

1-2 多項式與其加減運算



多項式

1. 多項式的定義：未知數和稱為係數的常數通過乘法、有限次加法運算得到的代數表達式。未知數為 x 時，就稱為 x 的多項式，例如 $x^2 + 3x - 6$ 就是一個 x 的多項式。

例：多項式中的單項式

單項式	為何是多項式？
$3x \longrightarrow 3 \times x$	3 和 x 進行乘法運算
$-\frac{1}{2}x^2 \longrightarrow -\frac{1}{2} \times x^2$	$-\frac{1}{2}$ 和 x^2 進行乘法運算
$4 \longrightarrow 4 \times x^0$	4 和 x^0 進行乘法運算
$0 \longrightarrow 0 \times x^n$ (次方未定)	0 和 x^n (次方未定) 進行乘法運算

例：多個單項式用加法串連起來成為多項式

多項式	為何是多項式
$2x + 7 \longrightarrow 2 \times x + 7$	$2x$ 與 7 用「加法」串連
$-\frac{3}{2}x^2 - 8 \longrightarrow -\frac{3}{2} \times x^2 + (-8)$	$-\frac{3}{2}x^2$ 與 -8 用「加法」串連
$-3x^2 - 6x + 2 \longrightarrow -3 \times x^2 + (-6 \times x) + 2$	$-3x^2$ 、 $-6x$ 與 2 用「加法」串連



重點：如果文字符號在_____、_____、_____

內，就不是多項式。如： $\frac{1}{x} + 3$ 、 $|2x - y|$ 、 $\sqrt{x} - 5$ 都不是多項式。

範例解說 1

下列哪些式子是 x 的多項式？答：_____。

(A) x^3 (B) $|2x+7|$ (C) 0 (D) $6x-4$ (E) $\frac{1}{3}x^5$ (F) $\frac{3}{2x-5}$

類題：

下列哪些式子不是 x 的多項式？答：_____。

(A) 4 (B) $|3x-7|$ (C) 0 (D) $\frac{1}{3}x^5+6x-4$ (E) $\frac{3}{x-5}$ (F) -1

答案：(B)(E)

2. 多項式的基本名詞：

(1) 多項式中，文字符號次數最高者就稱為此多項式的_____。

(2) 多項式中，由加號分開的每個部份都稱為_____，。

(3) 在每一項中，不含文字符號的部份就稱為該項的_____。

(4) 多項式中，唯一不含有文字符號的項稱為_____。

(5) 多項式中，某個次方項不存在，稱為_____。

例：以 $5x^3+x^2-3x+7$ 為 x 的三次多項式

$$\begin{array}{cccc} 5x^3 & +x^2 & -3x & +7 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{三次項} & \text{二次項} & \text{一次項} & \text{常數項} \\ (x^3 \text{ 項}) & (x^2 \text{ 項}) & (x \text{ 項}) & \end{array}$$

範例解說 2

請完成下表

多項式	$-2x^4+6x^3-\frac{2}{3}x^2+3x-7$	$3x^3-5x$	$6x^2-\frac{3}{4}$
多項式的次數			
x^4 項的係數			
x^3 項的係數			
x^2 項的係數			
x 項的係數			
常數項			

範例解說 3

若多項式 $(a+b-3)x^4 + (-a+b+1)x^3 + ax^2 - bx + (a+b)$ 為二次多項式，請解出 a 、 b 並寫出此多項式。

類題：

若多項式 $(a+b-3)x^4 + (a+b+1)x^3 + (a+b)$ 為三次多項式，則此多項式為？

答案： $4x^3 + 3$

3. 單項式：

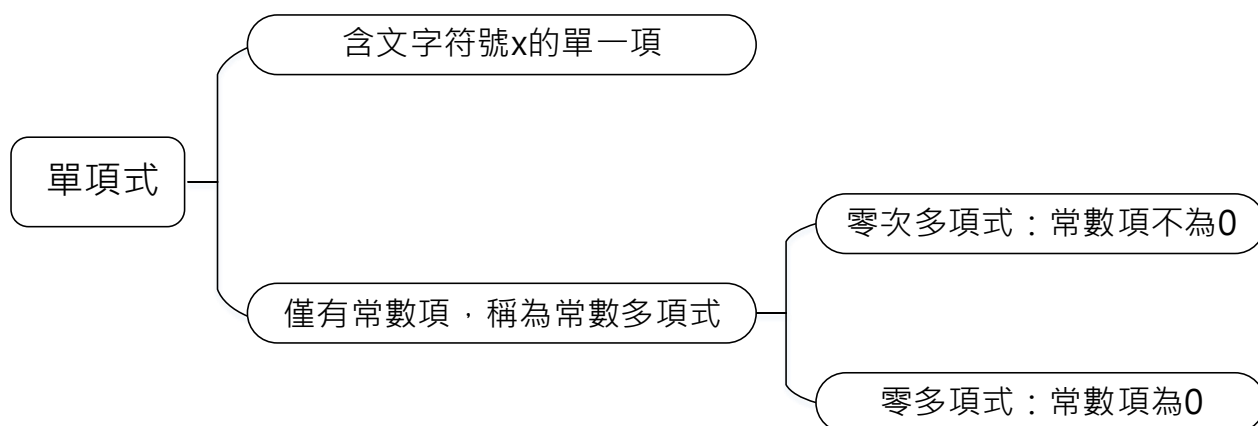
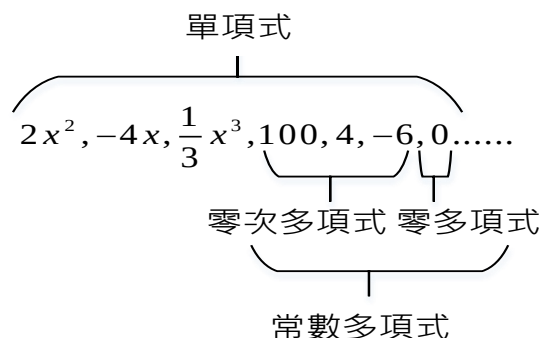
若一個多項式只有單獨一項，就稱為單項式，如 $2x$ 、 0 、 -7 、 $-\frac{2}{3}x^3$ ……，單項式為常數項

時，則稱為常數多項式，而常數多項式又可分為以下兩種：

(1) 零次多項式：常數多項式不為 0 時，則這個多項式的次數是_____。

(2) 零多項式：常數多項式為 0 時，而此時我們不討論零多項式的次數。(零多項式的次數討論不在國中學習範圍)

例：



範例解說 4

- (1)若多項式 $(a-3)x^2+(b+2)x+(c-1)$ 是一個零次多項式，則 a 、 b 、 c 三個數的條件為何？
(2)若多項式 $(a-3)x^2+(b+2)x+(c-1)$ 是一個零多項式，則 a 、 b 、 c 三個數的條件為何？

類題：

- 1.若多項式 $(a+3)x^2-(b-2)x+(c+8)$ 是一個零次多項式，則 a 、 b 、 c 三個數的條件為何？
2.下列關於多項式 $(a+3)x^2+(b-2)x+(c-3)$ 的敘述，何者錯誤？
(A) 當 $a \neq -3$ 時，此多項式為二次式
(B) 當 $a = -3$ ， $b \neq 2$ 時，此多項式為一次式
(C) 當 $a = -3$ ， $b = 2$ ， $c \neq 3$ 時，此多項式為零多項式
(D) 當 $a \neq -3$ ， $b \neq 2$ ， $c \neq 3$ 時，此多項式為二次式

答案：1. $a = -3$ 、 $b = 2$ 、 $c \neq -8$ 2.C