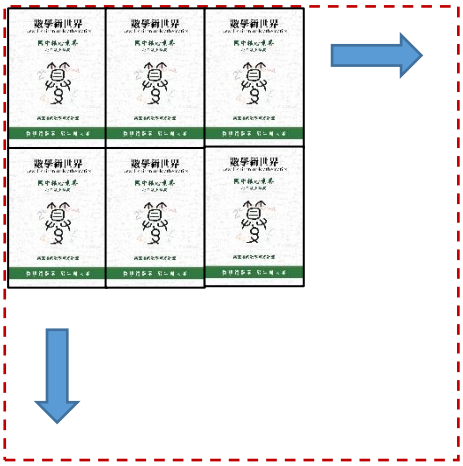


5. 練習一下！利用**標準分解式**求最大公因數和最小公倍數。

(1) 2×3、2^3、2×3^2	(2) $2^3\times3$、$2^2\times3^2$、$2\times3^2\times5$
$(2\times3,2^3,2\times3^2)$ = _____ $〔2\times3,2^3,2\times3^2〕$ = _____	$(2^3\times3,2^2\times3^2,2\times3^2\times5)$ = _____ $〔2^3\times3,2^2\times3^2,2\times3^2\times5〕$ = _____

6. 想把課本像磁磚拼接一樣的拼接出一個四個邊都一樣長的正方形，需要幾本課本才夠呢？
註：這本七上課本長 30 公分，寬 21 公分。





7. 一張長方形紙，長 60 公分，寬 36 公分，要把它裁成同樣大小的正方形，並使它們的面積儘可能大。裁完後又正好沒有剩餘，正方形的邊長至少要 5 公分，有幾種裁法？分別可以裁出多少個正方形？

8. 用 96 朵紅瑰花和 72 朵白玫瑰花分作成數個花束。如果每個花束裡的紅玫瑰花的朵數相同，白玫瑰花的朵數也相同，問最多可以做多少個花束？每個花束裡至少要有多少朵花？

9. 有一全長 4500 公尺的跨海大橋，原來在此橋的兩側每隔 45 公尺裝設一盞路燈 (橋頭與橋尾未裝)，但因安全考量改為每隔 30 公尺裝設一盞路燈，則在不需要拆除的路燈中，相鄰兩盞的距離是多少公尺？此時不需要拆除的路燈兩側共有多少盞？

10. 學生分組，3 個人 1 組多 2 個，4 個人 1 組多 3 個，這個班有幾個學生呢？

11. 公共汽車站有三路公車通往不同的地方。第一路車每隔 5 分發車一次，第二路車每隔 10 分發車一次，第三路車每隔 6 分發車一次。三路公車在同一時間發車以後，最少過多少分再同時發車？

12. 某工廠加工一種零件要經過三道工序。第一道工序每個工人每時可完成 3 個;第二道工序每個工人每小時可完成 12 個;第三道工序每個工人每時可完成 5 個。要使流水線能正常生產，各道工序各安排幾個工人最順暢(不會有工人閒置)？

13. 按國家標準，頂部高出其地面 45 米以上的高層建築必須設定航標燈，閃光頻率每分鐘 20 次到 70 次。A 大樓每分鐘閃 20 次，B 大樓每分鐘閃 30 次，C 大樓每分鐘閃 60 次，則這 3 棟大樓每分鐘內會同時閃燈幾次？

日期: / /

日期: / /

7-1 畫圖寫算式做計算

1. 小瑩帶 100 元去買早餐，老闆找他 40 元，小瑩早餐花了多少錢呢？

畫圖做計算

100 ＝ 早餐 / 40

⇩

100 － 40 ＝ 早餐 / ~~40~~

⇩

60 ＝ 早餐

寫算式做計算

100 ＝ 早餐 ＋ 40

⇩

100 － 40 ＝ 早餐 ＋ 40 － 40

⇩

(　　) ＝ 早餐

將早餐花的錢以符號 B 來表示，寫算式來算出 B 的值。

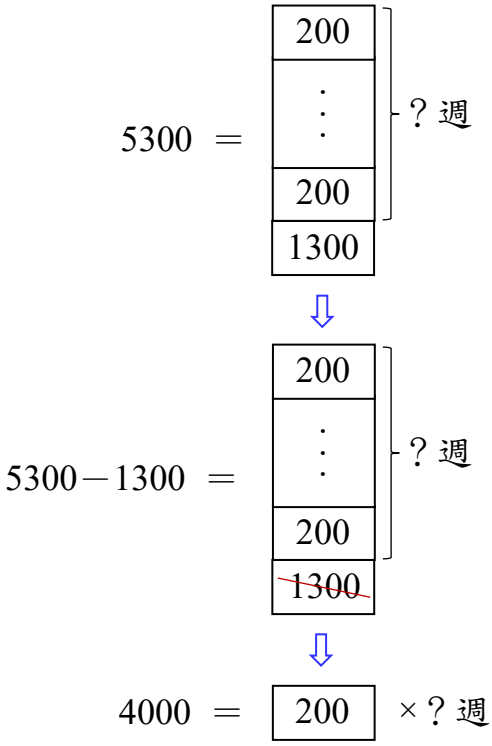
早餐 *Breakfast*

$100 = B + 40$

⇩

2. 阿凱想存錢買生日禮物給媽媽，禮物需要 5300 元，阿凱目前有 1300 元，每週存 200 元，幾週後就可以存到買禮物的錢呢？

畫圖做計算



寫算式做計算

5300 ＝ 1300 ＋ 200 × ？週

5300－1300 ＝ 1300－1300 ＋200 ×？週

4000 ＝ 200 × ？週

4000÷200 ＝ ？週

(　　) ＝ ？週

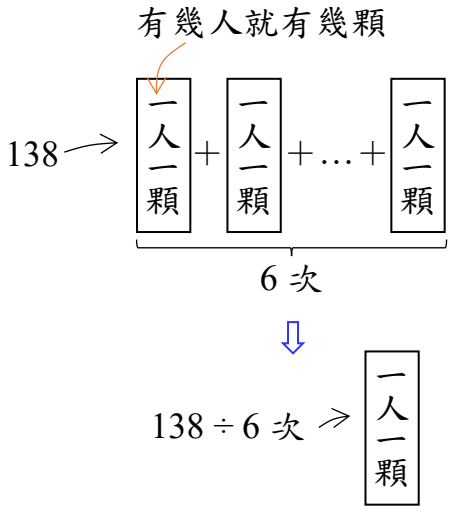
將？週的？以符號 W 來表示，寫算式來算出 W 的值。

$5300 = 1300 + 200 \times W$

週 *Week*

3. 老師有糖果 138 顆，分次請學生吃，每人一次一顆，剛好請 6 次，請問學生有幾個人呢？

畫圖做計算



寫算式做計算

138 ＝ (有幾人) × 6

⇩

138 ÷ 6 ＝ 有幾人

⇩

(　　) ＝ 有幾人

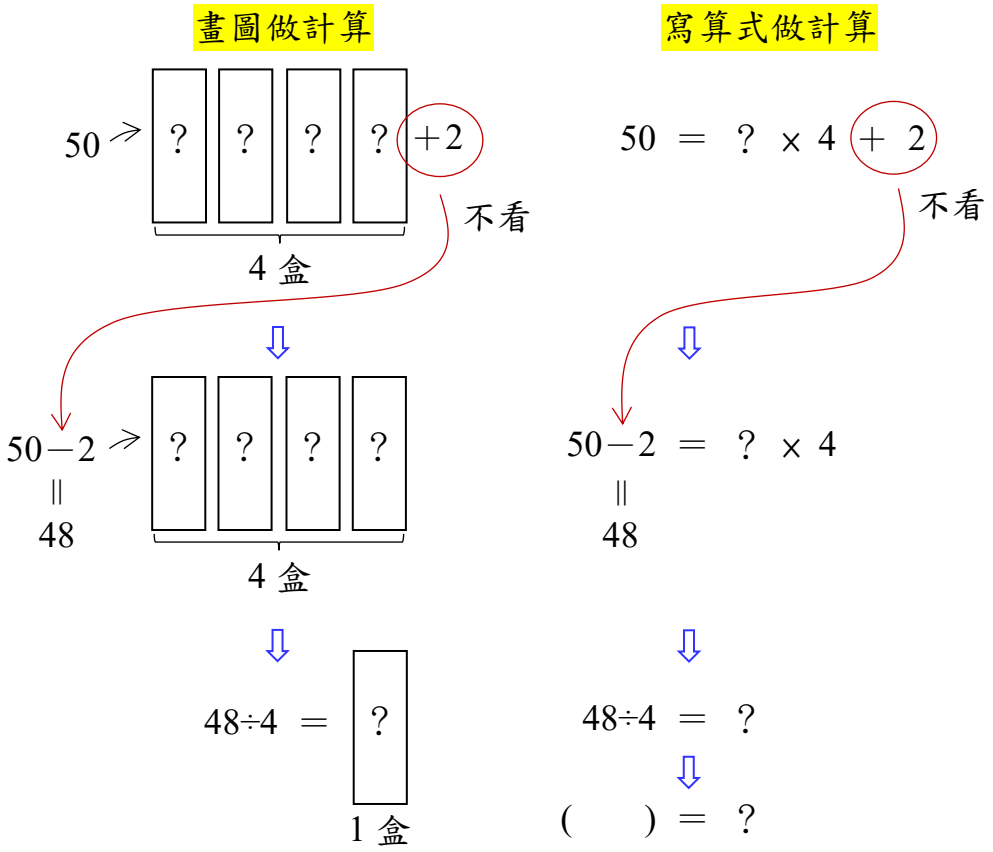
將學生有？人的？以符號 S 來表示，寫算式來算出 S 的值。

學生 *Student*

$138 = S \times 6$

⇩

4. 媽媽做了 50 個鳳梨酥，分裝成 4 盒後，剩下 2 個，請問每盒有幾個鳳梨酥？



將每盒裝？個鳳梨酥的？以符號 B 來表示，寫算式來算出 B 的值。

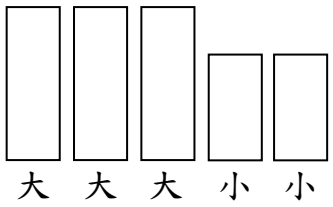
盒 *Box*

$50 = B \times 4 + 2$

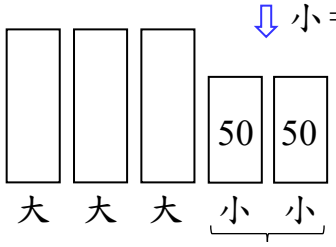
⇩

5. 全家人到麵攤吃晚餐，點了 3 個大碗，2 個小碗，付了 280 元，已經知道小碗的價格為 50 元，請問大碗的費用？

畫圖做計算

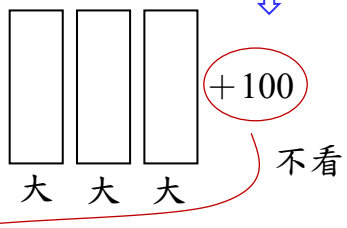
280 ＝ 

⇩ 小＝50

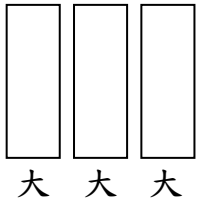
280 ＝ 

100

⇩

280 ＝ 

⇩

280－100 ＝ 

寫算式做計算

280 ＝ 3 × 大 ＋ 2 × 小

⇩ 小＝50

280 ＝ 3 × 大 ＋ 2 × 小
＝ 3 × 大 ＋ 2 × 50
＝ 3 × 大 ＋ 100

⇩

280 ＝ 3 × 大 ＋ 100
不看

⇩

280－100 ＝ 3 × 大

⇩

180 ＝ 3 × 大

⇩

180 ÷ 3 ＝ 大

⇩

（　　）＝ 大

將大碗的費用以符號 L 元來表示，寫算式來算出 L 的值。

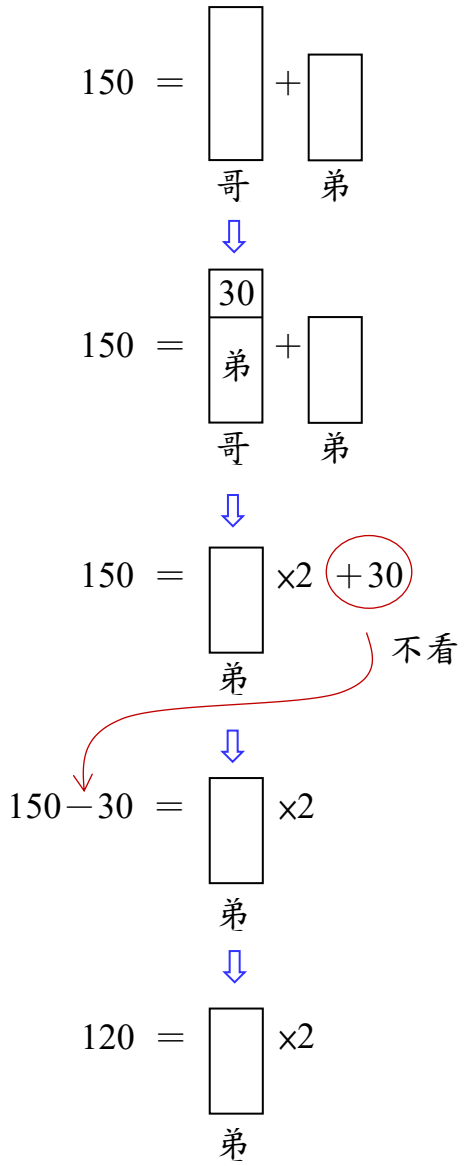
大的 *Large*

280 ＝ 3 × L ＋ 2 × 50

⇩

6. 假日，兩兄弟買早餐請爸爸媽媽吃，哥哥比弟弟多付了 30 元，兩人總共花了 150 元，請問哥哥花了多少錢呢？

畫圖做計算



寫算式做計算

150 = 哥 + 弟
‖
(弟＋30)
⇩
150 = (弟＋30) + 弟
⇩
150 = 弟x2 ＋30
不看
⇩
150−30 = 弟x2
⇩
120 = 弟x2
⇩
120÷2 = 弟
⇩
( ) = 弟

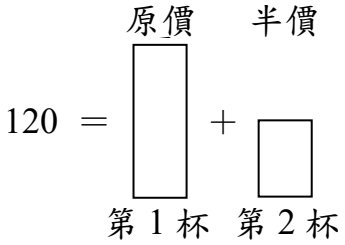
將弟弟付的錢以符號 Y 元來表示，寫算式來算出 Y 的值。

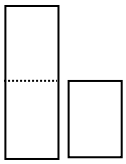
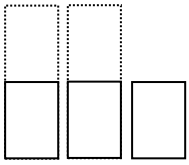
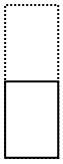
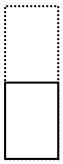
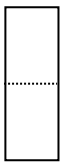
$150 = (Y+30) + Y$

⇩

弟弟 *Younger Brother*

7. 咖啡第二杯半價，爸爸買 2 杯花了 120 元，請問 1 杯咖啡的原價？



畫圖做計算	寫算式做計算
想法 1： ⇩	⇩
120 ＝ 	120 ＝ 原 ＋ 半
⇩	⇩
120 ＝ 	120 ＝ 2×半 ＋ 半 ＝ 3×半
⇩	⇩
120÷3 ＝ 	120÷3 ＝ 半
⇩	⇩
(　　) ＝ 	(　　) ＝ 半
⇩	⇩
(　　)×2 ＝ 	(　　)×2 ＝ 原

將咖啡的半價以符號 H 元來表示，寫算式來算出 H 的值。

半價 *Half Price*

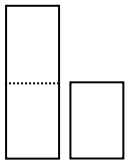
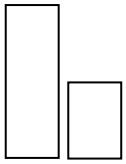
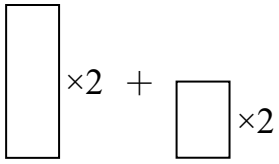
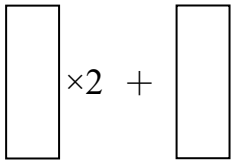
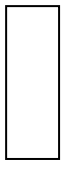
120 ＝ 2×H ＋ H

⇩

原價　半價

120 ＝ □ ＋ □

第 1 杯　第 2 杯

畫圖做計算	寫算式做計算
想法 2： ⇩	⇩
120 ＝ 	120 ＝ 原 ＋ 半
⇩ ×2	⇩ ×2
120×2 ＝ ()×2	120×2 ＝ (原 ＋ 半)×2
⇩	⇩
240 ＝ 	240 ＝ 原×2 ＋ 半×2
⇩	⇩
240 ＝ 	240 ＝ 原×2 ＋ 原
⇩	⇩
240 ＝ 	240 ＝ 原×3
	⇩
	240÷3 ＝ 原
	⇩
	(　　) ＝ 原

將咖啡的原價以符號 P 元來表示，寫算式來算出 P 的值。

$120 = P + \frac{1}{2} \times P$

⇩

原價 *Original Price*

換你試試看！畫圖寫算式做計算

8. 阿凱和阿俊去吃飯，阿凱去結帳時付了 430 元，若阿凱的餐費比阿俊多 50 元， 請問阿俊要給阿凱多少餐費？

畫圖做計算　　寫算式做計算

9. 阿美帶 100 元去買 3 支價錢相同的原子筆，和 1 個 16 元的橡皮擦，請問 1 支原子筆的價錢？

畫圖做計算　　寫算式做計算

10. 颱風過後，菜價上漲了 50%，媽媽花了 360 元買菜，在颱風前，媽媽只需要付多少錢呢？

畫圖做計算　　寫算式做計算

整理一下！剛剛是怎麼求出未知數的呢？

步驟 1：利用已知數和未知數的關係，以算式寫成相等的關係式，這樣的關係式被稱為**方程式**。

譬如：使用方程式 50＝x×4＋2 來描述 50 個鳳梨酥，裝 4 盒，每盒裝 x 個，剩 2 個。

步驟 2：在方程式兩邊的算式做等量的運算來算出未知數，這個作法被稱為**等量公理**。

譬如：

$$50 = x \times 4 + 2$$

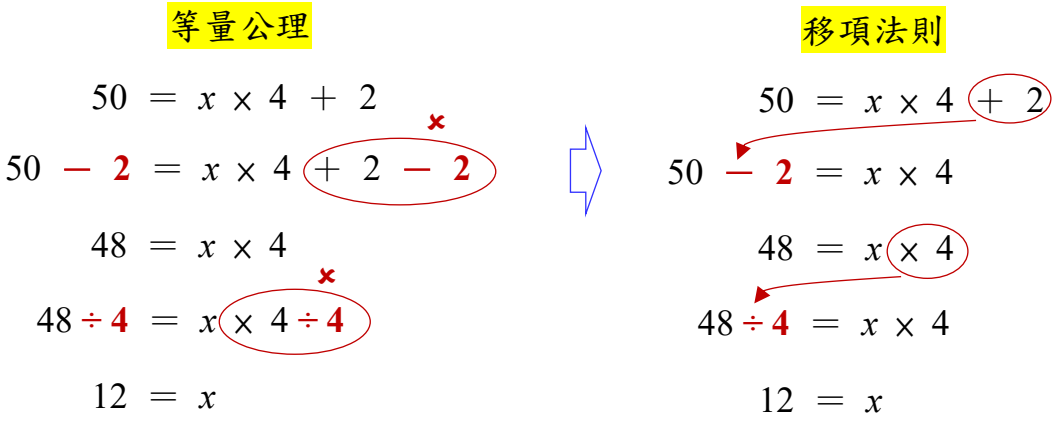
$$50 - 2 = x \times 4 + 2 - 2$$

$$48 = x \times 4$$

$$48 \div 4 = x \times 4 \div 4$$

$$12 = x$$

上面等量公理的運算，看到「－2」是為讓「＋2」消掉，「÷4」是為讓「×4」消掉，將「＋2－2」、「×4÷4」省略不寫，看起來就像是把「＋2」和「×4」從等號右邊移到左邊變成「－2」和「÷4」，這種將等量公理簡化的寫法，被稱為**移項法則**。



不斷地利用等量公理或移項法則化簡方程式，直到求出未知數的過程被稱為**解方程式**，所解出來的未知數，被稱為方程式的**解**。

譬如：x＝12 被稱為方程式 50＝x×4＋2 的解。

7-2 解方程式

未知數的符號除了直接採用未知數本意的英文字母，以 x、y、z 來代表未知數是最常被使用的符號。

(一)解下列方程式

1. $x+6=23$	2. $x-17=8$
3. $x\times 7=91$	4. $x\div 4=3$
5. $5+x=-9$	6. $8-x=-2$
7. $6\times x=-3$	8. $24\div x=-3$
9. $5+2\times x=23$	10. $1-3\times x=16$

未知數的符號「x」和乘法的運算符號「×」太相像，再加上乘除法運算通常會在加減法之前操作，因此，習慣上，會將「×」簡記為「$\cdot$」或直接省略喔！而且，數字會寫在未知數的前面喔！

譬如說：$3\times x$ 簡記為 $3\cdot x$ 或 $3x$。

(二)關於算式的簡記

1. 請將下面算式中乘法的運算符號「×」省略以簡記算式。

(1) $x\times 3=$_____	(2) $x\times 1=$_____	(3) $x\times(-1)=$_____
(4) $x\div 2=$_____	(5) $x\times\frac{3}{4}=$_____	(6) $x\times(-\frac{1}{2})=$_____

(三)解下列方程式

1. $x+5=-9$	2. $8-3x=-1$
3. $4x+7=11$	4. $\frac{2}{3}x-5=-3$
5. $x\div 3+7=16$	6. $36-x\div 7=6$
7. $4x-7=5-2x$	8. $x-3=2x-7$
9. $4(-x+2)=2(3x-1)$	10. $x-7=\frac{3x-14}{2}$
11. $\frac{x+3}{2}=\frac{x-1}{3}+2$	12. $\frac{3x-1}{2}-\frac{9+x}{3}=21$

7-3 應用問題

先畫圖，再計算！

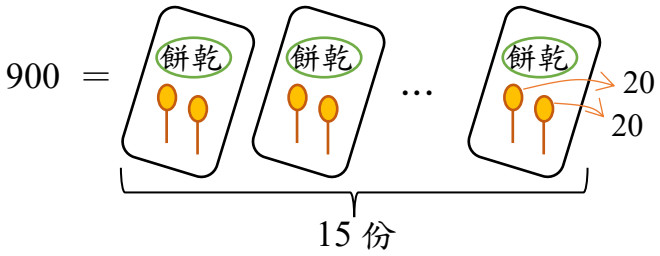
1. 有 A、B、C 三位同學想湊錢買 100 元的鞭炮一起玩，每個人出一樣多的錢，還不夠，好友阿明夠義氣將不夠的 10 元給湊足了！請問這三位同學每個人出了多少錢呢？

$100 = \square\ \square\ \square + 10$

A B C 阿明

請假設 A 同學出了 x 元列出方程式，
並求出 x 的值。

2. 小瑩買 15 份禮物，共花了 900 元，已知每份禮物內都有 1 包餅乾及每支售價 20 元的棒棒糖 2 支，請問每包餅乾多少錢？

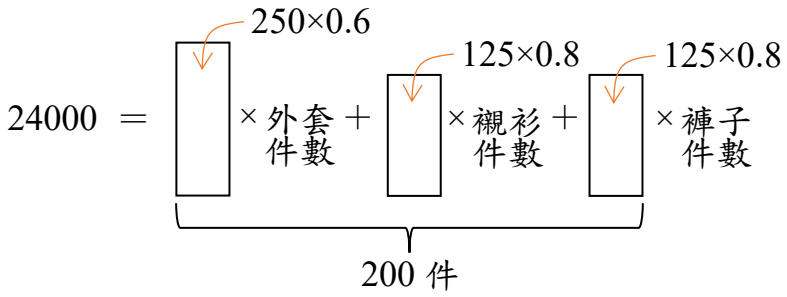


請假設每包餅乾 x 元列出方程式，
並求出 x 的值。

3. 表(一)為服飾店販賣的服飾與原價對照表。某日服飾店舉辦大拍賣，外套依原價打六折出售，襯衫和褲子依原價打八折出售，服飾共賣出 200 件，共得 24000 元，請算出外套賣出幾件。

表(一)

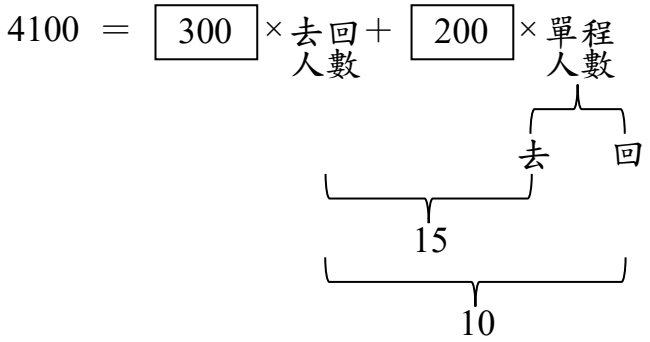
服飾	原價(元)
外套	250
襯衫	125
褲子	125



請假設外套賣出 x 件列出方程式，
並求出 x 的值。

4. 某旅行團到森林遊樂區參觀，下表為兩種參觀方式與所需的纜車費用。已知旅行團的每個人皆從這兩種方式中選擇一種，且去程有 15 人搭乘纜車，回程有 10 人搭乘纜車。若他們纜車費用的總花費為 4100 元，則此旅行團共有多少人？【會 108】

參觀方式	纜車費用
去程及回程均搭乘纜車	300 元
單程搭乘纜車，單程步行	200 元



請假設去回都搭纜車有 x 人列出方程式，
求出 x 的值，並算出此題的答案。

5. 阿明的學校新生編班，每 30 人編成一班，結果有一個班只有 7 個人，如果每班編 24 人則會多出 1 人，你知道這次新生編幾班嗎？

請假設新生編 x 班列出方程式，
並求出 x 的值。

想法 1：利用學生人數相等寫出方程式。

$x-1$

30	30	⋯	30	7

⇨ 學生人數有＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿人

24	24	⋯	24	24	1

x

⇨ 學生人數有＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿人

想法 2：本來相等，扣掉相同的，剩下的還是會相等。

$x-1$

~~30~~ 6	~~30~~ 6	⋯	~~30~~ 6	7

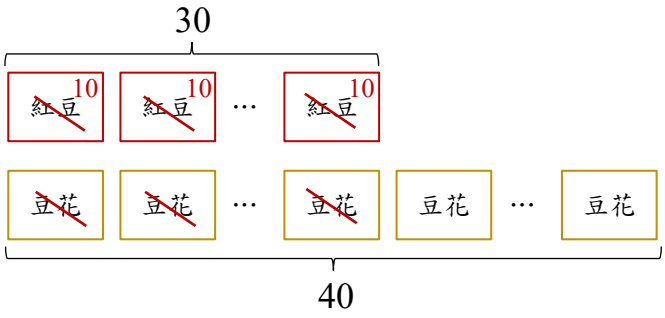
⇨ 剩下的有＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿人

~~24~~	~~24~~	⋯	~~24~~	24	1

x

⇨ 剩下的有＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿人

6. 小瑩去買甜點，全部都買紅豆湯圓剛好可買 30 碗，全部都買豆花剛好可買 40 碗。已知豆花每碗比紅豆湯圓便宜 10 元，請問小瑩帶了多少錢？



請假設豆花每碗 x 元列出方程式，
求出 x 的值，並算出此題的答案。

7. 下圖為阿輝、小薰一起到商店分別買了數杯飲料與在家分飲料的經過。若每杯飲料的價格均相等，則根據圖中的對話，判斷阿輝買了多少杯飲料？【會 106】

$$2000 = \square\square\cdots\square \text{ 阿輝 } 1000-120 + \square\square\cdots\underbrace{\square\square\cdots\square}_{6} \text{ 小薰 } 1000+120$$

請假設阿輝買 x 瓶飲料列出方程式，
求出 x 的值，並算出此題的答案。

日期: / /

日期: / /

8-1 局部和整體的關係

1. 右邊的衣服和鞋子，最吸睛的地方在哪裡？是什麼樣的設計與眾不同？讓人很難不注意到？

2. 聖誕小雪人印章，印章上的圖案和蓋印出來的圖案，應該一模一樣，看起來卻不一樣，是哪裡不一樣呢？

3. 沙灘上的足跡，螃蟹的是圖____，寄居蟹的是圖____。

4. 風車和風扇的設計不論有幾個葉片，每個葉片是依照什麼規則被設計在旋轉軸心的四周，讓風扇轉動時可以平衡又持久呢？

結論：整體可以用部分複製出來的被稱為「對稱圖形」，做法有 3 種：平移、旋轉和翻轉。

5. 從下面的圖形中，找出可以複製出整體的局部圖形，圈出來並勾選出其中的規則，如果找不到請畫×。 註：翻轉就是鏡像喔！

□平移□旋轉□翻轉

□平移□旋轉□翻轉

□平移□旋轉□翻轉

□平移□旋轉□翻轉

□平移□旋轉□翻轉

□平移□旋轉□翻轉

□平移□旋轉□翻轉

□平移□旋轉□翻轉

□平移□旋轉□翻轉

6. 對稱圖形的分類：

(1) 以平移的方式，利用部分做出整體被稱為「**平移對稱**」。

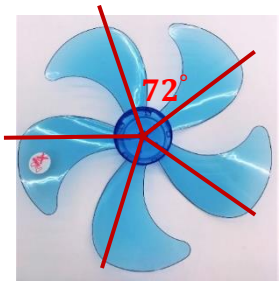
譬如：沙灘上的足跡。

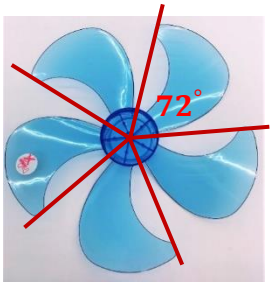
(2) 以旋轉的方式，利用部分做出整體被稱為「**旋轉對稱**」。

譬如：風扇葉片。

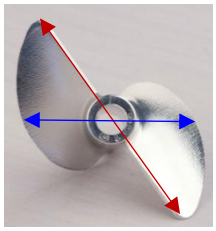
每個葉片繞著軸心，旋轉一個固定角度，就會和下一個葉片原有的位置重合。因此，

相鄰葉片之間的角度會是 360 度÷5＝_____度。





當旋轉角度剛好是_____度時，就只有 2 個葉片，每個葉片上的點旋轉_____度之後，會對稱於軸心到另一邊的點，這樣的圖形被稱為「**點對稱圖形**」。

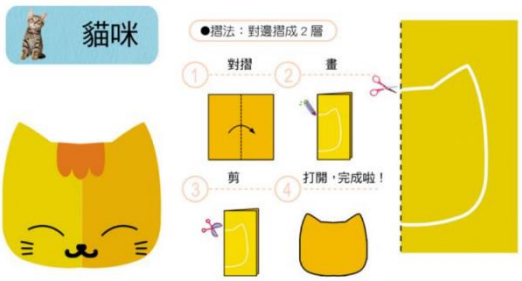


平行四邊形算不算是「點對稱圖形」呢？_____。

軸心在哪裡？圖形中的哪一個部分旋轉 180 度，就可以和另 1 半重合？請畫出來。

(3) 以翻轉的方式，利用部分做出整體被稱為「**翻轉對稱**」。

譬如說：剪紙。



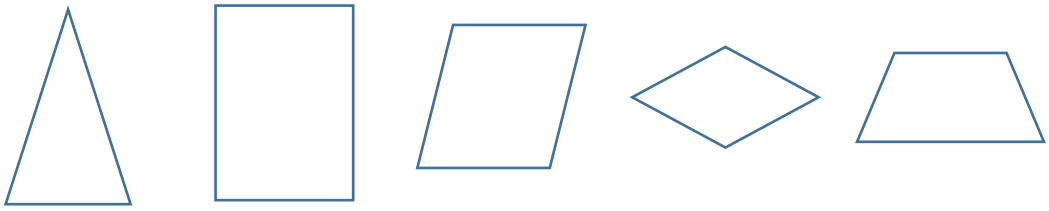
對摺、剪掉、翻轉開來，這樣的圖形會有一條對摺線，讓兩邊可以利用翻轉而重合，這條直線被稱為對稱軸，這樣的「翻轉對稱圖形」也被稱為「**線對稱圖形**」。

7. 請在下面找出可以利用局部做出整體的對稱圖形，
線對稱圖形(Line Symmetry Figure)，請標記為 *L*，
旋轉對稱圖形(Rotational Symmetry Figure)，請標記為 *R*。
都不是，請標記為 *N*。

(　　)　(　　)　(　　)　(　　)　(　　)

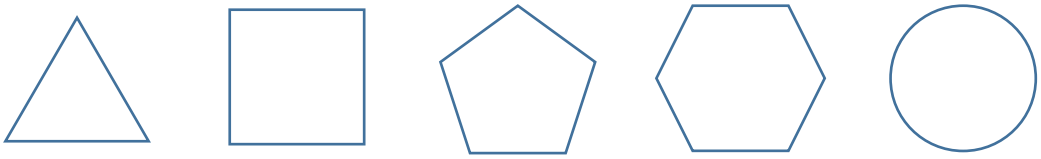
8. 請判斷下面圖形是不是線對稱圖形，如果是，請把對稱軸(Lines Of Symmetry)全部都畫出來，並記錄有幾條。

等腰三角形　矩形　平行四邊形　菱形　等腰梯形



□是 ___條　□是 ___條　□是 ___條　□是 ___條　□是 ___條
□否　□否　□否　□否　□否

正三角形　正方形　正五邊形　正六邊形　圓形



□是 ___條　□是 ___條　□是 ___條　□是 ___條　□是 ___條
□否　□否　□否　□否　□否

結論：

正 *n* 邊形的對稱軸有_____條，_____形有無限多條對稱軸。

8-2 線對稱圖形的性質

1. 照鏡子的時候，鏡子的這邊有小孩，另一邊也會有一模一樣的_____。

2. 湖水清澈時，從倒影可以看到水面上一模一樣的景物，請在照片上畫出分隔兩個一模一樣的景物的分界線，這就是整體畫面的_____。

3. 請準備一片透明有色的壓克力板來做實驗。

CA 示範影片

(設計想法源自於許瑜庭老師)

利用鏡射原理如上面照片，做實驗畫出對稱圖形。

(1) 將壓克力板垂直放置於教材封面的某處，在壓克力板的一側放白紙，白紙的邊緣要貼齊壓克力板。

(2) 看著另一側的圖透過壓克力板鏡射在白紙上的影像，直接描繪在白紙上。

(3) 先將白紙和壓克力板拿開，再利用白紙上的圖，將白紙放回原畫圖處(對稱軸)。

(4) 在壓克力中間地方畫直線，讓直線重疊於剛剛描圖時的對稱軸，拿直尺(如註記)觀察對稱軸兩端圖形的對稱點和對稱軸的關係。

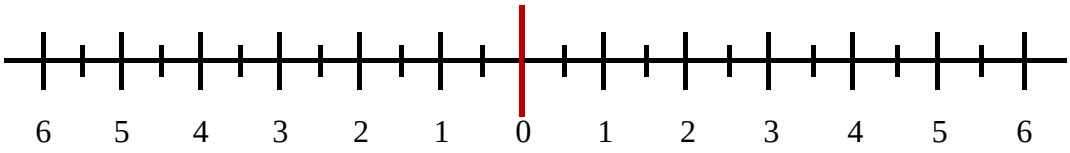
CA 示範影片

註：直尺部分需要自製，請老師利用電腦製作左右各 6 公分的直尺，並列印在透明的投影片上。

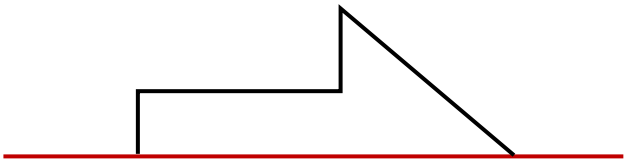
兩個對稱點到對稱軸的_____會相等。

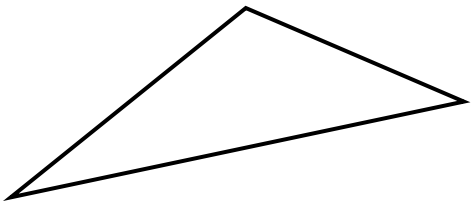
兩個對稱點的連接線段長會被對稱軸_____且_____。

對稱軸被稱作兩個對稱點的連接線段的_____。



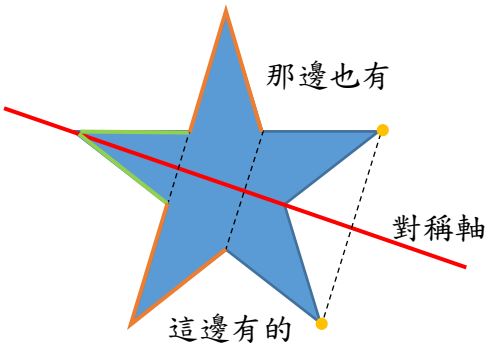
(5) 利用自製的直尺，根據紅色對稱軸的位置，畫出下面圖形另外一側的對稱圖形。



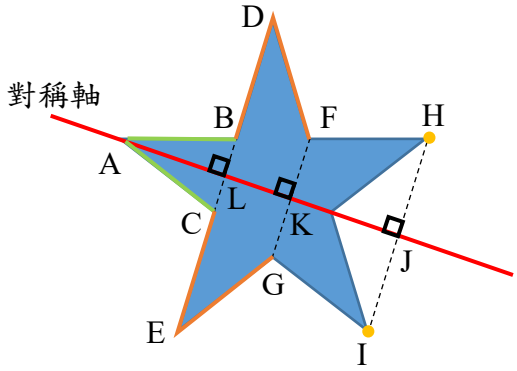


4. 對稱圖形的一些性質。

在平面上，透過對稱軸(分界線)的**翻轉**，可以創造出**這邊有，那邊也有**的圖形，這樣的圖形被稱為_____**對稱圖形**，也稱為____**對稱圖形**。



這邊有，那邊也有的連接線段(虛線部分)會被對稱軸____又____，因此，對稱軸被稱為虛線線段的**垂直平分線**(簡稱中垂線)，其中，兩條**綠色線段**被稱為對稱_____，兩個**橘色角**被稱為對稱____，兩個**黃色點**被稱為對稱____。



使用**符號**來表現上面的關係如下：

星星的對稱軸是直線____，即$\overleftrightarrow{AJ}$。

線段 AB 和線段____是對稱線段，即$\overline{AB}=(\quad)$。

角 BDF 和角_____是對稱角，即$\angle BDF=\angle$_____。

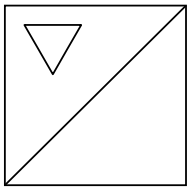
此時的對稱軸$\overleftrightarrow{AJ}$剛好是∠_____的**角平分線**。

點 H 和點____是對稱點。

對稱軸$\overleftrightarrow{AJ}$會垂直平分線段____，簡記為$\overleftrightarrow{AJ}\perp\overline{HI}$，且，$\overline{HJ}=\overline{IJ}$。

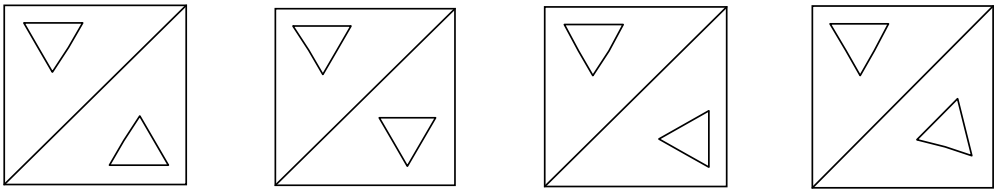
8-3 線對稱圖形的解題

1. 右圖是小方畫的正方形風箏圖案，且他以圖中的對角線為對稱軸，在對角線的下方畫一個三角形，使得新的風箏圖案成為一對稱圖形。若下列有一圖形為此對稱圖形，則此圖為何？【基 99-1】

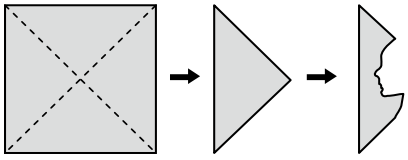


註：把兩側可能的對稱點連起來，看看這條線有沒有跟對稱軸垂直？有沒有被對稱軸平分？(用尺比一比就知道了！)

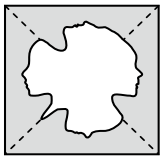
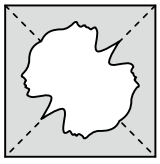
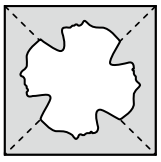
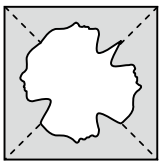
(A) (B) (C) (D)



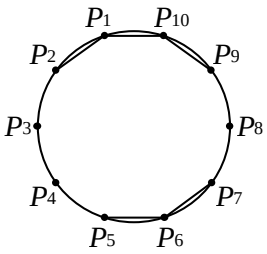
2. 將圖(一)的正方形色紙沿其中一條對角線對摺後，再沿原正方形的另一條對角線對摺，如圖(二)所示。最後將圖(二)的色紙剪下一紙片，如圖(三)所示。若下列有一圖形為圖(三)的展開圖，則此圖為何？【基 96-1】



圖(一) 圖(二) 圖(三)

(A)  (B)  (C)  (D) 

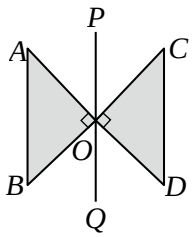
3. 下圖是 P_1、P_2、……、P_{10} 十個點在圆上的位置圖，且此十點將圓周分成十等分。今小玉連接 $\overline{P_1P_2}$、$\overline{P_1P_{10}}$、$\overline{P_9P_{10}}$、$\overline{P_5P_6}$、$\overline{P_6P_7}$，判斷小玉再連接下列哪一條線段後，所形成的圖形不是線對稱圖形？【會 104】



(A) $\overline{P_2P_3}$ (B) $\overline{P_4P_5}$ (C) $\overline{P_7P_8}$ (D) $\overline{P_8P_9}$。

註：對稱圖形，這邊有，那邊也會有。

4. 右圖為一線對稱圖形，直線 PQ 為對稱軸，A、B 的對稱點分別為 C、D。若 $\angle AOB=90°$，$\angle B>\angle A$，且 $\angle BOQ>\angle AOP$，則關於 D 點的位置，下列敘述何者正確？【基 94-2】



(A)A、O、D 三點在同一直線上，且 $\overline{OD}=\overline{OA}$。

(B)A、O、D 三點在同一直線上，且 $\overline{OD}=\overline{OB}$。

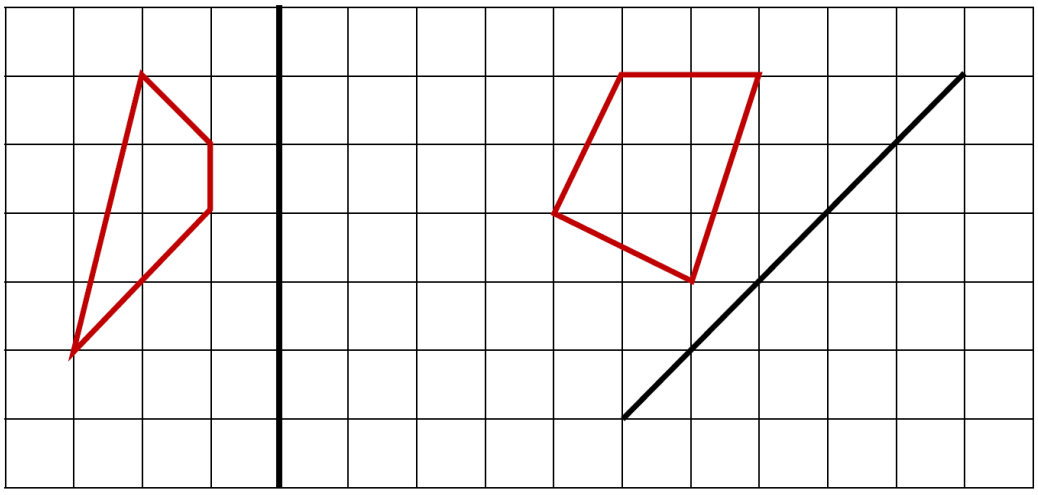
(C) $\overline{PQ}$ 為 $\angle BOD$ 的平分線，且 $\overline{OD}=\overline{OA}$。

(D) $\overline{PQ}$ 為 $\angle BOD$ 的平分線，且 $\overline{OD}=\overline{OB}$。

註：對稱圖形，局部可以複製出整體，局部都是全等圖形。

5. 利用自製的直尺，根據黑色對稱軸的位置，畫出下面圖形另外一側的對稱圖形。

註：可以將圖形的線段延伸到對稱軸，再畫！



第 9 章 三視圖

指導：CA
編撰：陳梅仙

9-1 左邊？右邊？

1. 流星是從哪裡過來呢？

□從右邊灑下來
□從左邊灑下來
□先講清楚從哪裡看

2. 阿明說他家在郵局的右手邊，
請問右手邊是指哪一邊呢？
請畫在圖形上。

3.「左青龍、右白虎」
左右是怎麼看的呢？
□面向廟宇 □背對廟宇。

4. 在台灣，駕駛座旁邊的門是車子的？□左邊的門 □右邊的門。

結論：先說好前面在哪裡，方位就確定了！

9-2 鳥瞰圖與視圖

1. 如果只能選擇 1 張照片做廣告，哪一張比較可以看到漢堡的全貌呢？□圖 *A* □圖 *B*

圖 *A*

圖 *B*

像圖 *B* 這種類似鳥類自空中俯瞰地面之圖被稱為_____，看起來會比較有立體感和真實感。

2. 想看清楚咖啡的拉花，圖 *C* 是從杯子的 □前面 □上面 拍的；
證件照必須五官清晰，圖 *D* 是會從 □前面 □上面 拍的；
想拍出美女的輪廓(右圖)，圖 *E* 是從 □左邊 □右邊 拍的。

圖 *C*

圖 *D*

圖 *E*

想知道方位得先確定前面在哪裡，以圖 *E* 為例，這張照片的方位是左還是右呢？

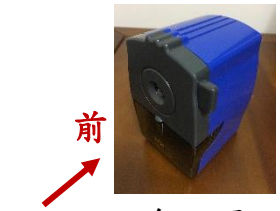
對觀察者來說，這是
□左邊 □右邊。
對被觀察者來說，這是
□左邊 □右邊。

結論：

(1) 我們會透過**不同的方位**來完整掌握物件的**全貌**。但是，得先說清楚，在面對面的情況下，你是用**觀察者**的角度，還是**被觀察者**的角度來說明左邊或右邊喔！

(2) 從**觀察者**的角度，觀看物體某一個方位的圖被稱為「**視圖**」。

3. 以削鉛筆機為例，孔洞是削鉛筆機的正前方，請從觀察者的角度，分別寫出削鉛筆機的前、後、上、下、左、右視圖。



鳥瞰圖

___視圖

___視圖

___視圖

___視圖

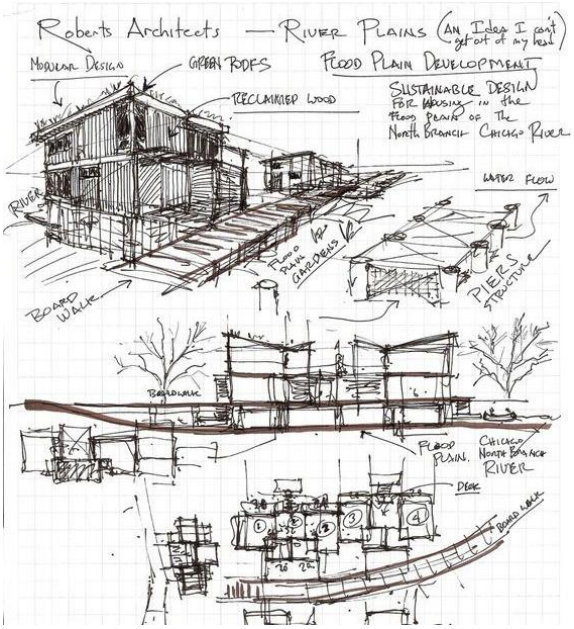
___視圖

___視圖

4. 右圖是建築師的設計草稿圖。

(1) 這是□鳥瞰圖□視圖。
這種呈現方式可以
□看全貌□標尺寸。

(2) 想從草稿變成施工圖，會需要□鳥瞰圖□視圖。
這種呈現方式可以
□看全貌□標尺寸。



5. 右圖是一個零件的施工圖，其中圖 *B*、*C*、*D* 是圖 *A* 的視圖，分別是哪一種呢？

註：填寫方位。

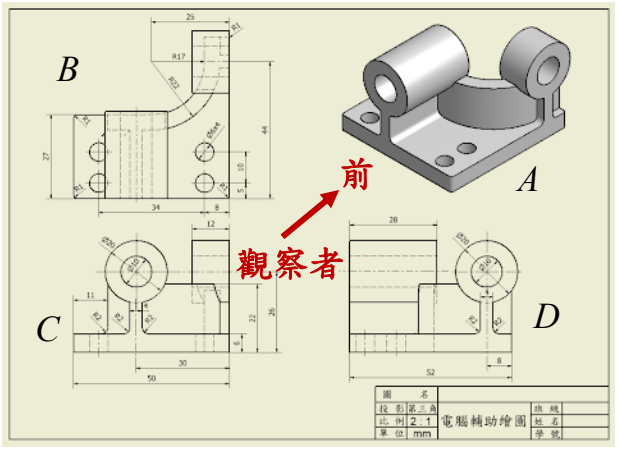
圖 *B* 是_____視圖，

圖 *C* 是_____視圖，

圖 *D* 是_____視圖，

畫成視圖的目的是什麼呢？

□看全貌□標尺寸。

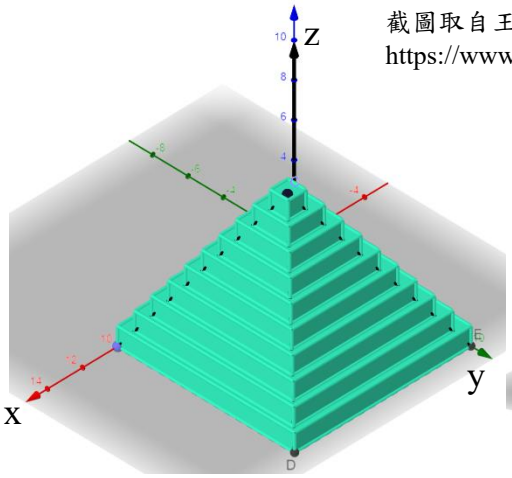


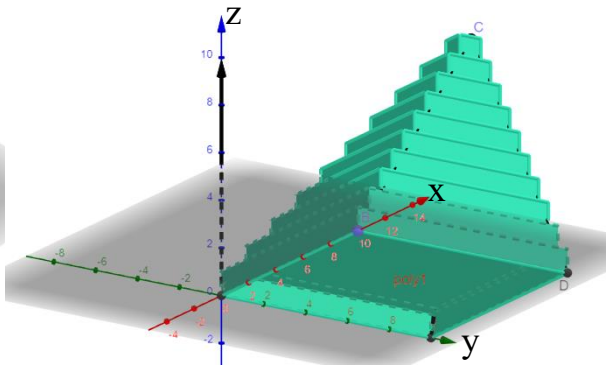
9-3 三視圖的使用

（這裡的三視圖是以**觀察者**的角度來定方位喔）

1. 利用 x 軸、y 軸和 z 軸決定物件的方向性，將 x 軸的正向定為物件的**前視圖**，那麼，y 軸的正向會是物件的____**視圖**，z 軸的正向會是物件的____**視圖**。請分別標記出下面角錐的六個方位。

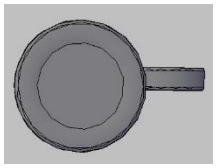
截圖取自王郁茜老師的角錐體積 GGB
https://www.geogebra.org/m/tgqtzpy6





2. 想做出右下角的杯子(鳥瞰圖)，只要畫出杯子的前視圖、上視圖和右視圖並標上尺寸，工廠就可以製作了，請你分別畫出下面杯子、金字塔和筆筒的三視圖。

上視圖	鳥瞰圖 前
前視圖	右視圖


上視圖

鳥瞰圖

前視圖

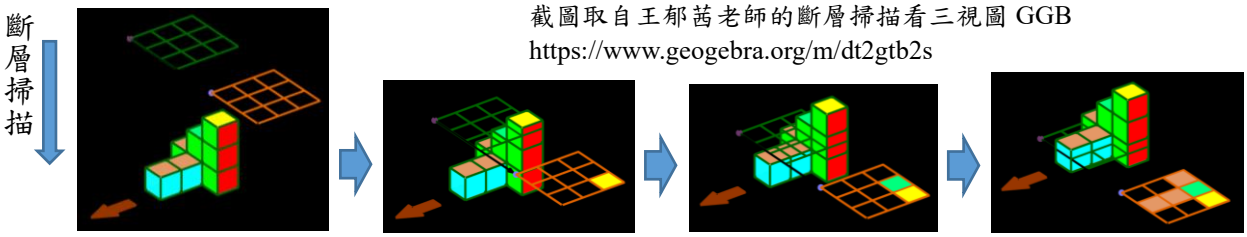
右視圖

上視圖	鳥瞰圖 前
前視圖	右視圖

上視圖	
前視圖	右視圖

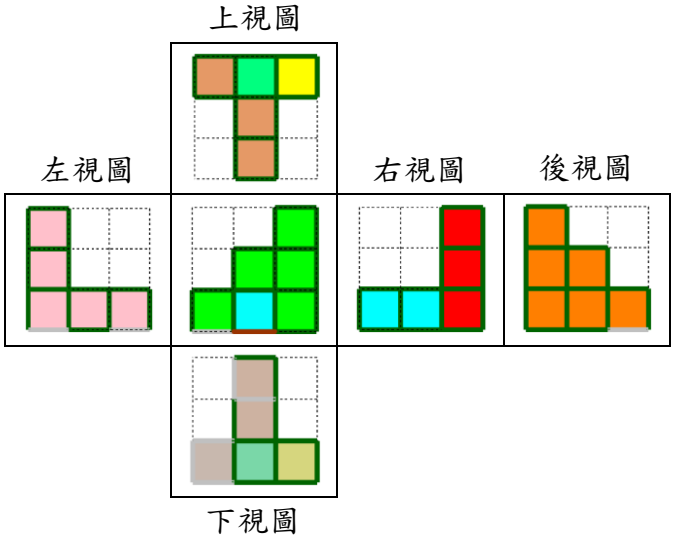
9-4 簡易三視圖

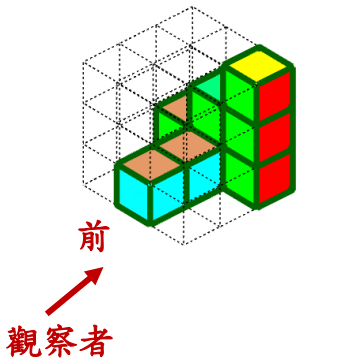
1. 下方物件的上視圖就像是從上往下做斷層掃描後的疊合。



截圖取自王郁茜老師的斷層掃描看三視圖 GGB
https://www.geogebra.org/m/dt2gtb2s

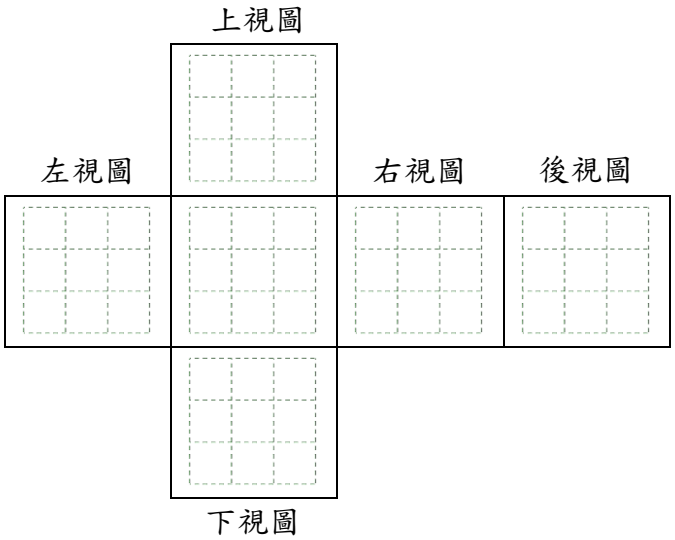
想像有個透明的盒子罩住物件，我們在盒子上畫出看到的視圖，展開後就會是下面的展開圖。(展開圖的中心處是前視圖)

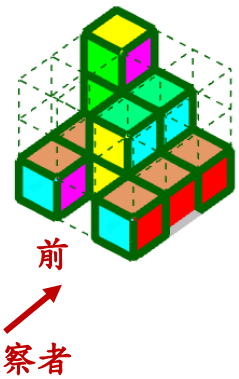




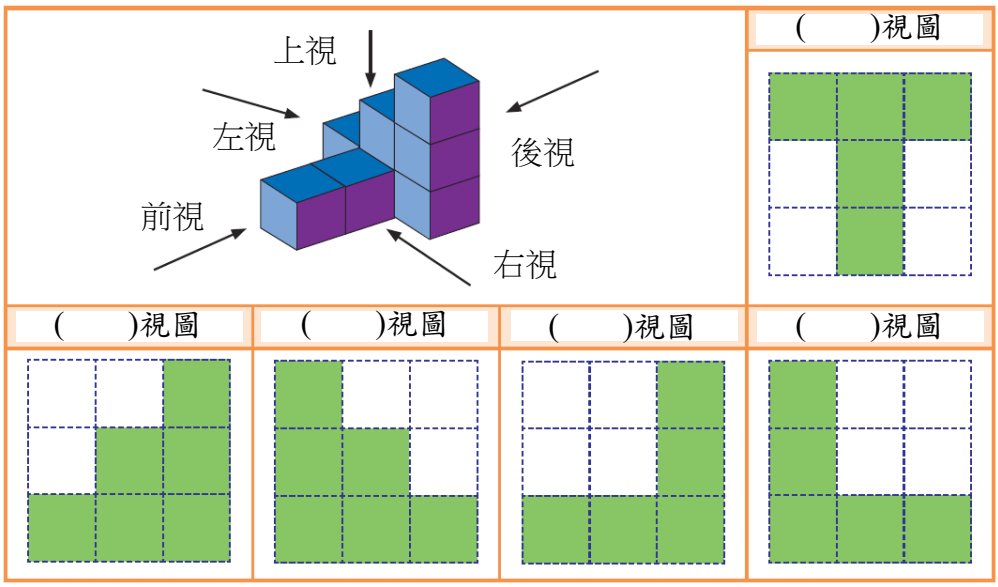
截圖取自王郁茜老師的三視圖 GGB
https://www.geogebra.org/m/qystdqdz

模仿上面，在下面畫出右邊鳥瞰圖的六個視圖。
(展開圖的中心處畫前視圖)

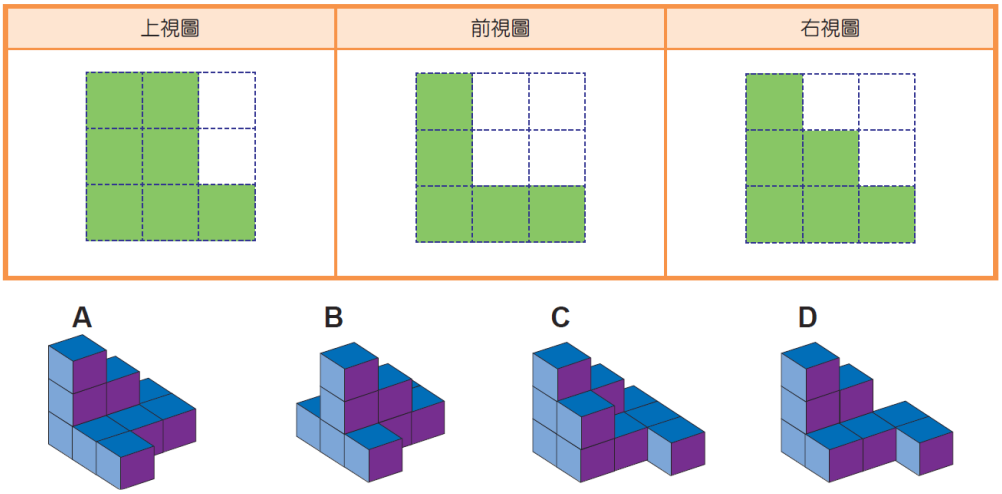




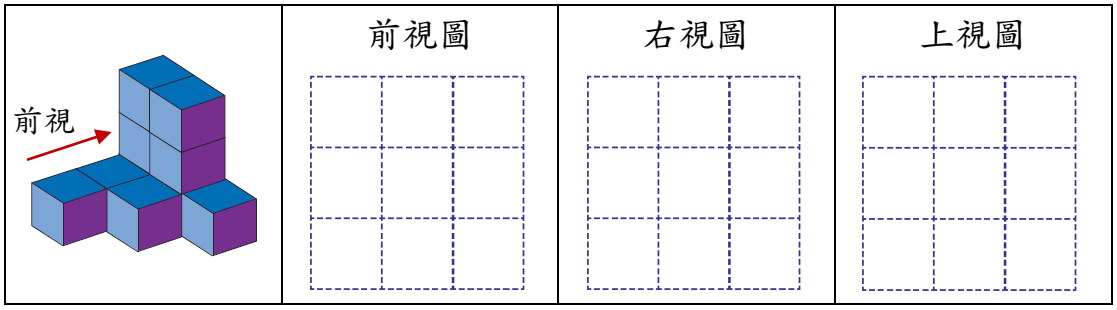
2. 請利用第 1 題的想法，找出下面物件的六個視圖，並在空格中寫上正確的視圖名稱。



3. 下方的三個視圖，是老師觀看 A、B、C、D 四個積木當中的其中一個，你能找出是哪一個嗎？



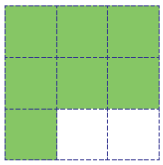
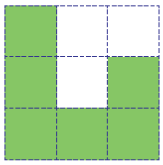
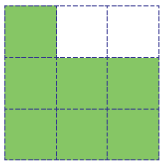
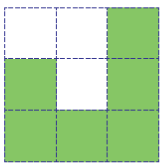
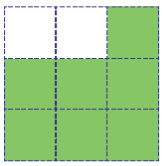
4. 請分別在九宮格中畫出左方物件的三個視圖。



5. 下表是某立體圖形的五個視圖，歡歡和喜喜分別利用正方體的小積木想重製出這個立體圖形。

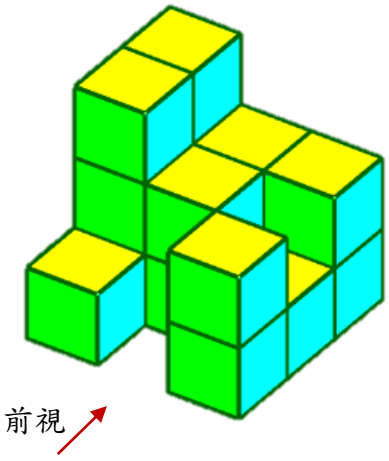
(1) 他們重製出來的立體圖形會一樣嗎？_____。

(2) 請試著用積木組組看！互相比較一下，有沒有一樣。

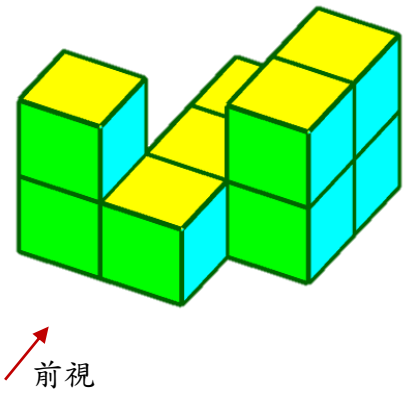
觀察	上視圖	前視圖	右視圖	後視圖	左視圖
紀錄					

註：第 2-5 題取自國家教育研究院「三視圖-從哪裡看」教材。

6. 拿掉哪些方塊，可以讓前視圖保持不變，請在方塊上打×



7. 在哪裡增加方塊，右視圖可以保持不變，請畫在圖形上。



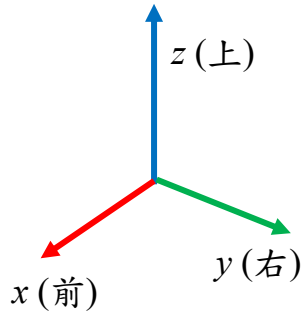
關於三視圖

三視圖這個稱呼很容易讓人誤以為重點在數字三，其實核心概念在"視圖"。我們經常會使用不同的視角來觀看周遭事物，或呈現我們想傳達的意念，而且會有個意圖希望可以看到全貌。舉目觀之，其實我們不斷的透過眼睛的 2*D* 拍照在理解環境周遭的樣貌，尤其是到一個全新的地方旅遊或是看房子或買房子的時候。但是，有時總覺得無法表現全貌，而有環景拍照的設計出現來滿足我們的需求。舉凡手機、電腦、電視、廣告...，都是以 2*D* 的樣貌展現，而其中主要的展現方式就是我們最熟悉的鳥瞰圖，因為這樣比較容易看到全貌，不過，有時我們更在乎某一個視角的樣貌，此時就會根據實際的需求表現這個視角的正面視圖，譬如說，咖啡的拉花、比薩的好餡、大頭照、人臉辨識、身材的曼妙...我們會選擇一個視角做正面的拍照，來凸顯我們希望觀察者可以看到我們最想呈現出來的內容。

也就是說，視圖對我們而言，在生活中比比皆是，我們會根據不同的需求，選擇不同的視圖來展現各式各樣的物件，以達成我們想呈現的目標，這就是從觀察者的角度來選擇視角。

而課綱中特別提出的三視圖，已經是屬於機械加工用的物件視圖，這是從製作的角度來思考視圖的樣貌，主角是我們想製作的物件，因此，必須以物件為中心利用 3*D* 座標軸幫物件定位，我們才能夠根據物件的樣貌決定視圖的數量，利用視圖精準標示比例與尺寸，並根據視圖真的做出合乎設計的物件，有些物件的製作只需要一個或兩個視圖，比較複雜的物件需要有三個視圖，根據物件設計的複雜度，視圖的數量甚至會超過三個，但三視圖是其中最常見的。

其中最值得一提的是物件方向性的定位，為了讓我們可以直接掌握物件最重要的一面，我們選定物件的正面和我們的正面相對。另一方面為了方便我們跟他人溝通對話視圖的需求，因此，物件的左右和上下直接使用觀察者的方向性，因此我們選擇右手定則的 3*D* 坐標系作為物件的方向性，如右圖所示。



日期: / /

數學新世界生根計畫

官方網站

計畫網站提供多項資源:

各類實體教材資源、各年段教師共備手冊、各場次研習錄影檔、專家教學影片、預約CA行程...等。

CA行程預約

這是計畫主持人CA的公開行事曆，可透過此行事曆知道近幾個月CA在各地的研習，若為空白的時間區段，即可填寫表單預約行程，本計畫收到您的申請表單，會在兩周內以E-MAIL與您聯繫。

Facebook粉絲專頁

這裡會不定時公告數學新世界重要活動、研習(還有活動照片及花絮)，也會發佈精彩的研習或CA入班教學影片喔!

加入會員

若想得到數學新世界最即時的教材申請與研習活動資訊，填寫此表單加入會員，本計畫有任何活動資訊將E-MAIL給您。

教材意見與修正回饋

若使用教材有發現錯誤或有任何疑問與建議，歡迎填寫此表單，透過您的回饋一起讓生根教材變得更佳好用。

Tel:04-7232105 ext. 3288、3215
E-mail:nhmath@nhmath.com
Address:彰化縣彰化市進德路1號-數學系

數學新世界-國中核心素養 7 上（J07A-S-04-11107）

總 編 輯／施皓耀
作　　者／陳梅仙、施皓耀
美術設計／王瀞襄
教材優化／王郁茜、吳承璇、洪賢松、張廷吉、莊秀麗、莊佶達
　　郭妙霓、葉晉佳、蔡惠娟、盧宥姍、鍾承良、蘇漢哲
出 版 者／國立彰化師範大學數學系
　　彰化縣彰化市進德路 1 號
　　電話：(04)7232105 ext. 3288
印 刷 者／高展印刷有限公司
　　地址：臺中市西區忠誠里太原路一段 206 號
　　電話：(04)2314-0791
　　傳真：(04)2313-9222
出版日期／111 年 7 月 27 日
印刷經費／教育部國民及學前教育署

敬請尊重智慧財產權，未經作者同意，請勿翻印、轉載或部分節錄。
（版權所有翻印必究）

重行樸實數學路
發現數學新世界

數學新世界網站
http://tw.newhorizonofmathematics.com

老師:_____

學生:_____