

1. 求連比

1. 若 a 、 b 、 c 三數的比記為 $a:b:c$ ，且 $m \neq 0$ ，則

$$(1) a:b:c = ma:mb:mc. \quad (2) a:b:c = \frac{a}{m} : \frac{b}{m} : \frac{c}{m}$$

2. 由 $x:y$ 、 $y:z$ 、 $x:z$ 中的任意兩個比，可求出 $x:y:z$ 。

即時演練

1. 將下列各小題化為最簡整數比。

(1) $28:49:77$

(2) $0.9:1.5:3.6$

2. 已知 $x:y=2:3$ ， $x:z=2:5$ ，求 $x:y:z$ 。

1 類題

配合課本 P11
例題 1

連比例的運算①

配合課本 P11
隨堂練習

熟練

已知 $x:y=2:5$ ， $y:z=4:3$ ，求 $x:y:z$ 。

解

已知 $x:y=5:6$ ， $x:z=3:2$ ，求 $x:y:z$ 。

解

2類題

配合課本 P12
例題 2

連比例的運算②

配合課本 P12
隨堂練習

熟練

已知 $x:y = \frac{3}{4}:2$ ， $y:z = 3:2$ ，求 $x:y:z$ 。

解

已知 $x:z = 2:1$ ， $y:z = 0.4:0.5$ ，求 $x:y:z$ 。

解

3類題

配合課本 P13
例題 3

連比例的運算③

配合課本 P13
隨堂練習

熟練

已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $x=3y$ ， $2x=3z$ ，求 $x:y:z$ 。

解

1. 已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $2x-5y=0$ ， $3y=8z$ ，求 $x:y:z$ 。

2. 已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ ， $6x=5z$ ，求 $x:y:z$ 。

解

2. 連比例式的應用

已知 a 、 b 、 c 皆不等於 0，則下列三者有相同的意義。

$$(1) x:y:z=a:b:c$$

$$(2) \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

$$(3) x=ar, y=br, z=cr \ (r \neq 0)$$

1 類題

配合課本 P15
例題 4

連比例式的運算

配合課本 P15
隨堂練習

熟練

如果 $x:y:z=3:4:5$ ，且 $2x+y-z=30$ ，
求 x 、 y 、 z 的值。

解

如果 a 、 b 、 c 皆不等於 0，且 $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{9}$ ，

求 $\frac{2b+c}{3a+2c}$ 之值。

解

2 類題

配合課本 P16
例題 5

生活中的連比例式①

配合課本 P16
隨堂練習

熟練

已知區公所提供 A 、 B 、 C 三款疫苗開放民眾施打，若該區公所共有 1500 個疫苗，且 A 、 B 、 C 三款疫苗的數量比為 $3:7:2$ ，則區公所提供 B 疫苗的數量為多少個？

解

所謂的「631 存錢法」指的是將收入分成 10 份，其中 6 份用於生活開銷，3 份用於儲蓄，其餘 1 份用於風險規劃。已知安琪的媽媽某月收入為 64000 元，若媽媽依照「631 存錢法」，則該月會將多少錢用在生活開銷？

解

有甲、乙、丙三臺機器，甲、乙兩臺機器每天的產量比是 $6:7$ ；乙、丙兩臺機器每天的產量比是 $2:3$ ，回答下列問題：

- (1) 甲、乙、丙三臺機器每天的產量比是多少？
(2) 已知 A 工廠有甲、乙兩臺機器， B 工廠有乙、丙兩臺機器， C 工廠有甲、丙兩臺機器，在機器皆正常運作的情形下，這三間工廠每天的產量比是多少？

解

已知良心文具店每本手帳本與每支原子筆的售價比是 $9:2$ ，每支原子筆與每本桌曆的售價比是 $3:8$ 。若店裡將推出 A 、 B 兩種禮包，其中 A 禮包內有 2 本手帳本與 5 支原子筆， B 禮包內有 8 支原子筆與 2 本桌曆。若不計其他額外費用，則 A 、 B 兩種禮包的售價比是多少？

解

4類題

配合課本 P18
例題 7

連比例的應用

配合課本 P18
隨堂練習

熟練

已知 2 顆綠棗子或 9 顆櫻桃或 16 粒小草莓三者含醣量相等，則 1 顆綠棗子、1 顆櫻桃和 1 粒小草莓所含醣量的比是多少？

解

已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $4x = 6y = 9z$ ，求 $x : y : z$ 。

解

5類題

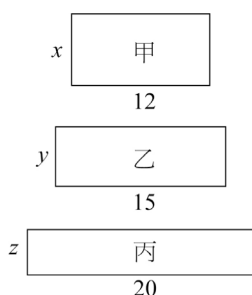
配合課本 P19
例題 8

連比例的幾何問題

配合課本 P19
隨堂練習

熟練

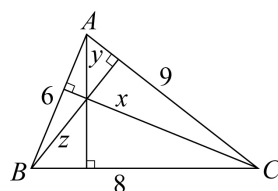
如圖，甲、乙、丙三人皆畫出面積相等的長方形，已知三人分別以 12 公分，15 公分與 20 公分作為長方形的長，且長方形的寬分別依序為 x 公分， y 公分，與 z 公分，求 $x : y : z$ 。



解

如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{AC} = 9$ ，如果此三角形三邊的對應高依序分別為 x 、 y 、 z ，求 $x : y : z$ 。

解



1-1 自我磨練

配合課本 P21~23 自我評量

1. 求下列各題的連比：

(1) $x : y = 3 : 2$ ， $y : z = 6 : 7$ ，則 $x : y : z =$ _____。

(2) $x : y = 0.4 : 0.9$ ， $x : z = 6 : 5$ ，則 $x : y : z =$ _____。

(3) $x : z = \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ ， $y : z = 4 : 3$ ，則 $x : y : z =$ _____。

2. 已知 a 、 b 、 c 皆不等於 0，且 $3a = 5b$ ， $3b = 8c$ ，求 $a : b : c$ 。

3. 家庭中有哥哥、弟弟和妹妹三個小孩，其中哥哥和弟弟的體重比為 9 : 8，哥哥和妹妹的體重比為 4 : 1，若弟弟和妹妹的體重相差 46 公斤，則弟弟的體重為多少公斤？

4. 若 $\frac{x}{6} = \frac{y}{9} = \frac{z}{10}$ ，且 $x + 5y - 3z = 84$ ，求 y 的值。

5. 有一個三角形，其周長是 112 公分，且三邊長分別為 x 公分、 y 公分、 z 公分，如果 $2x : 3y = 10 : 9$ ， $3x : 4z = 5 : 8$ ，求 x 、 y 、 z 之值。

6. 已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $4x = 5y = 6z$ ，則 $x : y : z =$ _____。



1. 等高三角形

等（同）高三角形的面積比等於其對應底邊長的比。

1類題

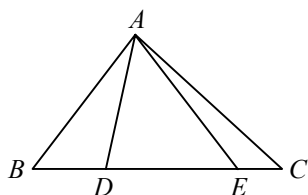
配合課本 P25
例題 1

等高或同高三角形的面積比

配合課本 P25
隨堂練習

熟練

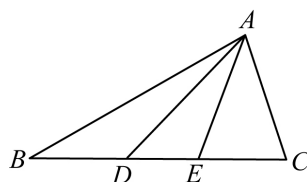
如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{BD} = 6$ ， $\overline{DE} = 9$ ， $\overline{CE} = 3$ ，求：



- (1) $\triangle ABD$ 與 $\triangle ADE$ 的面積比。
- (2) $\triangle ABD$ 與 $\triangle ADC$ 的面積比。

解

如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{BD} : \overline{DE} : \overline{EC} = 5 : 3 : 4$ ，求：



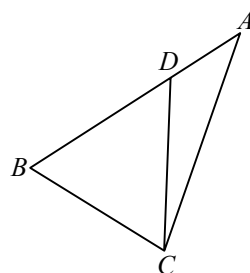
- (1) $\triangle ABD$ 的面積： $\triangle ADC$ 的面積。
- (2) $\triangle ADC$ 的面積： $\triangle ABC$ 的面積。

解

即時演練

如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\triangle ABC$ 面積為 30， $\triangle BCD$ 的面積為 20，求：

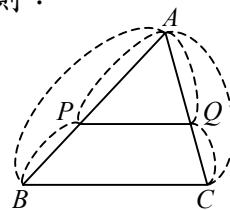
- (1) $\overline{AB} : \overline{AD}$ 的比值。
- (2) $\overline{AD} : \overline{BD}$ 的比值。



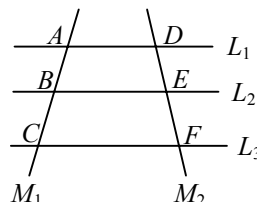
2. 平行線截比例線段

1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上的一點，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則：

- ① $\overline{AP} : \overline{PB} = \overline{AQ} : \overline{QC}$ 。
- ② $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC}$ 。
- ③ $\overline{PB} : \overline{AB} = \overline{QC} : \overline{AC}$ 。
- ④ $\overline{PQ} : \overline{BC} = \overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC}$ 。



2. 如圖，直線 $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，且分別與截線 M_1 交於 A 、 B 、 C 三點，與截線 M_2 交於 D 、 E 、 F 三點，則 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 。



1 類題

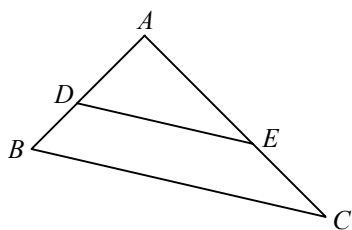
配合課本 P28、29
隨堂練習

平行線截比例線段性質

配合課本 P28、29
隨堂練習

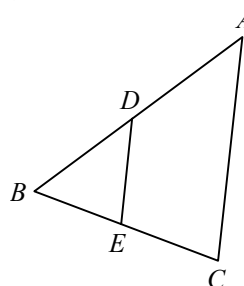
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AD} = 15$ ， $\overline{DB} = 10$ ， $\overline{EC} = 16$ ，求 $\overline{AE}$ 。



解

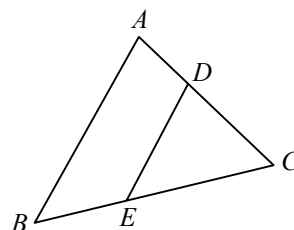
如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 上， $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ ，若 $\overline{AB} = 36$ ， $\overline{BE} = 12$ ， $\overline{BC} = 27$ ，求 $\overline{BD}$ 。



解

即時演練

如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 上， $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，若 $\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : 5$ ， $\overline{BE} = 8$ ，則 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



2類題

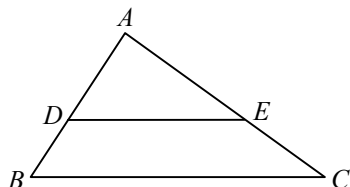
配合課本 P31
隨堂練習

平行線截比例線段性質的應用

配合課本 P31
隨堂練習

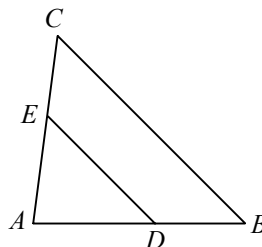
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AD} = 12$ ， $\overline{DB} = 8$ ， $\overline{BC} = 30$ ，求 $\overline{DE}$ 。



解

如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AD} = 16$ ， $\overline{DB} = 12$ ， $\overline{DE} = 3x + 2$ ， $\overline{BC} = 6x - 1$ ，求 x 的值。



解

3類題

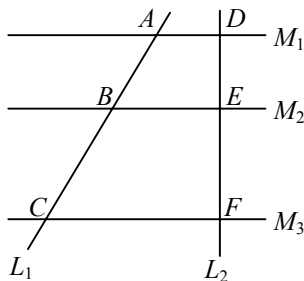
配合課本 P32
隨堂練習

平行線截比例線段性質的應用

配合課本 P32
隨堂練習

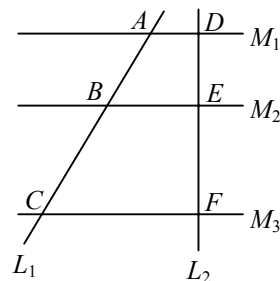
熟練

如圖，直線 $M_1 \parallel M_2 \parallel M_3$ ，且分別與截線 L_1 交於 A 、 B 、 C 三點，與截線 L_2 交於 D 、 E 、 F 三點，若 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ ， $\overline{DF} = 30$ ，求 $\overline{DE}$ 與 $\overline{EF}$ 。



解

如圖，直線 $M_1 \parallel M_2 \parallel M_3$ ，且分別與截線 L_1 交於 A 、 B 、 C 三點，與截線 L_2 交於 D 、 E 、 F 三點，若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{DE} = x + 5$ ， $\overline{EF} = 3x - 3$ ，求 x 的值。



解

4類題

配合課本 P33
例題 5

利用平行線截比例線段性質
分割線段

配合課本 P33
隨堂練習

熟練

如下圖，利用尺規作圖並依以下作法，在 $\overline{AB}$ 上找出一點 C ，使得 $\overline{AC} : \overline{BC} = 4 : 2$ 。

作法

- (1) 過 A 點作一條異於 $\overline{AB}$ 的直線 L 。
- (2) 在 L 上依序取 $P_1 \sim P_6$ 六點，使得 $\overline{AP_1} = \overline{P_1P_2} = \overline{P_2P_3} = \overline{P_3P_4} = \overline{P_4P_5} = \overline{P_5P_6}$ 。
- (3) 連接 P_6B 。
- (4) 過 P_4 作 $\overline{P_4M} \parallel \overline{P_6B}$ ，使 $\overline{P_4M}$ 與 $\overline{AB}$ 交於 C 點，則 C 點即為所求。

解

A ————— B

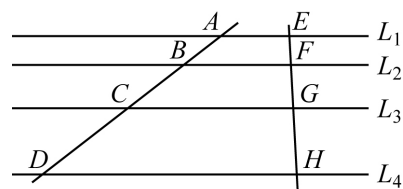
如下圖，已知 $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖，在 $\overline{AB}$ 上找出一點 C ，使得 $\overline{AC} : \overline{BC} = 1 : 3$ 。
(不必寫出作法)

解

A ————— B

即時演練

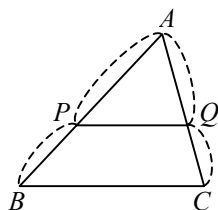
如圖， $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$ ，若 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 3 : 5$ ，
 $\overline{FG} = 15$ ，則 $\overline{EH} =$ _____。



3. 利用比例線段判別平行

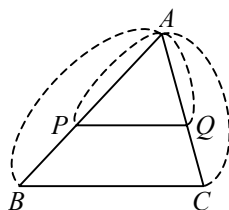
如圖， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，若

①



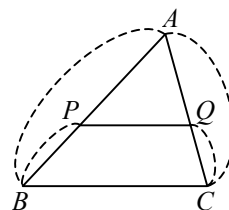
$\overline{AP} : \overline{PB} = \overline{AQ} : \overline{QC}$ ，
則 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。

②



$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC}$ ，
則 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。

③



$\overline{PB} : \overline{AB} = \overline{QC} : \overline{AC}$ ，
則 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。

1 類題

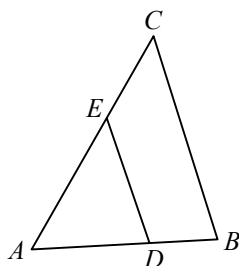
配合課本 P36
例題 6

由比例線段判別是否平行

配合課本 P36
隨堂練習

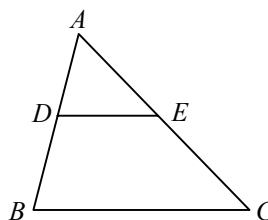
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AD} = 14$ ， $\overline{DB} = 8$ ，
 $\overline{AE} = 21$ ， $\overline{EC} = 12$ ，則 $\overline{DE}$ 與 $\overline{BC}$ 是否平行？
為什麼？



解

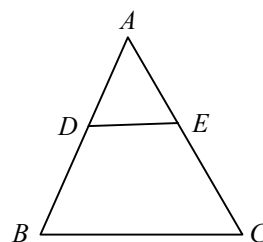
如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AD} : \overline{AB} = 5 : 11$ ，
 $\overline{AE} = 15$ ， $\overline{AC} = 33$ ，則 $\overline{DE}$ 與 $\overline{BC}$ 是否平行？
為什麼？



解

即時演練

如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = 40$ ， $\overline{DB} = 22$ ， $\overline{AC} = 42$ ， $\overline{EC} = 24$ ，
則 $\overline{DE}$ 是否平行於 $\overline{BC}$ ？為什麼？



4. 三角形兩邊中點連線性質

三角形的兩邊中點連線必平行於第三邊，且長度為第三邊長的一半。

1 類題

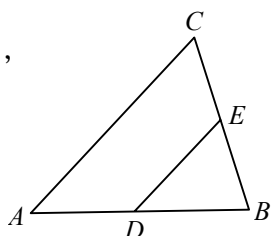
配合課本 P38
例題 7

三角形兩邊中點連線性質

配合課本 P38
隨堂練習

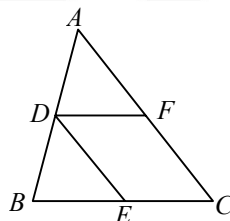
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 的中點，若 $\overline{DE} = 16$ ，求 $\overline{AC}$ 。



解

如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點，若 $\overline{AC} = 28$ ， $\overline{BC} = 24$ ，回答下列問題：



- (1) 四邊形 $DECF$ 是否為平行四邊形？為什麼？
- (2) 四邊形 $DECF$ 的周長為多少？

解

2 類題

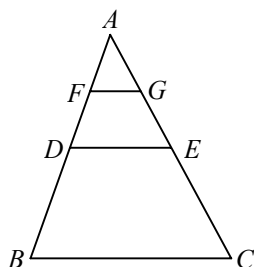
配合課本 P39
例題 8

三角形兩邊中點連線性質的應用

配合課本 P39
隨堂練習

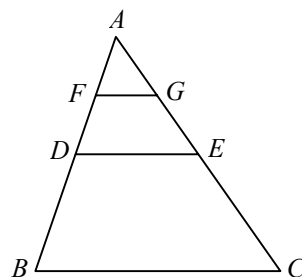
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點， F 、 G 分別為 $\overline{AD}$ 、 $\overline{AE}$ 的中點，若 $\overline{FG} = 2.5$ ，求 $\overline{DE} + \overline{BC}$ 。



解

如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點， F 、 G 分別為 $\overline{AD}$ 、 $\overline{AE}$ 的中點，若 $\overline{DE} = 18$ ，求 $\overline{FG} + \overline{BC}$ 。



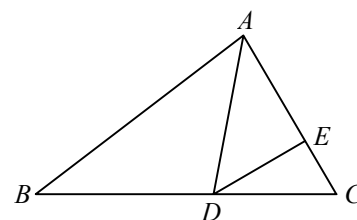
解

1-2 自我磨練

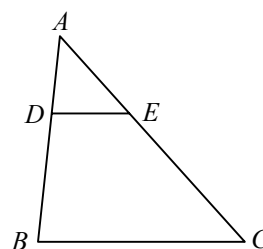
配合課本 P41~42 自我評量

1. 如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{CE} = 8$ ， $\overline{AE} = \overline{CD} = 16$ ， $\overline{BD} = 24$ ， $\triangle ADE$ 的面積是 100，求：

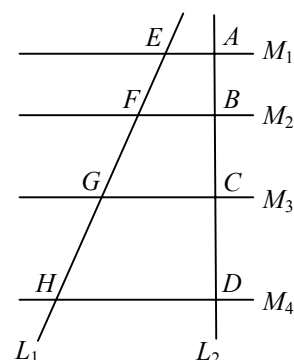
- (1) $\triangle ADC$ 的面積。
(2) $\triangle ABC$ 的面積。



2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AE} = 12$ ， $\overline{EC} = 20$ ， $\overline{DE} = 9$ ， $\overline{DB} = 15$ ，求 $\triangle ABC$ 的周長。



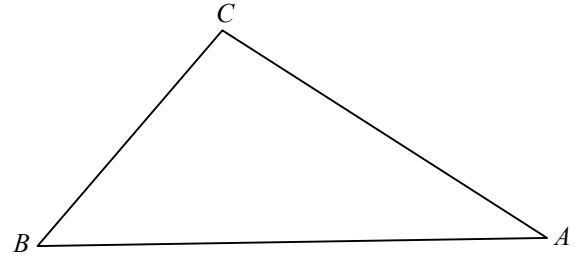
3. 如圖， M_1 、 M_2 、 M_3 、 M_4 皆為直線， $M_1 \parallel M_2 \parallel M_3 \parallel M_4$ ，直線 L_1 與 L_2 為截線，若 $\overline{EF} : \overline{FG} : \overline{GH} = 3 : 5 : 7$ ， $\overline{AD} = 45$ ，求 $\overline{AC}$ 和 $\overline{BD}$ 。



4. 如圖，已知 $\triangle ABC$ ，回答下列問題：

(1) 依下面的步驟利用尺規完成作圖：

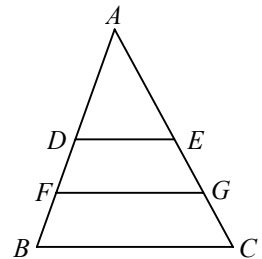
- ① 過 A 點作一條異於 $\overline{AB}$ 的直線 L 。
- ② 在 L 上依序取 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 四點，
使得 $\overline{AP_1} = \overline{P_1P_2} = \overline{P_2P_3} = \overline{P_3P_4}$ 。
- ③ 連接 $\overline{P_4B}$ 。
- ④ 過 P_3 作 $\overline{P_3D} \parallel \overline{P_4B}$ ，交 $\overline{AB}$ 於 D 點。



(2) 在(1)的完成圖中，

- ① $\overline{AP_3} : \overline{P_3P_4} = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- ② 連接 $\overline{CD}$ ，則 $\triangle ADC$ 的面積： $\triangle BDC$ 的面積 = $\underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點， F 、 G 分別為 $\overline{BD}$ 、 $\overline{CE}$ 的中點，
若 $\overline{DE} = 12$ ，求 $\overline{FG}$ 。



1. 圖形的縮放

1. 一線段經過縮放後仍是線段，且縮放後的線段與原線段平行或在同一直線上。
2. 線段縮放 k 倍後，縮放後的線段長為原線段長的 k 倍。
3. 任意一個角經過 r 倍縮放後，其角度不變。
4. 一個多邊形進行 r 倍縮放後，所得的圖形稱為原多邊形的 r 倍縮放圖。

1 類題

配合課本 P45
隨堂練習

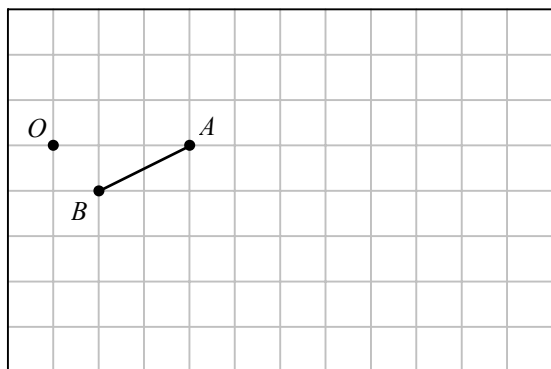
圖形的縮放

配合課本 P45
隨堂練習

熟練

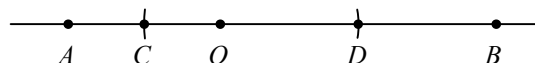
如圖， O 點不在 $\overline{AB}$ 上，畫出以 O 點為中心，將 $\overline{AB}$ 縮放 3 倍後的圖形。

解

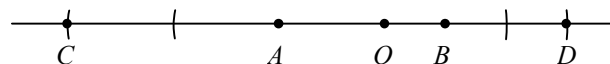


如果 O 點在 $\overline{AB}$ 上或其延長線上，則下列選項敘述何者錯誤？

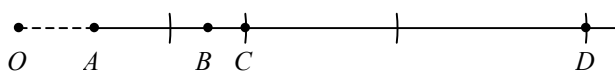
- (A) $\overline{CD}$ 是以 O 點為中心，將 $\overline{AB}$ 縮放 $\frac{1}{2}$ 倍後得到的圖形。



- (B) $\overline{CD}$ 是以 O 點為中心，將 $\overline{AB}$ 縮放 3 倍後得到的圖形。



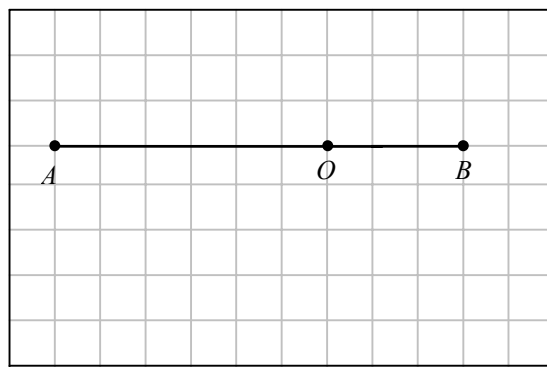
- (C) $\overline{CD}$ 是以 O 點為中心，將 $\overline{AB}$ 縮放 2 倍後得到的圖形。



解

即時演練

如圖， O 點在 $\overline{AB}$ 上，畫出以 O 點為中心，將 $\overline{AB}$ 縮放 $\frac{1}{3}$ 倍後的圖形。



2類題

配合課本 P48
例題 1

多邊形的縮放

配合課本 P48
隨堂練習

熟練

有一邊長為 3 公分的正十邊形，將它縮放 2 倍後所得的縮放圖形，其邊長與每一個內角度數分別是多少？

解

有一邊長為 10 公分的正五邊形，將它縮放 $\frac{1}{5}$ 倍後所得的縮放圖形，其邊長與每一個內角度數分別是多少？

解

2. 相似多邊形

1. 如果兩個多邊形的對應角相等、對應邊成比例，就稱這兩個多邊形相似。
2. 如果兩個多邊形相似，它們的對應角相等、對應邊成比例。

1類題

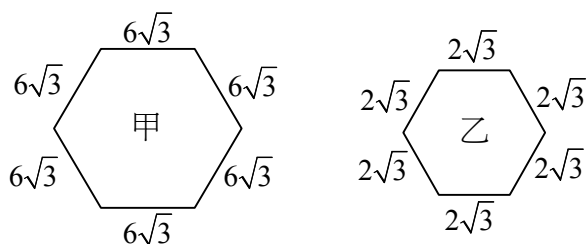
配合課本 P50
例題 2

相似多邊形的判別

配合課本 P50
隨堂練習

熟練

如圖，甲、乙都是正六邊形，回答下列問題，並說明理由。



- (1) 甲、乙的對應角是否相等？
- (2) 甲、乙的對應邊是否成比例？
- (3) 甲、乙是否相似？

解

如圖，丙是邊長為 3 的正三角形，丁是邊長為 2.5 的正三角形，回答下列問題：



- (1) 丙、丁的對應角是否相等？
- (2) 丙、丁的對應邊是否成比例？
- (3) 丙、丁是否相似？

解

2類題

配合課本 P51
例題 3

相似多邊形的判別

配合課本 P51
隨堂練習

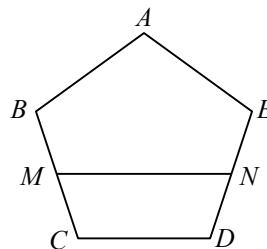
熟練

回答下列問題，並說明理由。

- (1) 兩個等腰直角三角形是否相似？
 (2) 兩個平行四邊形是否相似？

解

如圖，正五邊形 $ABCDE$ 中， M 、 N 分別為 $\overline{BC}$ 、 $\overline{DE}$ 的中點，且 $\overline{MN} \parallel \overline{CD}$ ，回答下列問題：



- (1) 五邊形 $ABCDE$ 與五邊形 $ABMNE$ 的對應角是否相等？_____
- (2) 五邊形 $ABCDE$ 與五邊形 $ABMNE$ 的對應邊是否成比例？_____
- (3) 五邊形 $ABCDE$ 與五邊形 $ABMNE$ 是否相似？_____

3類題

配合課本 P52
例題 4

相似多邊形的對應關係

配合課本 P52
隨堂練習

熟練

已知五邊形 $ABCDE \sim$ 五邊形 $PQRST$ ， A 、 B 、 C 、 D 、 E 的對應頂點依序為 P 、 Q 、 R 、 S 、 T ，若 $\overline{BC} = 27$ ， $\overline{CD} = 5x + 1$ ， $\overline{QR} = 9$ ， $\overline{RS} = 2x - 2$ ，求 x 的值。

解

承類題 3，若 $\angle C + \angle D = 180^\circ$ ， $\angle A : \angle B : \angle E = 3 : 4 : 5$ ，求 $\angle T$ 。

解

3. 三角形的相似性質

1. AA (AAA) 相似性質：若兩個三角形的兩組（三組）對應角相等，則這兩個三角形相似。
2. SAS 相似性質：若兩個三角形有一組對應角相等，且夾此等角的兩組對應邊成比例，則這兩個三角形相似。
3. SSS 相似性質：若兩個三角形的三組對應邊成比例，則這兩個三角形相似。

1 類題

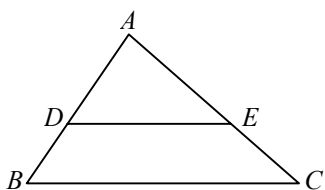
配合課本 P54
例題 5

平行線與相似三角形

配合課本 P54
隨堂練習

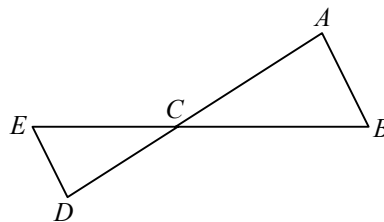
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{DE} = 18$ ， $\overline{BC} = 30$ ， $\triangle ABC$ 的周長為 75，求 $\triangle ADE$ 的周長。



解

如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{AD}$ 與 $\overline{BE}$ 交於 C 點，若 $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{DE} = 6$ ，求 $\overline{EC}$ 。



解

2 類題

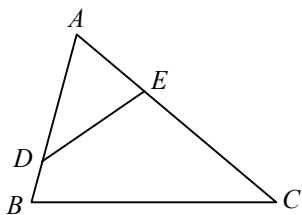
配合課本 P55
例題 6

AA 相似性質

配合課本 P55
隨堂練習

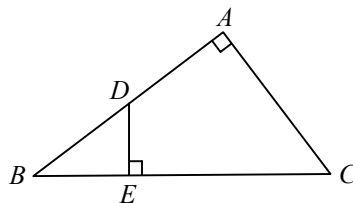
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上， $\angle ADE = \angle C$ ，若 $\overline{AC} = 32$ ， $\overline{BC} = 30$ ， $\overline{DE} = 15$ ，求 $\overline{AD}$ 。



解

如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ， D 為 $\overline{AB}$ 的中點，若 $\overline{AB} = 20$ ， $\overline{BC} = 25$ ，求 $\overline{EC}$ 。



解

3類題

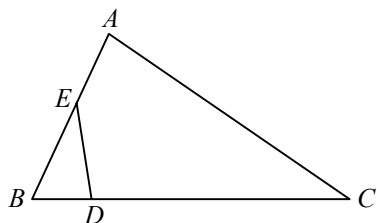
配合課本 P57
例題 7

SAS 相似性質

配合課本 P57
隨堂練習

熟練

如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AE} = 5$ ， $\overline{BE} = 7$ ， $\overline{BD} = 4$ ， $\overline{CD} = 17$ ，回答下列問題：

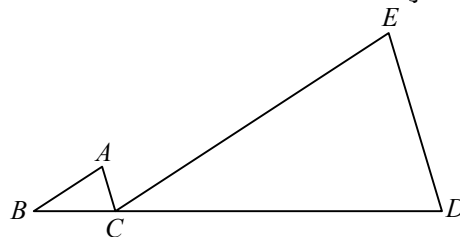


(1) $\triangle ABC$ 與 $\triangle DBE$ 是否相似？為什麼？

(2) 若 $\overline{AC} = 18$ ，求 $\overline{DE}$ 。

解

如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 中， B 、 C 、 D 三點共線， $\overline{AB} \parallel \overline{EC}$ ，若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 3.5$ ， $\overline{EC} = 24$ ， $\overline{CD} = 20$ ，求 $\overline{ED}$ 。



解

4類題

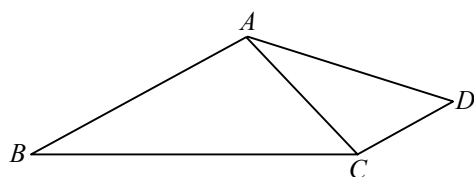
配合課本 P59
例題 8

SSS 相似性質

配合課本 P59
隨堂練習

熟練

如圖， $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{CD} = 4$ ， $\overline{AD} = 8$ ，回答下列問題：



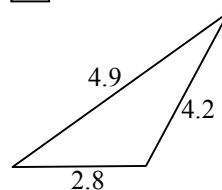
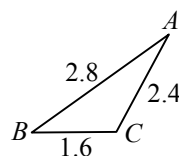
(1) 為什麼 $\triangle ABC \sim \triangle CAD$ ？

(2) $\angle ACD$ 與 $\triangle ABC$ 的哪個角相等？

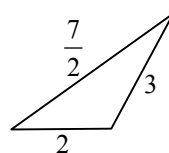
解

勾選出與 $\triangle ABC$ 相似的三角形。

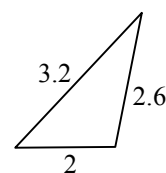
(1) ☐



(2) ☐



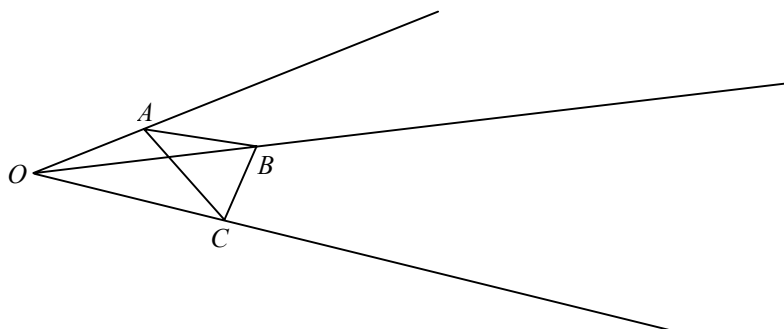
(3) ☐



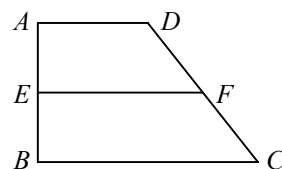
1-3 自我磨練

配合課本 P61~63 自我評量

1. 如圖，在 $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ 、 $\overrightarrow{OC}$ 上取 D 、 E 、 F 三點，使得 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且 $\overline{AB} = \frac{1}{3} \overline{DE}$ 。
(只要作圖，不必寫出作法)



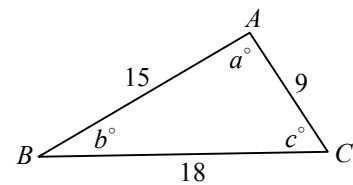
2. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 、 F 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{DC}$ 的中點，已知 $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{EF} = 9$ ，回答下列問題：
- (1) 梯形 $AEFD$ 與梯形 $EBCF$ 是否相似？
 - (2) 梯形 $AEFD$ 與梯形 $ABCD$ 是否相似？
 - (3) 梯形 $EBCF$ 與梯形 $ABCD$ 是否相似？



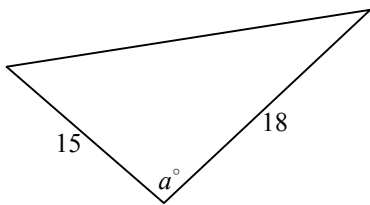
3. 已知五邊形 $ABCDE \sim$ 五邊形 $PQRST$ ， A 、 B 、 C 、 D 、 E 的對應頂點依序為 P 、 Q 、 R 、 S 、 T ，若 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} : \overline{DE} : \overline{EA} = 4 : 5 : 6 : 7 : 8$ ，且五邊形 $PQRST$ 的周長為 180，求 $\overline{QR}$ 與 $\overline{ST}$ 。

4. 已知六邊形 $ABCDEF \sim$ 六邊形 $PQRSTU$ ， $A、B、C、D、E、F$ 的對應頂點依序為 $P、Q、R、S、T、U$ ，若 $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 3 : 5 : 4 : 6$ ， $\angle E = 110^\circ$ ， $\angle F = 160^\circ$ ，求 $\angle P$ 與 $\angle Q$ 。

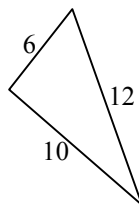
5. 下列哪些三角形與 $\triangle ABC$ 相似，在 $\square$ 中打「 $\checkmark$ 」，並寫出所用的相似性質：



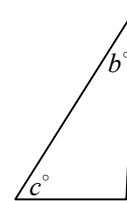
(1) ☐ _____ 相似性質



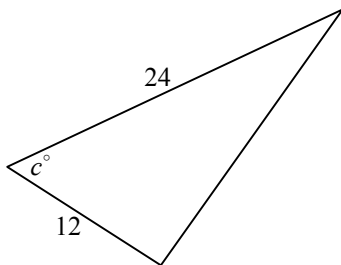
(2) ☐ _____ 相似性質



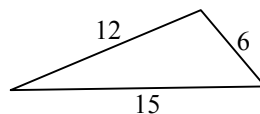
(3) ☐ _____ 相似性質



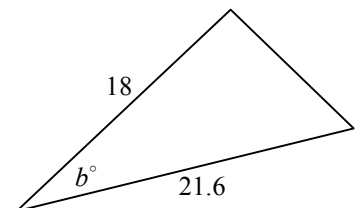
(4) ☐ _____ 相似性質



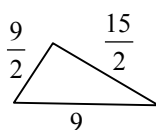
(5) ☐ _____ 相似性質



(6) ☐ _____ 相似性質



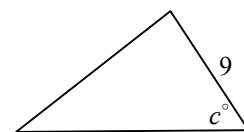
(7) ☐ _____ 相似性質



(8) ☐ _____ 相似性質



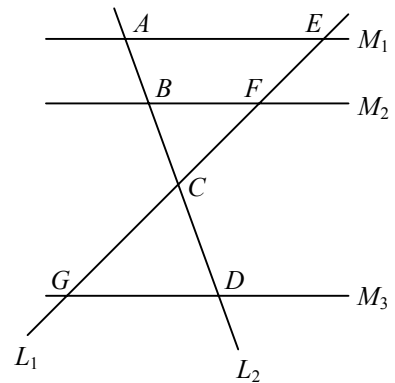
(9) ☐ _____ 相似性質



6. 如圖， M_1 、 M_2 、 M_3 皆為直線， $M_1 \parallel M_2 \parallel M_3$ ，直線 L_1 、 L_2 交於 C 點， $\overline{AC} = 21$ ， $\overline{EF} = 12$ ， $\overline{FC} = 16$ ， $\overline{CG} = 20$ ，回答下列問題：

(1) 求 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 和 $\overline{CD}$ 。

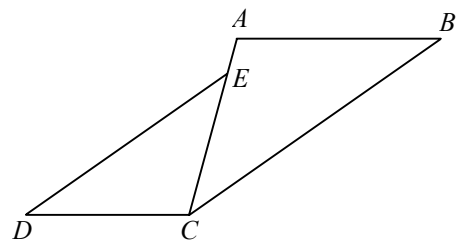
(2) 若 $\overline{BF} = 15$ ，求 $\overline{AE}$ 、 $\overline{GD}$ 。



7. 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle CDE$ 中， A 、 E 、 C 三點共線， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ，回答下列問題：

(1) $\triangle ABC$ 與 $\triangle CDE$ 是否相似？為什麼？

(2) 若 $\overline{AB} = 30$ ， $\overline{CD} = 24$ ， $\overline{DE} = 36$ ，求 $\overline{BC}$ 。



1. 相似三角形的比例關係

兩個相似三角形，有下列關係：

(1) 對應高的比 = 對應邊長的比。

(2) 面積的比 = 對應邊長的平方比。

1 類題

配合課本 P65

隨堂練習

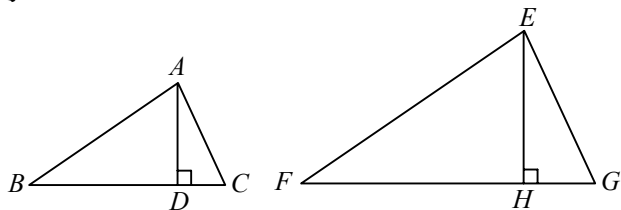
相似三角形對應高的比 = 對應邊長的比

配合課本 P65

隨堂練習

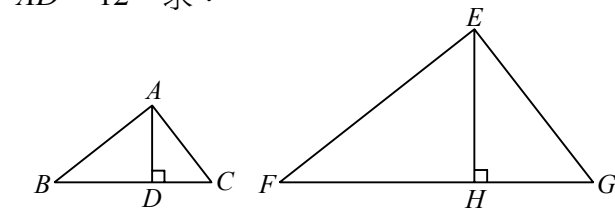
熟練

如圖， $\triangle ABC \sim \triangle EFG$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點， $\overline{EH} \perp \overline{FG}$ 於 H 點，若 $\overline{AB} : \overline{EF} = 2 : 3$ ，求 $\overline{AD} : \overline{EH}$ 。



解

如圖， $\triangle ABC \sim \triangle EFG$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點， $\overline{EH} \perp \overline{FG}$ 於 H 點，若 $\overline{AC} = 15$ ， $\overline{EG} = 30$ ， $\overline{AD} = 12$ ，求：



(1) $\overline{BC} : \overline{FG}$ 。

(2) $\overline{EH}$ 。

解

2 類題

配合課本 P66

例題 1

相似三角形面積的比 = 對應邊長的平方比

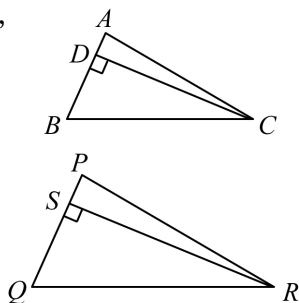
配合課本 P66

隨堂練習

熟練

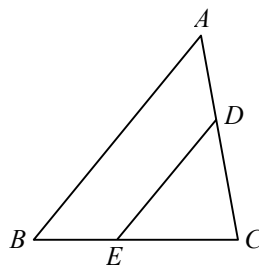
如圖， $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ， $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{RS} \perp \overline{PQ}$ ，若 $\triangle ABC$ 的面積為 18， $\triangle PQR$ 的面積為 30，求 $\overline{AB}^2$ 與 $\overline{PQ}^2$ 的比值。

解



如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 上， $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，若 $\overline{BE} = 4$ ， $\overline{EC} = 6$ ， $\triangle ABC$ 的面積為 50，求 $\triangle CDE$ 的面積。

解



3類題

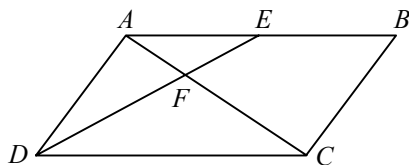
配合課本 P67
例題 3

相似三角形面積比的應用

配合課本 P67
隨堂練習

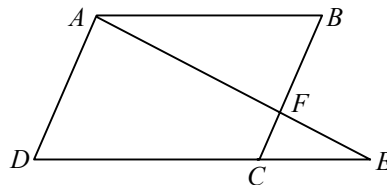
熟練

如圖， $\square ABCD$ 中， $\overline{AE} : \overline{BE} = 1 : 1$ ， $\overline{AC}$ 和 $\overline{ED}$ 交於 F 點，求 $\triangle AEF$ 與 $\triangle CDF$ 的面積比。



解

如圖， $\square ABCD$ 中， E 為 $\overline{DC}$ 上的一點， $\overline{AE}$ 與 $\overline{BC}$ 交於 F 點，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{CE} = 6$ ， $\triangle EDA$ 的面積為 54，回答下列問題：



(1) 在 $\triangle ABF$ 與 $\triangle EDA$ 中，

$\therefore \angle BAF = \underline{\hspace{2cm}}$

(理由： $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$)，

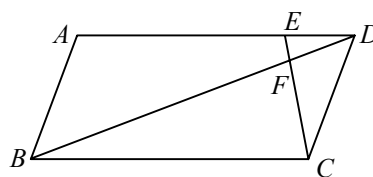
$\underline{\hspace{2cm}}$
(理由： $\square ABCD$ 對角相等)，

$\therefore \triangle ABF \sim \triangle EDA$ (相似性質)，

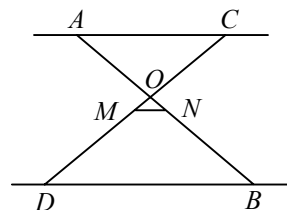
(2) 求 $\triangle ABF$ 的面積。

即時演練

1. 如圖， $\square ABCD$ 中， $\overline{AE} = 3\overline{DE}$ ，則 $\triangle DEF$ 的面積： $\triangle CFB$ 的面積 = 。



2. 如圖， $\overline{AC} \parallel \overline{DB} \parallel \overline{MN}$ ，若 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{MN} = 1$ ， $\overline{DB} = 7$ ，且 $\triangle AOC$ 的面積為 10，則四邊形 $MNBD$ 的面積為 。



2. 簡易測量

生活中無法直接求得的距離或長度，可利用相似三角形作簡易測量。

1 類題

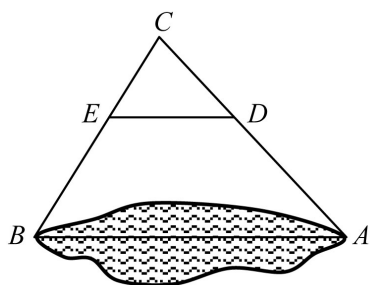
配合課本 P68
例題 4

測量湖寬

配合課本 P68
隨堂練習

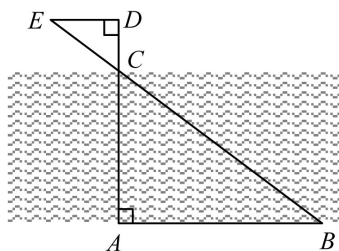
熟練

如圖，語非想知道 A 、 B 兩點間的湖寬，首先她在湖邊找一點 C ，並測得 $\overline{CA} = 35$ 公尺， $\overline{CD} = 14$ 公尺， $\overline{CB} = 30$ 公尺， $\overline{CE} = 12$ 公尺， $\overline{DE} = 16$ 公尺，求湖寬 $\overline{AB}$ 。



解

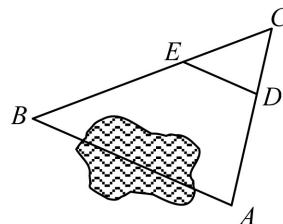
如圖，軒宇想知道一條河道的寬，因此設計直角三角形 ABC 及直角三角形 DCE ，其中 A 、 C 、 D 三點及 B 、 C 、 E 三點分別在同一直線上，若軒宇測得 $\overline{AB} = 24$ 公尺， $\overline{CD} = 6$ 公尺， $\overline{DE} = 8$ 公尺，求河寬 $\overline{AC}$ 。



解

即時演練

如圖，在 A 、 B 兩點間有一湖泊，家豪爲了測量 A 、 B 兩點間的距離，首先湖外找了一點 C ，並分別在 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BC}$ 上，找到 D 、 E 兩點，測得 $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{CA} = 120$ 公尺， $\overline{CD} = 45$ 公尺， $\overline{DE} = 54$ 公尺，求 A 、 B 兩點的距離。



2類題

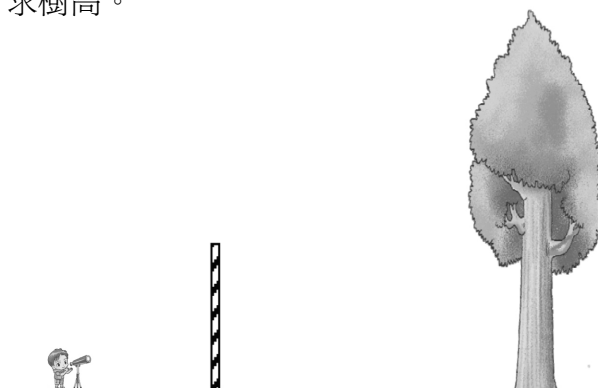
配合課本 P69
例題 5

測量樹高

配合課本 P69
隨堂練習

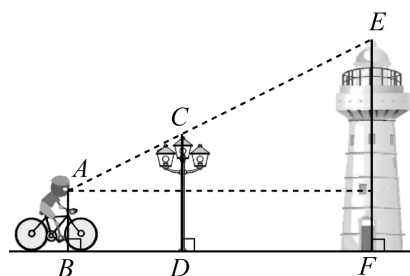
熟練

如圖，小凱想要測量樹高，他在樹前 8 公尺立了一根長 4 公尺的木棒，並從木棒後方 4 公尺的觀測點，觀察到木棒的頂端與樹梢成一直線，已知望遠鏡至地面的高度為 1 公尺，求樹高。



解

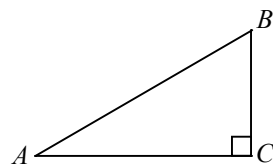
如圖，冠宇到河堤旁騎腳踏車，看見前方 8 公尺處有一座高塔 $\overline{EF}$ ，高塔和冠宇之間有一座路燈 $\overline{CD}$ ，且 A 、 C 、 E 三點恰好在同一直線上，若 $\overline{AB} = 1.6$ 公尺， $\overline{CD} = 3.1$ 公尺， $\overline{BD} : \overline{DF} = 3 : 5$ ，求高塔 $\overline{EF}$ 。



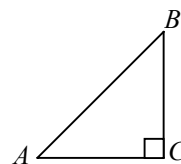
解

3. 特殊直角三角形的邊長比

1. 直角三角形 ABC 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，
則 $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 。



2. 直角三角形 ABC 中， $\angle A = \angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，
則 $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 。



1 類題

配合課本 P71
例題 6

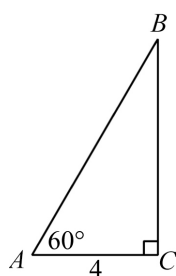
30—60—90 度三角形的三邊長

配合課本 P71
隨堂練習

熟練

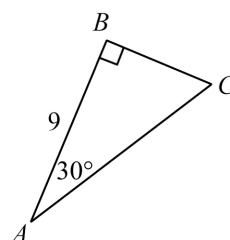
如圖，直角三角形 ABC 中，
 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，
 $\overline{AC} = 4$ ，求 $\overline{BC}$ 和 $\overline{AB}$ 的長。

解



如圖，直角三角形 ABC 中，
 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，
 $\overline{AB} = 9$ ，求 $\overline{BC}$ 和 $\overline{AC}$ 的長。

解



2 類題

配合課本 P72
例題 7

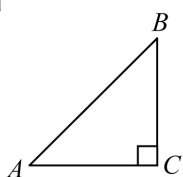
45—45—90 度三角形的三邊長

配合課本 P72
隨堂練習

熟練

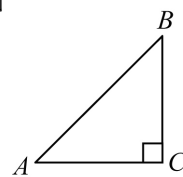
如圖，等腰直角三角形 ABC 中
 $\angle A = \angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，
 $\overline{AB} = 4$ ，求 $\overline{AC}$ 和 $\overline{BC}$ 的長。

解



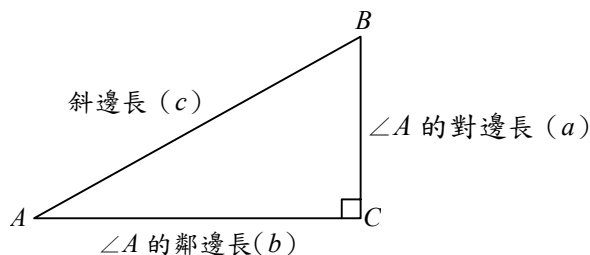
如圖，等腰直角三角形 ABC 中
 $\angle A = \angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，
 $\overline{AC} = 3$ ，求 $\overline{AB}$ 和 $\overline{BC}$ 的長。

解



4. 直角三角形的三角比

如圖，在直角三角形 ABC 中， $\angle C=90^\circ$ ，



- (1) $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}}$ 記作 $\sin \angle A$ ，簡記成 $\sin A$ （讀做 sine A ），即 $\frac{a}{c} = \sin A$ 。
- (2) $\frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$ 記作 $\cos \angle A$ ，簡記成 $\cos A$ （讀做 cosine A ），即 $\frac{b}{c} = \cos A$ 。
- (3) $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}}$ 記作 $\tan \angle A$ ，簡記成 $\tan A$ （讀做 tangent A ），即 $\frac{a}{b} = \tan A$ 。

1 類題

配合課本 P75
例題 8

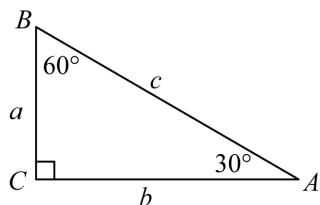
特殊角的三角比

配合課本 P75
隨堂練習

熟練

如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，若 $\overline{BC}=a$ 、 $\overline{AC}=b$ 、 $\overline{AB}=c$ ，

求 $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}}$ 、 $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}}$ 。



解

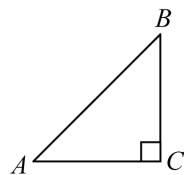
承類題 1，求 $\frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$ 。

解

即時演練

如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=\angle B=45^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，

若 $\overline{BC}=a$ 、 $\overline{AC}=b$ 、 $\overline{AB}=c$ ，則 $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



2類題

配合課本 P77
例題 9

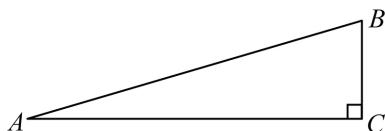
直角三角形的三角比

配合課本 P77
隨堂練習

熟練

如圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle C = 90^\circ$ ，
且 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC} = 25 : 24 : 7$ ，
將下列 $\triangle ABC$ 各邊長的比值，分別以
 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$ 表示。

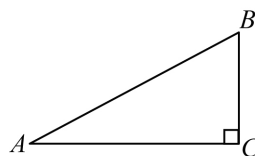
- (1) $\frac{7}{25}$ (2) $\frac{24}{25}$ (3) $\frac{7}{24}$



解

如圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle C = 90^\circ$ ，
且 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC} = 17 : 15 : 8$ ，
將下列 $\triangle ABC$ 各邊長的比值，分別以
 $\sin B$ 、 $\cos B$ 、 $\tan B$ 表示。

- (1) $\frac{15}{8}$ (2) $\frac{15}{17}$ (3) $\frac{8}{17}$



解

3類題

配合課本 P78
例題 10

坡度百分比

配合課本 P78
隨堂練習

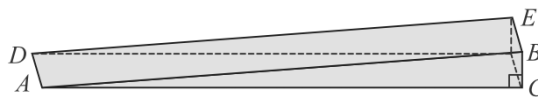
熟練

已知坡度百分比 = $\frac{\text{鉛直上升高度}}{\text{水平移動距離}} \times 100\%$ ，

威利在跑步機上設定 8% 的坡度跑 1 小時，
若所跑的水平移動距離為 3000 公尺，則相
當於鉛直上升多少公尺？

解

如圖，健康遊戲場滑板坡道的坡度百分比為
10%，已知此坡道的水平距離 $\overline{AC}$ 為 30 公尺，
則其鉛直高度 $\overline{BC}$ 為多少公尺？

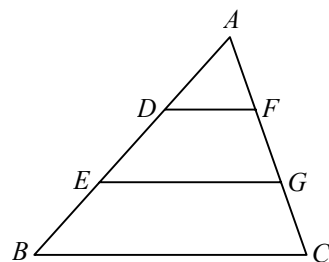


解

1-4 自我磨練

配合課本 P81~83 自我評量

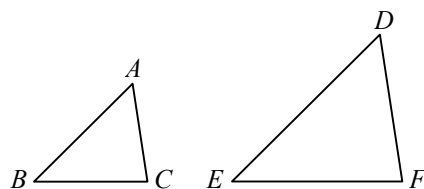
1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EB}$ ， $\overline{AF} = \overline{FG} = \overline{GC}$ ，若 $\triangle ABC$ 的面積為 90，求 $\triangle ADF$ 的面積。



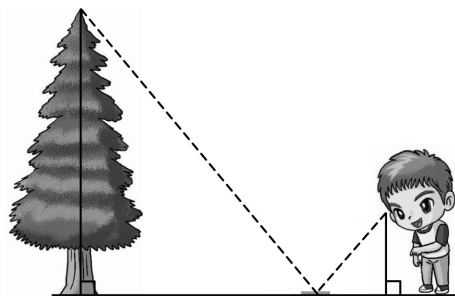
2. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應頂點為 D 、 E 、 F ，若 $\triangle ABC$ 的周長為 30， $\triangle DEF$ 的周長為 45，求：

(1) $\overline{BC} : \overline{EF}$ 。

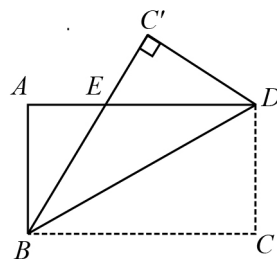
(2) $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle DEF$ 的面積。



3. 如圖，小博在地上放了一面鏡子，透過鏡子的反射（入射角等於反射角），他可以看見樹梢。已知小博與鏡子的距離 1.4 公尺，鏡子與樹的距離是 3.5 公尺，小博眼睛離地面的高度是 1.6 公尺，求樹高。



4. 長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 3\sqrt{3}$ ， $\angle BDC = 60^\circ$ ，沿著 $\overline{BD}$ ，將 C 點摺至 C' 點，且 $\overline{BC'}$ 交 $\overline{AD}$ 於 E 點，求：
- (1) $\angle EDC'$ 。
- (2) $\overline{EC'}$ 的長。



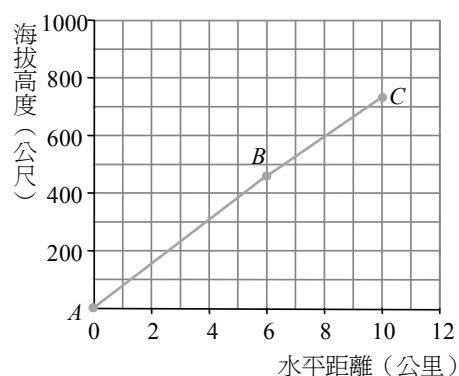
5. 如圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle C = 90^\circ$ ，且 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC} = 41 : 40 : 9$ ，將下列 $\triangle ABC$ 各邊長的比值，分別以 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$ 表示。

- (1) $\frac{40}{41}$ (2) $\frac{9}{41}$ (3) $\frac{9}{40}$



6. 已知坡度 = $\frac{\text{鉛直上升高度}}{\text{水平移動距離}} \times 100\%$ ， A 、 B 、 C 三地的

海拔高度與水平距離的關係如右圖。若 A 地到 B 地的海拔高度持續上升，坡度為 8% ； B 地到 C 地的海拔高度仍持續上升，坡度為 6% ，則 C 地的海拔高度為多少公尺？





1. 圓、圓弧長與扇形

1. 弦：圓上任意兩點連接所成的線段。
2. 弧：一弦將圓周分成兩部分，兩部分都稱為弧。其中，小於半圓的弧稱為劣弧，大於半圓的弧稱為優弧。
3. 弓形：圓上一弦與其所對的弧所圍成的圖形。
4. 圓心角：扇形中兩個半徑的夾角。
5. 扇形：圓的兩條半徑及所夾之弧所圍成的圖形。
6. 扇形面積：圓心角為 x 度，半徑為 r 的扇形面積為 $\pi r^2 \times \frac{x}{360}$ 。
7. 扇形弧長：圓心角為 x 度，半徑為 r 的扇形弧長為 $2\pi r \times \frac{x}{360}$ 。

1 類題

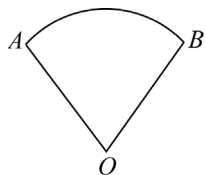
配合課本 P94
例題 1

扇形圓心角和面積

配合課本 P94
隨堂練習

熟練

如圖，扇形 AOB 中，已知 $\overline{OA} = 5$ 公分，且 $\widehat{AB}$ 的長為 2π ，求：



(1) $\angle AOB$ 。

(2) 扇形 AOB 的面積。

解

有一個扇形，其直徑為 12 公分，弧長為 4π 公分，求：

(1) 此扇形的圓心角。

(2) 此扇形的面積。

解

2 類題

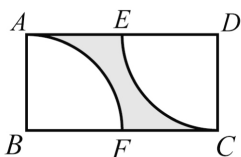
配合課本 P95
例題 2

扇形的應用

配合課本 P95
隨堂練習

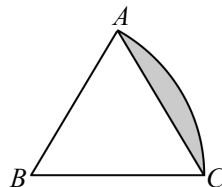
熟練

如圖，長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = 4$ ，且 ABF 與 CDE 皆為扇形，求灰色區域面積。



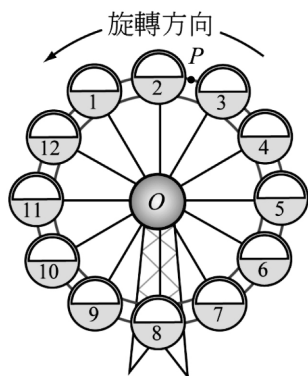
解

如圖，正三角形 ABC 的邊長為 12，以 B 點為圓心， $\overline{AB}$ 為半徑畫 $\widehat{AC}$ ，求灰色區域面積。



解

如圖，摩天輪以 O 為圓心，半徑 $\overline{OP} = 16$ 公尺。若以等間隔的方式設置 12 個車廂，車廂依順時針方向分別編號為 1 號到 12 號，且運行時以逆時針方向等速旋轉。目前 2 號車廂在最高點，則第一次 5 號車廂達到最高點時， P 點所掃過的弧長為多少公尺？



解

承類題 3，若環繞一圈為 10 分鐘，則 P 點每分鐘所掃過的弧長是多少公尺？

解

2. 點與圓的位置關係

一個點和圓的位置關係有下列三種：

點與圓的位置關係	在圓內	在圓上	在圓外
圖示			
點到圓心的距離	小於半徑 ($\overline{OA} < r$)	等於半徑 ($\overline{OB} = r$)	大於半徑 ($\overline{OC} > r$)

1類題

配合課本 P97
隨堂練習

點與圓的位置關係

配合課本 P97
隨堂練習

熟練

已知圓 O 半徑為 4，且 A 、 B 、 C 三點與圓心 O 的距離分別為 2、4、8，判別 A 、 B 、 C 三點與圓 O 的位置關係：

(填入 A 、 B 或 C)

- (1) 在圓內的是_____點。
- (2) 在圓上的是_____點。
- (3) 在圓外的是_____點。

已知圓 O 直徑為 12，且 D 、 E 、 F 三點與圓心 O 的距離分別為 9、6、5，判別 D 、 E 、 F 三點與圓 O 的位置關係：

(填入 D 、 E 或 F)

- (1) 在圓內的是_____點。
- (2) 在圓上的是_____點。
- (3) 在圓外的是_____點。

2類題

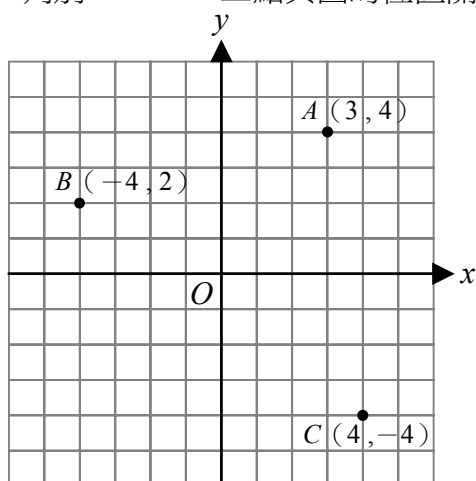
配合課本 P98
例題 4

點與圓的位置關係

配合課本 P98
隨堂練習

熟練

如圖，坐標平面上三點 $A(3, 4)$ 、 $B(-4, 2)$ 、 $C(4, -4)$ ，若以原點 O 為圓心，半徑為 5 畫圓，判別 A 、 B 、 C 三點與圓的位置關係。



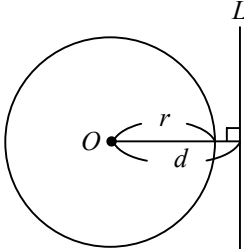
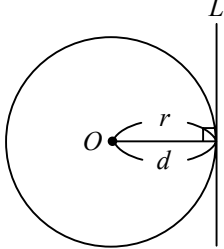
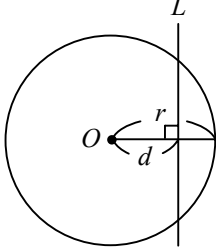
解

在坐標平面上， $A(6, -4)$ 在圓 O 外， $B(-5, 4)$ 在圓 O 內，且圓 O 的圓心為原點，若半徑為整數，求圓 O 的半徑。

解

3. 直線與圓的位置關係

1. 在平面上，一個圓與一條直線的位置關係有三種情形，其中以 r 為圓 O 的半徑， d 表示圓心到直線 L 的距離。

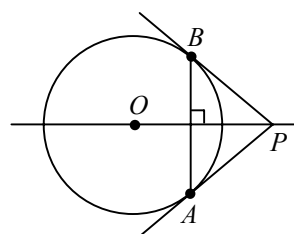
圖示			
圓心到直線的距離	大於半徑 ($d > r$)	等於半徑 ($d = r$)	小於半徑 ($d < r$)
直線與圓的位置關係	不相交 (直線 L 與圓 O 的交點數為 0)	交於一點 (直線是圓的切線)	交於兩點 (直線是圓的割線)

2. 如圖， $\overrightarrow{PA}$ 、 $\overrightarrow{PB}$ 為圓 O 的兩條切線， A 、 B 為切點，則：

(1) 過圓外一點 P 的兩切線段長相等，即 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。

(2) $\angle APO = \angle BPO$ ，即 $\overline{OP}$ 平分 $\angle APB$ 。

(3) $\overline{OP}$ 垂直平分 $\overline{AB}$ 。



3. 弦與弦心距的性質：

(1) 弦的中垂線會通過圓心；通過圓心與弦垂直的直線會平分此弦。

(2) 在同圓或等圓中，若弦心距相等，則所對應的弦等長；

若弦等長，則所對應的弦心距相等。

(3) 在同圓或等圓中，若弦心距愈長，則所對應的弦愈短；

若弦愈短，則所對應的弦心距愈長。

1 類題

配合課本 P100
隨堂練習

直線與圓的位置關係

配合課本 P100
隨堂練習

熟練

若圓 O 的半徑為 8， L_1 、 L_2 和 L_3 三條直線與圓 O 的交點數分別是 0 個、1 個和 2 個，則切線和割線分別是哪一條？

解

圓 O 的直徑為 16，若圓心到三條直線 L_1 、 L_2 、 L_3 的距離分別為 16、8、4，則切線和割線分別是哪一條？

解

即時演練

已知圓 O 的半徑為 6，且 L_1 為圓 O 的割線，則圓心到 L_1 的距離可能為下列何者？

- (A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 12

2 類題

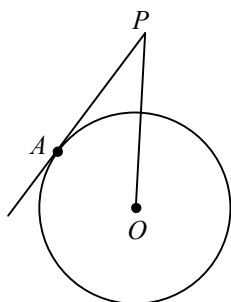
配合課本 P101
例題 5

求切線段長

配合課本 P101
隨堂練習

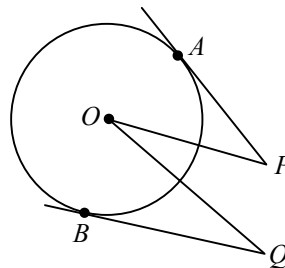
熟練

如圖， $\overrightarrow{PA}$ 與圓 O 切於 A 點，已知圓 O 的半徑為 6， $\overline{PA} = 10$ ，求 $\overline{PO}$ 。



解

如圖， $\overrightarrow{PA}$ 與圓 O 切於 A 點， $\overrightarrow{QB}$ 與圓 O 切於 B 點，已知 $\overline{PA} = 8$ ， $\overline{PO} = 10$ ， $\overline{OQ} = 12$ ，求 $\overline{BQ}$ 。



解

3類題

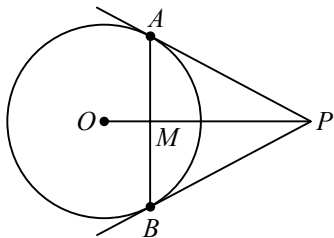
配合課本 P103
例題 6

過圓外一點的切線應用

配合課本 P103
隨堂練習

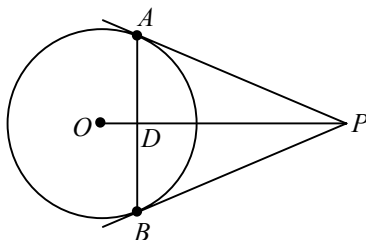
熟練

如圖， $\overrightarrow{PA}$ 、 $\overrightarrow{PB}$ 切圓 O 於 A 、 B 兩點， $\overline{OP}$ 與 $\overline{AB}$ 交於 M 點，若 $\overline{OP} = 17$ ， $\overline{AP} = 15$ ，求 $\overline{AB}$ 。



解

如圖， $\overrightarrow{PA}$ 、 $\overrightarrow{PB}$ 切圓 O 於 A 、 B 兩點， $\overline{OP}$ 與 $\overline{AB}$ 相交於 D 點，若圓 O 的半徑為 5， $\overline{AP} = 12$ ，求 $\overline{AB}$ 。



解

4類題

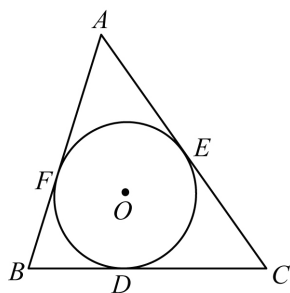
配合課本 P104
例題 7

切線段的應用

配合課本 P104
隨堂練習

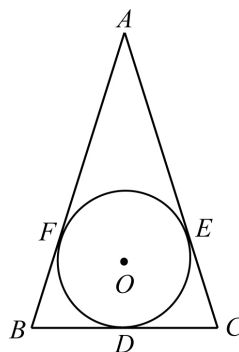
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 三邊分別與圓 O 相切於 D 、 E 、 F 三點，已知 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 7$ ，求 $\overline{AF}$ 。



解

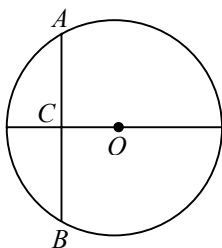
如圖， $\triangle ABC$ 三邊分別與圓 O 相切於 D 、 E 、 F 三點，已知 $\overline{AB} = \overline{AC} = 17$ ， $\overline{BC} = 10$ ，求 $\overline{BD}$ 。



解

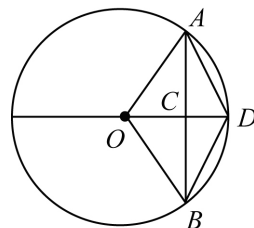
如圖， $\overline{AB}$ 為圓 O 的一弦，
若 $\overline{AB} = 12$ ，圓 O 的半徑為
8，求弦心距 $\overline{OC}$ 。

解



如圖， $\overline{AB}$ 為圓 O 的一弦，
若 $\overline{AB}$ 的弦心距為 3，圓 O
的半徑為 5，求 $\overline{AD}$ 。

解



即時演練

1. 已知圓 O 的半徑為 10， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 分別為圓 O 上的兩弦， $\overline{OM}$ 、 $\overline{ON}$ 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 的弦心距，若 $\overline{OM} = 6$ ， $\overline{ON} = 8$ ，比較 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 的大小關係。

2. 圓 O 與圓 O' 為半徑相等的兩圓， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 分別為圓 O 、圓 O' 上的兩弦， $\overline{OM}$ 為 $\overline{AB}$ 的弦心距， $\overline{O'N}$ 為 $\overline{CD}$ 的弦心距，回答下列問題，並填入 $>$ 、 $=$ 、 $<$ ：

(1) 若 $\overline{OM} = 8$ ， $\overline{O'N} = 8$ ，則 $\overline{AB}$ _____ $\overline{CD}$ 。

(2) 若 $\overline{OM} = 8$ ， $\overline{O'N} = 5$ ，則 $\overline{AB}$ _____ $\overline{CD}$ 。

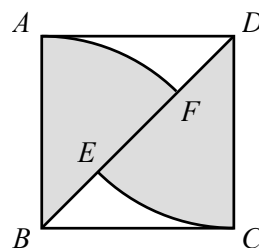
(3) 若 $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{CD} = 14$ ，則 $\overline{OM}$ _____ $\overline{O'N}$ 。

(4) 若 $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{CD} = 18$ ，則 $\overline{OM}$ _____ $\overline{O'N}$ 。

2-1 自我磨練

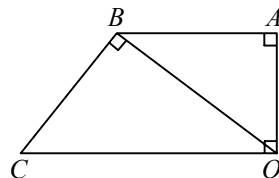
配合課本 P111~113 自我評量

1. 如圖， $ABCD$ 為邊長 8 公分的正方形，且 ABF 與 CDE 皆為扇形，求灰色區域面積。



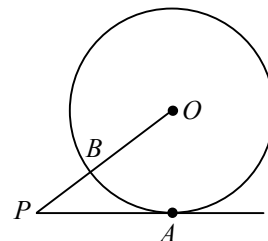
2. 如圖，四邊形 $OABC$ 中， $\angle A = \angle AOC = \angle CBO = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{BC} = 8$ ， $\overline{AO} = 6$ ，回答下列問題：

- (1) 求 $\overline{OC}$ 。
- (2) 若以 O 為圓心，10 為半徑畫圓，則 A 、 B 、 C 三點會分別落在圓內、圓上或圓外？

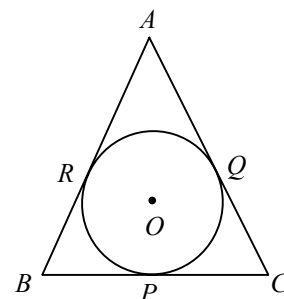


3. 若圓 O 的直徑為 12，圓心到三條直線 L_1 、 L_2 、 L_3 的距離分別為 8、6、5，回答下列問題：
- (1) 這三條直線當中，哪一條是切線？哪一條是割線？
 - (2) 已知直線 K 與圓交於兩點，且 $K \parallel L_1$ ，直線 K 和直線 L_1 的距離為 5，求圓心到直線 K 的距離。

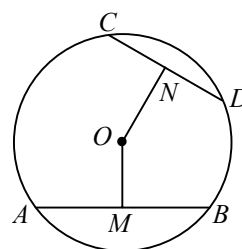
4. 如圖， $\overrightarrow{PA}$ 與圓 O 切於 A 點，若 $\overline{PB} = 6$ ， $\overline{PA} = 12$ ，求圓 O 的半徑。



5. 如圖，等腰三角形 ABC 與圓 O 相切於 P 、 Q 、 R 三點，已知 $\overline{AB} = \overline{AC} = 7$ ， $\overline{BC} = 4$ ，求 $\overline{CP}$ 。



6. 如圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 分別為圓 O 的兩弦， $\overline{OM}$ 、 $\overline{ON}$ 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 的弦心距，若 $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{CD} = 12$ ， $\overline{AB}$ 的弦心距為 6，求 $\overline{CD}$ 的弦心距。





1. 圓心角與弧的度數

1. 弧的度數就是該弧所對圓心角的度數。
2. 在同圓或等圓中，度數相等的兩弧等長；若兩弧等長，則它們所對的圓心角也相等。
3. 在同圓或等圓中，若兩圓心角相等，則它們所對的弦等長；
若兩弦等長，則它們所對的圓心角相等。
4. 在同圓或等圓中，若兩弧的度數相等，則它們所對的弦等長；
若兩弦等長，則它們所對的弧度數相等。

1 類題

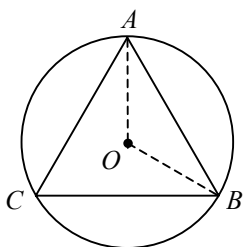
配合課本 P116
例題 1

弧的度數

配合課本 P116
隨堂練習

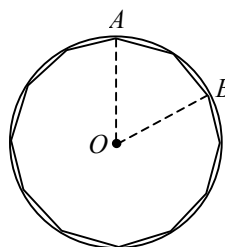
熟練

如圖，正三角形 ABC 的頂點均在圓 O 上，求 $\widehat{AB}$ 的度數。



解

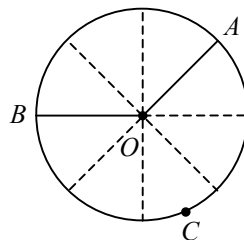
如圖，有一正十二邊形的所有頂點均在圓 O 上，求 $\widehat{AB}$ 的度數。



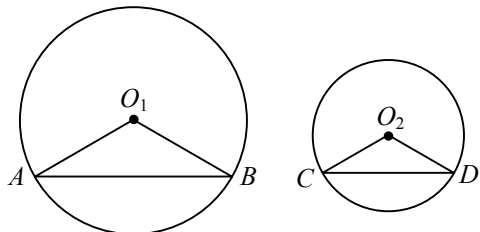
解

即時演練

如圖，將一圓分成 8 等分，求 $\widehat{ACB}$ 的度數。



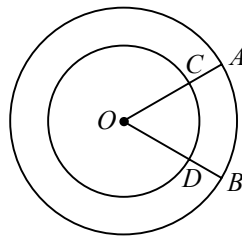
如圖，圓 O_1 的半徑為 6、圓 O_2 的半徑為 4，若 $\angle AO_1B = \angle CO_2D = 120^\circ$ ，求：



- (1) $\widehat{AB}$ 的長度： $\widehat{CD}$ 的長度。
- (2) $\widehat{AB} : \widehat{CD}$ 。

解

如圖，兩同心圓中，已知 $\widehat{AB}$ 的長度為 6π ， $\widehat{CD}$ 的長度為 4π ，大圓的半徑為 18，求小圓的半徑。



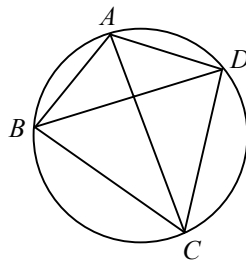
解

2. 圓周角及其所對的弧

1. 一弧所對的圓周角度數等於該弧度數的一半，也是該弧所對圓心角度數的一半。
2. 同一個圓中，一弧所對的所有圓周角的度數都相等。
3. 半圓所對的圓周角是直角。
4. 若兩條直線平行，則此兩條平行線在圓上所截出的兩弧度數相等。

即時演練

如圖， $\widehat{CD}$ 所對的圓周角有哪些？



1 類題

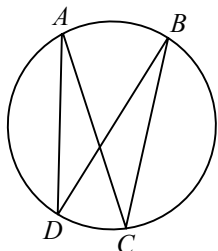
配合課本 P120
例題 3

由弧的度數求圓周角

配合課本 P120
隨堂練習

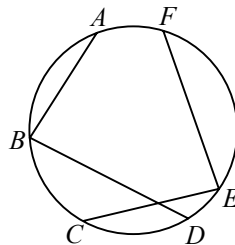
熟練

如圖，已知 $\widehat{AB}$ 的長是圓周長的 $\frac{1}{6}$ ，求 $\angle ACB$ 與 $\angle ADB$ 。



解

如圖， A, B, C, D, E, F 為圓上六個點，已知 $\widehat{AF} = 38^\circ$ ， $\widehat{CD} = 62^\circ$ ，則 $\angle B + \angle E = ?$



解

2 類題

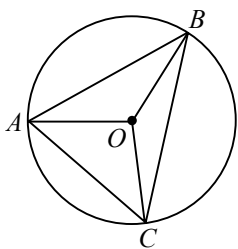
配合課本 P121
例題 4

由圓周角求弧的度數

配合課本 P121
隨堂練習

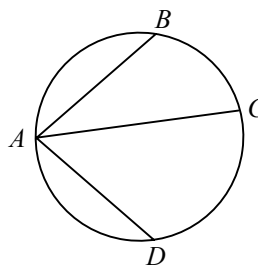
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 的頂點均在圓 O 上，已知 $\angle ACB = 60^\circ$ ， $\angle ABC = 50^\circ$ ，求 $\widehat{AB}$ 與 $\widehat{BC}$ 。



解

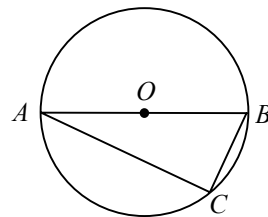
如圖， A, B, C, D 為圓上四個點，已知 $\angle BAC = 35^\circ$ ， $\widehat{BCD} = 170^\circ$ ，求 $\widehat{CD}$ 。



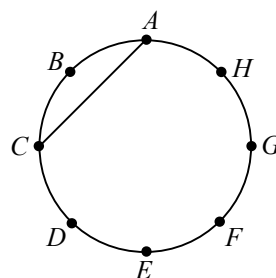
解

即時演練

1. 如圖， $\overline{AB}$ 為圓 O 的直徑，已知 $\angle ABC = 65^\circ$ ，求 $\widehat{BC}$ 。



2. 如圖， A, B, C, D, E, F, G, H 為圓上八個等分點，請作出所有以 $\overline{AC}$ 為一邊，且頂點皆在圓上的直角三角形。



3 類題

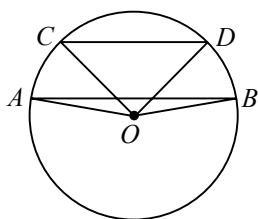
配合課本 P123
例題 5

平行線截等弧

配合課本 P123
隨堂練習

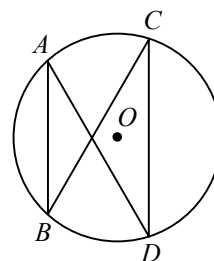
熟練

如圖， A, B, C, D 為圓上四點，已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，說明 $\angle AOC = \angle BOD$ 。



解

如圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 為圓 O 的兩弦，若 $\angle BCD = \angle ADC$ ， $\angle BAD = 30^\circ$ ，求 $\angle ABC$ 。



解

3. 圓內接四邊形

圓內接四邊形對角互補。

1 類題

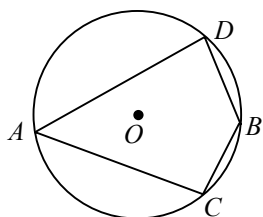
配合課本 P124
例題 6

圓內接四邊形對角互補

配合課本 P125
隨堂練習

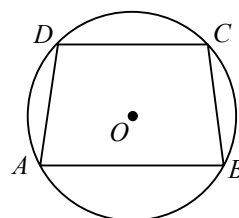
熟練

如圖，四邊形 $ACBD$ 為圓 O 的內接四邊形，
已知 $\angle D = 80^\circ$ ， $\angle A = \frac{1}{2} \angle C$ ，求 $\angle B$ 。



解

如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的內接四邊形，
已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\angle A = 80^\circ$ ，求 $\angle C$ 和 $\angle D$ 。



解

2 類題

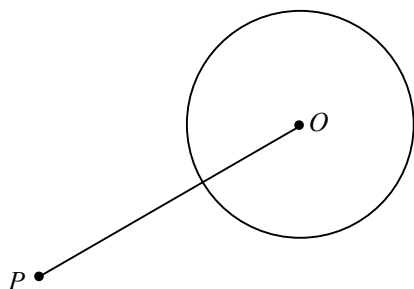
配合課本 P127
例題 7

過圓外一點作圓的切線

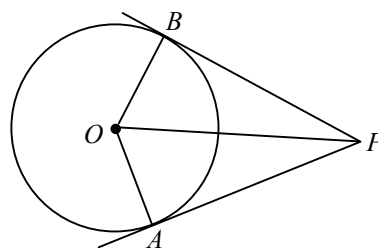
配合課本 P127
隨堂練習

熟練

如圖， P 為圓 O 外的一點，利用尺規作圖，
畫出通過 P 點且與圓 O 相切的直線。



如圖， $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$ 是 P 點到圓 O 的兩條切線，
已知圓 O 的半徑長為 $2\sqrt{3}$ ， $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$ ，
 $\widehat{AB} = 120^\circ$ ，求：



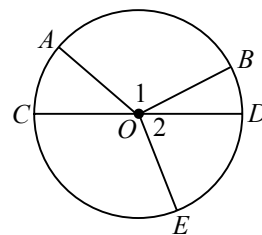
- (1) $\angle AOB$ 。
- (2) 切線長 $\overline{PB}$ 。

解

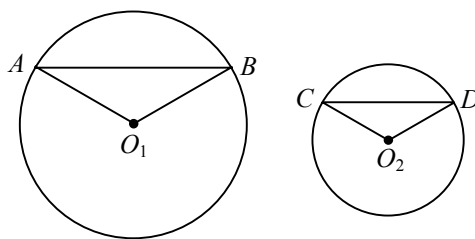
2-2 自我磨練

配合課本 P129~131 自我評量

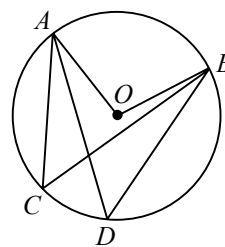
1. 如圖， $\overline{CD}$ 為圓 O 的直徑，已知 $\widehat{AB} = 125^\circ$ ， $\widehat{CE} = 108^\circ$ ，求 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 。



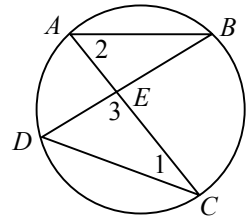
2. 如圖，圓 O_1 的半徑為 10、圓 O_2 的半徑為 6，若 $\angle AO_1B = \angle CO_2D$ ，回答下列問題：
- (1) $\widehat{AB}$ 的長度： $\widehat{CD}$ 的長度。
 - (2) $\overline{AB} : \overline{CD}$ 。



3. 如圖，若 $\widehat{AB}$ 的長度為圓 O 周長的 $\frac{5}{18}$ ，求 $\angle AOB$ 、 $\angle C$ 和 $\angle D$ 。

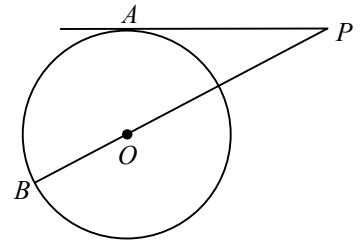


4. 如圖， $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 兩弦相交於圓內一點 E ，若 $\angle ABD = 30^\circ$ ， $\widehat{BC} = 100^\circ$ ，求 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 及 $\angle 3$ 。

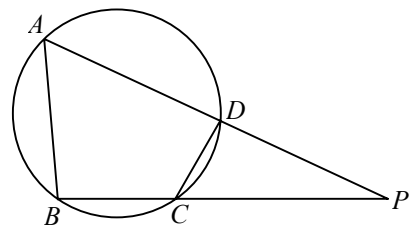


5. 如圖， $\overrightarrow{PA}$ 與圓 O 切於 A 點，圓心在 $\overline{BP}$ 上，回答下列問題：

- (1) 在 $\overline{BP}$ 上找到一點 C ，使得 $\angle PAC$ 為銳角。
- (2) 在 $\overline{BP}$ 上找到一點 D ，使得 $\angle PAD$ 為直角。
- (3) 在 $\overline{BP}$ 上找到一點 E ，使得 $\angle PAE$ 為鈍角。

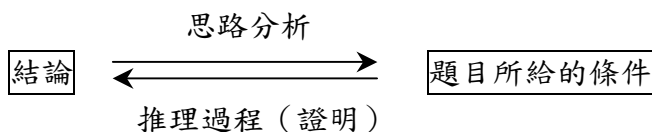


6. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形， $\overrightarrow{AD}$ 、 $\overrightarrow{BC}$ 交於 P 點，若 $\angle BAD = 60^\circ$ ， $\angle CPD = 25^\circ$ ，求 $\angle PDC$ 。



1. 幾何證明

1. 在解題完成後，嘗試說明每個步驟的合理性，這個說明的過程就是證明。
2. 推理與證明：(1) 將「題目所給的條件」寫在「已知」。
(2) 將「要說明的結論」寫在「求證」。
(3) 將「推導或說明的過程」寫在「證明」。
3. 推理證明的思考與分析，可先從「結論」推論到「題目所給的條件」，但在寫作推理的過程中，則是依據分析的結果，由「題目所給的條件」逐步推理至「結論」。



1 類題

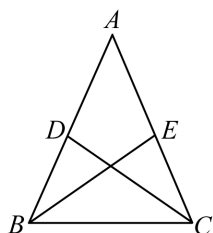
配合課本 P140
例題 1

等腰三角形兩底角上的角平分線等長

配合課本 P141
隨堂練習

熟練

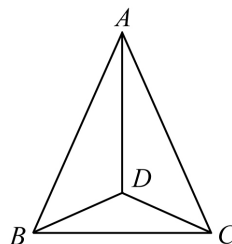
已知 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，
 $\overline{BE}$ 平分 $\angle ABC$ ， $\overline{CD}$ 平分 $\angle ACB$ 。



求證 $\overline{BE} = \overline{CD}$ 。

證明

已知 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，
 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 。



求證 $\angle BAD = \angle CAD$ 。

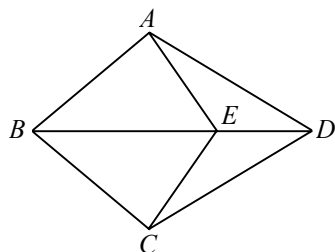
證明 在 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACD$ 中，
 $\because \overline{AB} = \overline{AC}$ （已知），
 _____（已知），
 _____（公用邊），
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ （_____全等性質），
 故 $\angle BAD = \angle CAD$ （_____）。

如圖， $\triangle ABD$ 與 $\triangle CBD$ 中，
 $\angle BAD = \angle BCD$ ， $\angle ABD = \angle CBD$ ，

若 E 為 $\overline{BD}$ 上任一點，求證：

(1) $\overline{AB} = \overline{CB}$ 。

(2) $\overline{AE} = \overline{CE}$ 。

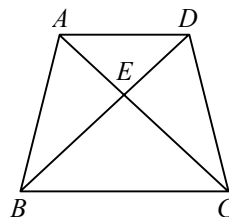


解

如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，
 $\angle ABC = \angle DCB$ ， $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於
 E 點，求證：

(1) $\angle BAC = \angle CDB$ 。

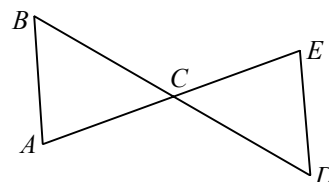
(2) $\overline{AE} = \overline{DE}$ 。



解

即時演練

如圖， $\overline{AE}$ 、 $\overline{BD}$ 互相平分於 C 點，求證 $\angle BAC = \angle CED$ 。



3類題

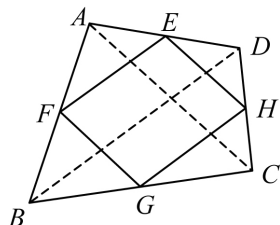
配合課本 P144
例題 3

平行四邊形的應用

配合課本 P144
隨堂練習

熟練

如圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 E 、 F 、 G 、 H 為各邊的中點， $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 為對角線，求證：四邊形 $EFGH$ 為平行四邊形。



解

承類題 3，求證： $\square EFGH$ 的周長 = $\overline{BD} + \overline{AC}$ 。

解

4類題

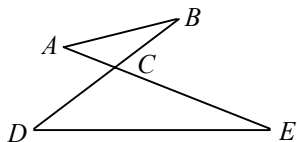
配合課本 P145
例題 4

相似形的應用

配合課本 P145
隨堂練習

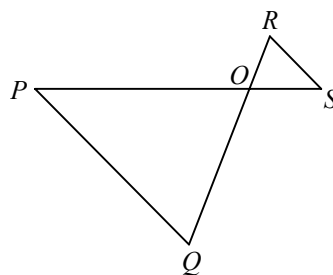
熟練

如圖， $\overline{AE}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 C 點，若 $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{CE} = 20$ ， $\overline{CD} = 12$ ，求證： $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ 。



解

如圖， $\overline{PS}$ 與 $\overline{QR}$ 交於 O 點， $\overline{OP} = 3\overline{OS}$ ， $\overline{OQ} = 3\overline{OR}$ ，求證： $\overline{PQ} = 3\overline{RS}$ 。



解

2. 輔助線

1. 幾何推理進行中，有時需要在原圖形上添加一些線條或圖形，協助進行推理證明或計算，這種添加的線條或圖形就稱為輔助線。
2. 不同的思路會產生不同的輔助線畫法與證法。

1 類題

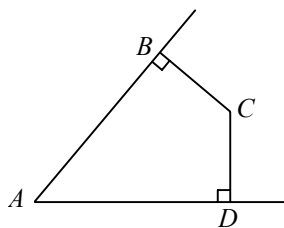
配合課本 P147
例題 5

輔助線的應用

配合課本 P147
隨堂練習

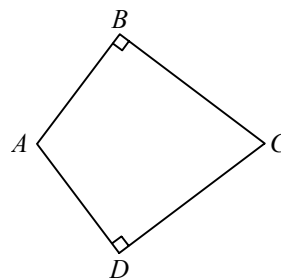
熟練

如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{BC} = \overline{CD}$ ， $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{AD}$ ，求證 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 。



解

如圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{AD} = 6$ ， $\overline{CD} = 8$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，求四邊形 $ABCD$ 的面積。

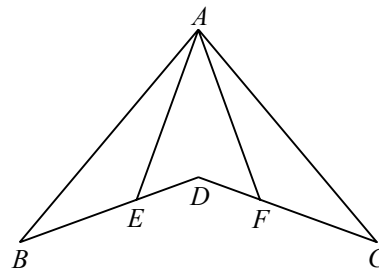


解

即時演練

如圖， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BD} = \overline{CD}$ ， $\angle BAE = \angle CAF$ ，求證：

- (1) $\angle ABE = \angle ACF$ 。
- (2) $\overline{AE} = \overline{AF}$ 。



3. 代數證明

偶數能被 2 整除，可以表示成 $2k$ 的形式；奇數被 2 除都餘 1，可以表示成 $2k+1$ 的形式，其中 k 為整數。

即時演練

1. 假設 a 、 b 均為整數，寫出下列何者為奇數，何者為偶數。

(1) $2(a+15)$ 為_____數。

(2) $2(a+8)+1$ 為_____數。

(3) $4(b+15)$ 為_____數。

2. 假設 x 、 y 均為整數，填入適當的式子，並寫出下列何者為奇數，何者為偶數。

(1) $12x+1=2\times\text{_____}+1$ ；故為_____數。

(2) $6x+16=2\times\text{_____}$ ；故為_____數。

(3) $8y-4=2\times\text{_____}$ ；故為_____數。

1 類題

配合課本 P150
例題 6

奇偶數的判別

配合課本 P150
隨堂練習

熟練

已知 $1^2+2\times 1=3$ ， $3^2+2\times 3=15$ ， $5^2+2\times 5=35$ ，由這三個例子猜測「一個奇數的平方，加上此奇數的 2 倍，還是奇數。」這個猜測正確嗎？

已知 a 是奇數。

求證 a^2+2a 也是奇數。

證明

「任一個奇數乘以任意另一個奇數」你會猜測得到奇數還是偶數呢？根據結論證明你的猜測是正確的。

已知 a 、 b 皆為奇數。

求證 $a\times b$ 是_____（填偶數或奇數）。

證明

即時演練

已知 a 是偶數。

求證 a^2+3a 也是偶數。

證明

2類題

配合課本 P151
例題 7

判別大小

配合課本 P151
隨堂練習

熟練

已知 $-6 > -7$, $(-6)^2 < (-7)^2$,
 $-8 > -9$, $(-8)^2 < (-9)^2$, 由這些例子
 猜測「 a 、 b 為負數, 若 $a > b$, 則 $a^2 < b^2$ 。」
 這個猜測正確嗎? 如果正確, 請證明它; 如果
 不正確, 請舉一個反例。

已知 a 、 b 為負數, 且 $a > b$ 。

求證 $a^2 < b^2$ 。

證明

已知 $3 > 2$, $3 > \frac{3+2}{2} > 2$; $5 > 4$, $5 > \frac{5+4}{2} > 4$,
 由這些例子猜測「 a 、 b 皆為正整數, 且 $a > b$,
 則 $a > \frac{a+b}{2} > b$ 。」這個猜測正確嗎? 如果正
 確, 請證明它; 如果不正確, 請舉一個反例。

已知 a 、 b 皆為正整數, 且 $a > b$ 。

求證 $a > \frac{a+b}{2} > b$ 。

證明

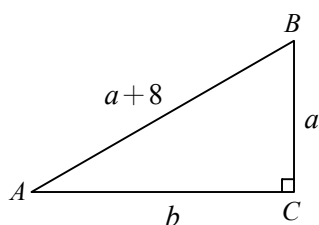
3類題

配合課本 P152
例題 8

因數的判別

配合課本 P152
隨堂練習

熟練



已知 如圖, 直角三角形 ABC 中, $a+8$ 為斜
 邊長, a 、 b 為兩股長, 其中 a 、 b 均為
 正整數。

求證 16 為 b^2 的因數。

證明

已知 $a^2 + 6^2 = (3b + 15)^2$, 其中 b 為正整數。

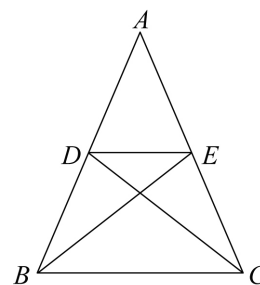
求證 a^2 是 9 的倍數。

證明

3-1 自我磨練

配合課本 P154~155 自我評量

1. 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形，證明 $\overline{CD} = \overline{BE}$ 。



2. **已知** 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle CDE$ 皆為正三角形，連接 $\overline{AD}$ 與 $\overline{BE}$ 。

求證 $\overline{AD} = \overline{BE}$ 。

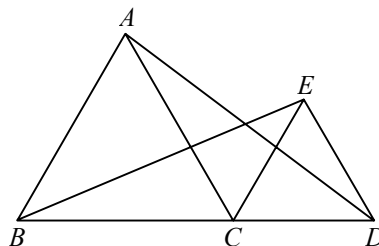
證明 (1) $\because \angle ECD = \angle ACB =$ _____ 度，
 $\angle ACD = \angle ECD +$ _____，
 $\angle BCE = \angle ACB +$ _____，
 $\therefore \angle ACD =$ _____。

(2) 在 $\triangle ACD$ 與 $\triangle BCE$ 中，

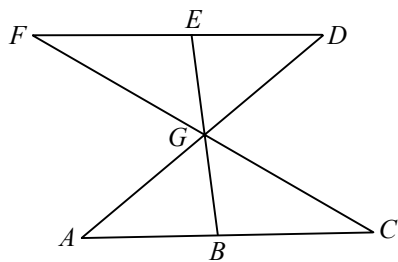
$\because$ _____，
 _____，
 _____，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$ (_____ 全等性質)，

故 $\overline{AD} = \overline{BE}$ (對應邊相等)。



3. 如圖， G 為 $\overline{AD}$ 、 $\overline{CF}$ 的中點，過 G 點作 $\overline{BE}$ ，分別交 $\overline{DF}$ 、 $\overline{AC}$ 於 E 、 B 兩點，求證：
- (1) $\angle A = \angle D$ 。
- (2) $\overline{BG} = \overline{EG}$ 。



4. 已知 a 為偶數， b 為奇數，求證 $a^2 + 5b$ 是奇數。

5. 已知 a 是正整數， $A = (4a + 7)^2 + 2(4a + 7) + 17$ ，求證 A 是 16 的倍數。



1. 外心

1. 三角形的外心：

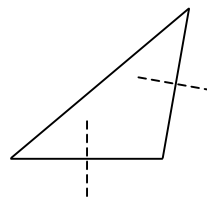
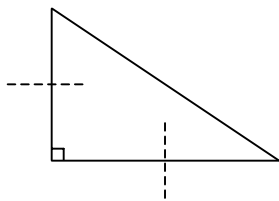
三角形三邊的中垂線交於一點，此點稱為三角形的外心，外心到三頂點的距離相等，且外心也是此三角形外接圓的圓心。

2. 三角形外心的位置：

- ① 銳角三角形的外心在三角形內部。
- ② 直角三角形的外心在三角形的斜邊中點。
- ③ 鈍角三角形的外心在三角形外部。

即時演練

1. 如圖，下列各三角形中，虛線為該邊的中垂線，利用這些中垂線畫一個圓，使這個圓通過三角形的三個頂點。



2. 如圖，利用尺規作圖畫一個圓，使得 A 、 B 、 C 三個點都在圓周上。

A

B

C

1 類題

配合課本 P160
例題 1

直角三角形的外接圓半徑

配合課本 P160
隨堂練習

熟練

直角三角形 ABC 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AB}=9$ ， $\overline{BC}=12$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑。

解

直角三角形 ABC 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=4\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑。

解

2 類題

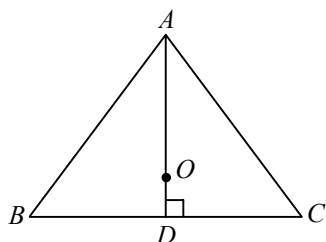
配合課本 P161
例題 2

等腰三角形的外接圓半徑

配合課本 P161
隨堂練習

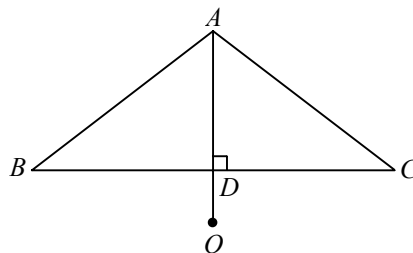
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=\overline{AC}=20$ ， $\overline{BC}=24$ ， $\overline{AD}$ 為 $\overline{BC}$ 上的高， O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，求 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑。



解

如圖， O 點為等腰三角形 ABC 的外心， $\overline{AB}=\overline{AC}=10$ ， $\overline{BC}=16$ ， $\overline{AD}$ 垂直平分 $\overline{BC}$ ， O 點在 $\overline{AD}$ 的延長線上，求 $\triangle ABC$ 的外接圓面積。



解

3類題

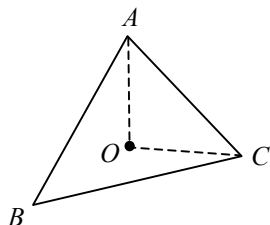
配合課本 P162
例題 3

外心與角度

配合課本 P162
隨堂練習

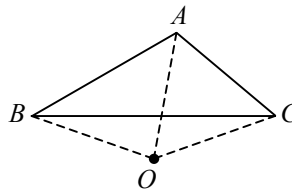
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 中， O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle ABC = 47^\circ$ ，求 $\angle AOC$ 。



解

如圖， $\triangle ABC$ 中， O 點為 $\triangle ABC$ 的外心， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $\angle ACB = 40^\circ$ ，求 $\angle BOC$ 與 $\angle AOB$ 。



解

4類題

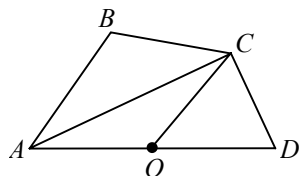
配合課本 P163
例題 4

外心的應用

配合課本 P163
隨堂練習

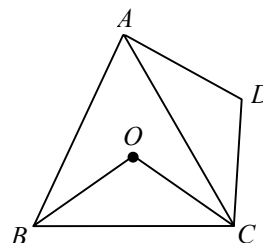
熟練

如圖， O 點在 $\overline{AD}$ 上，且 O 點為 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ACD$ 的外心，若 $\angle COD = 50^\circ$ ，求 $\angle ABC$ 。



解

如圖， O 點為 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ACD$ 的外心，若 $\angle BOC = 110^\circ$ ， $\angle D = 115^\circ$ ，求 $\angle ACB$ 。



解

2. 內心

1. 三角形的內心：

三角形三內角的角平分線交於一點，此點稱為三角形的內心，內心到三邊的距離相等，且內心也是此三角形內切圓的圓心。

2. 三角形內心與面積：

若 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，則 $\triangle AIB$ 面積： $\triangle BIC$ 的面積： $\triangle CIA$ 面積 = $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA}$ 。

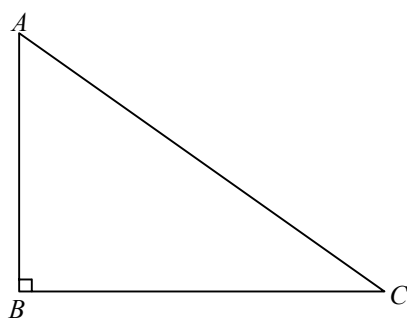
3. 三角形的內切圓半徑：

①若 r 為三角形的內切圓半徑， S 為三角形的周長，則此三角形的面積為 $\frac{1}{2}rS$ 。

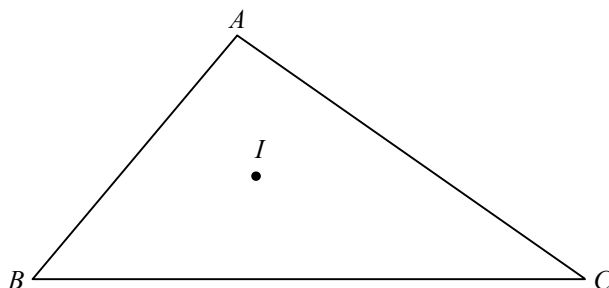
②若 r 為直角三角形的內切圓半徑，則兩股和 = 斜邊長 + $2r$ ，即 $r = \frac{\text{兩股和} - \text{斜邊長}}{2}$ 。

即時演練

1. 如圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形，利用尺規作圖，求作 $\triangle ABC$ 的內心。



2. 如圖， $\triangle ABC$ 為鈍角三角形， I 點為內心，利用尺規作圖，求作 $\triangle ABC$ 的內切圓。



1類題

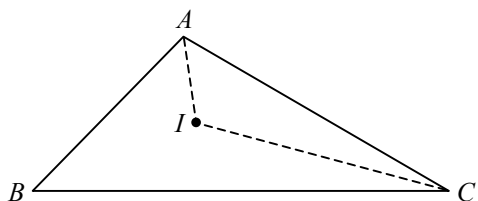
配合課本 P168
例題 5

內心與角度

配合課本 P169
隨堂練習

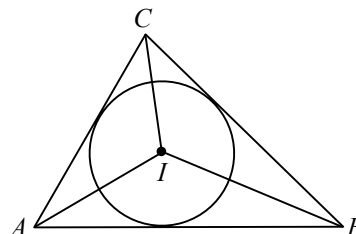
熟練

如圖， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle BAC = 106^\circ$ ， $\angle ACB = 30^\circ$ ，求 $\angle AIC$ 。



解

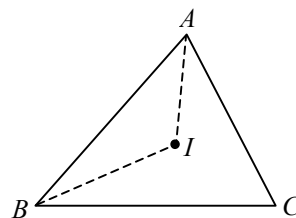
如圖， $\triangle ABC$ 中， I 點為內切圓的圓心， $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{AC} = 10$ ，求 $\triangle AIB$ 面積： $\triangle BIC$ 面積： $\triangle AIC$ 面積。



解

即時演練

1. 如圖， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle AIB = 120^\circ$ ，求 $\angle ACB$ 。



2. 若 $\triangle ABC$ 為直角三角形， I 點為內心， $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 12$ ，求 $\triangle AIB$ 面積： $\triangle BIC$ 面積： $\triangle AIC$ 面積。

2類題

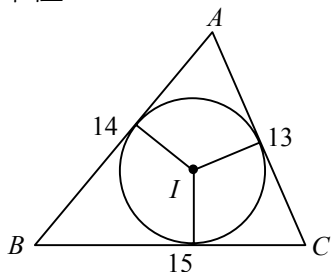
配合課本 P170
例題 6

利用面積求內切圓半徑

配合課本 P170
隨堂練習

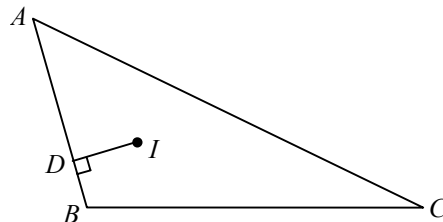
熟練

如圖， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\triangle ABC$ 的面積為 84， $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{AC} = 13$ ，求 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑。



解

如圖， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心， $\overline{ID} \perp \overline{AB}$ ，若 $\triangle ABC$ 的面積為 $10\sqrt{2}$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 9$ ，求 $\overline{ID}$ 。



解

3類題

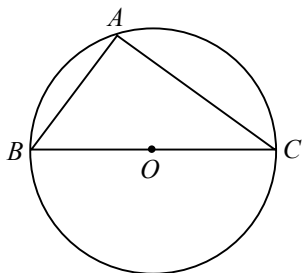
配合課本 P172
例題 7

直角三角形的內切圓

配合課本 P172
隨堂練習

熟練

如圖，圓 O 為 $\triangle ABC$ 的外接圓，半徑為 10， $\overline{BC}$ 為圓 O 的直徑，且 $\overline{AB} = 12$ ，求 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑。



解

直角三角形 ABC 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑。

解

3. 重心

1. 任意三角形三內角的三條中線交於同一點，此點稱為三角形的重心。

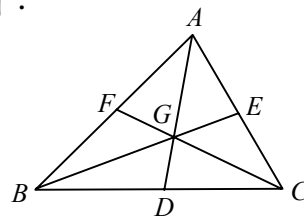
2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 為三條中線， G 點為重心，則：

① $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ ， $\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$ ， $\overline{CG} : \overline{GF} = 2 : 1$ 。

② $\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD}$ ， $\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BE}$ ， $\overline{CG} = \frac{2}{3} \overline{CF}$ 。

③ $\triangle AGB$ 面積 = $\triangle BGC$ 面積 = $\triangle CGA$ 面積 = $\frac{1}{3} \triangle ABC$ 面積。

④ $\triangle AGF$ 面積 = $\triangle BGF$ 面積 = $\triangle BGD$ 面積 = $\triangle CGD$ 面積
 $= \triangle CGE$ 面積 = $\triangle AGE$ 面積 = $\frac{1}{6} \triangle ABC$ 面積。



1 類題

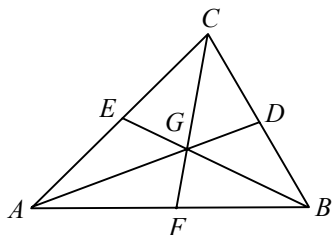
配合課本 P176
例題 8

重心到頂點的距離

配合課本 P176
隨堂練習

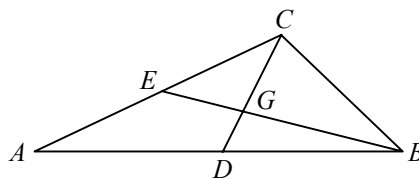
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 中，三條中線 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 交於 G 點， $\overline{AD} = 54$ ， $\overline{BE} = 45$ ， $\overline{CF} = 39$ ，求 $\overline{GD}$ 、 $\overline{GE}$ 、 $\overline{GF}$ 。



解

如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點， $\overline{BE}$ 、 $\overline{CD}$ 交於 G 點，若 $\overline{CG} + \overline{BG} = 12$ ，求 $\overline{BE} + \overline{CD}$ 。



解

即時演練

若三角形的三中線長分別為 21、23、25，求其重心到三邊的距離和。

2類題

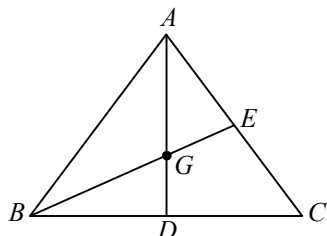
配合課本 P177
例題 9

重心與面積

配合課本 P177
隨堂練習

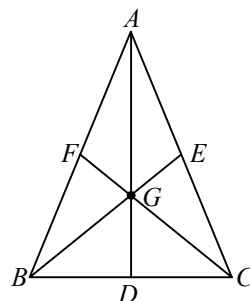
熟練

如圖，等腰三角形 ABC 中， D 、 E 分別為 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 交於 G 點，若 $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求 $\triangle AGB$ 的面積。



解

如圖，等腰三角形 ABC 中， D 、 E 、 F 分別為 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$ 的中點， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 交於 G 點，若 $\overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，求 $\triangle CGE$ 的面積。



解

3類題

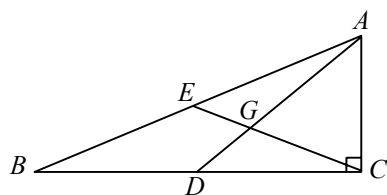
配合課本 P178
例題 10

直角三角形的重心

配合課本 P178
隨堂練習

熟練

如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，兩條中線 $\overline{AD}$ 、 $\overline{CE}$ 交於 G 點， $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求 $\overline{CG}$ 。

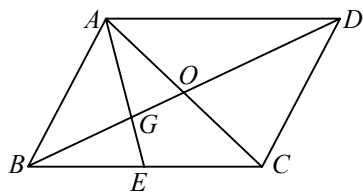


解

承類題 4，求 $\triangle AGC$ 的面積。

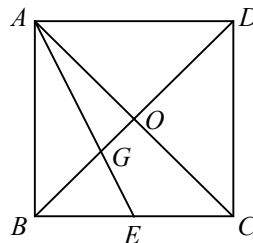
解

如圖， $\square ABCD$ 中， O 為對角線 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 的交點， E 為 $\overline{BC}$ 的中點，若 $\overline{BD} = 18$ ，求 $\overline{OG}$ 。



解

如圖，正方形 $ABCD$ 中， O 為對角線的交點， E 為 $\overline{BC}$ 中點，且 $\overline{AE}$ 、 $\overline{BD}$ 交於 G 點，若 $\overline{AB} = 6$ ，求 $\overline{BG}$ 。



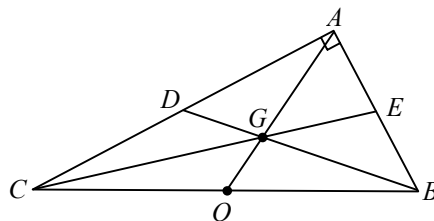
解

即時演練

如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 15$ ，三條中線 $\overline{AO}$ 、 $\overline{BD}$ 、 $\overline{CE}$ 交於 G 點，求：

(1) $\overline{AG}$ 。

(2) 四邊形 $ADGE$ 的面積。



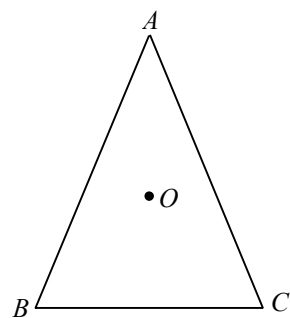
3-2 自我磨練

配合課本 P186~187 自我評量

1. 已知直角三角形的兩股長分別為 18、24，求其外心到三個頂點的距離和。

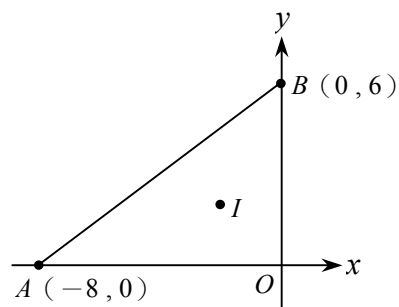
2. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，若 O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，求 $\angle AOB$ 。

3. 如圖， O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，求 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑。

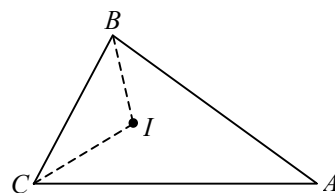


4. 已知 $\triangle ABC$ 的面積為 36，周長為 24，求內切圓半徑。

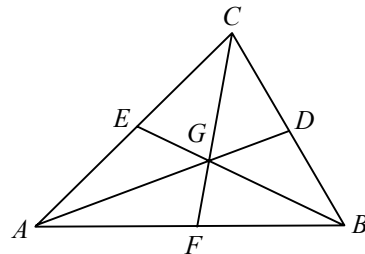
5. 如圖，坐標平面上三點， $A(-8, 0)$ 、 $B(0, 6)$ ， I 點為 $\triangle AOB$ 的內心，求 I 點坐標。



6. 如圖， $\triangle ABC$ 中， I 點為內心，若 $\angle BIC = 108^\circ$ ，求 $\angle BAC$ 。



7. 如圖， $\triangle ABC$ 中，三中線 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 交於 G 點，若 $\triangle ABC$ 的面積為 60 平方公分，求四邊形 $BDGF$ 的面積。





頁次

1	1-1 連比
	1.求連比
	◆即時演練
	1.(1) $4:7:11$
	(2) $3:5:12$
	2. $2:3:5$
	◆類題 1
	$8:20:15$
	◆熟練 1
	$15:18:10$
2	◆類題 2
	$9:24:16$
	◆熟練 2
	$10:4:5$
	◆類題 3
	$3:1:2$
	◆熟練 3
	1. $20:8:3$
	2. $15:20:18$
3	2.連比例式的應用
	◆類題 1
	$x=18, y=24, z=30$
	◆熟練 1
	$\frac{7}{11}$
	◆類題 2
	875 個
	◆熟練 2
	38400 元
4	◆類題 3
	(1) $12:14:21$
	(2) $26:35:33$
	◆熟練 3
	$21:20$

頁次

5	◆類題 4
	$72:16:9$
	◆熟練 4
	$9:6:4$
	◆類題 5
	$5:4:3$
	◆熟練 5
	$12:9:8$
6	1-1 自我磨練
	1.(1) $9:6:7$
	(2) $12:27:10$
	(3) $9:8:6$
	2. $40:24:9$
	3. 64 公斤
7	4. 36
	5. $x=40, y=24, z=48$
	6. $15:12:10$
8	1-2 比例線段
	1.等高三角形
	◆類題 1
	(1) $2:3$
	(2) $1:2$
	◆熟練 1
	(1) $5:7$
	(2) $7:12$
	◆即時演練
	(1) 3
	(2) $\frac{1}{2}$
9	2.平行線截比例線段
	◆類題 1
	24
	◆熟練 1
	16

◆即時演練

20

10 ◆類題 2

18

◆熟練 2

6

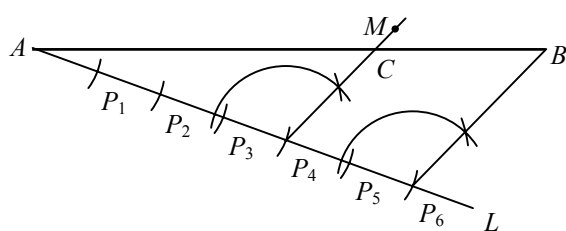
◆類題 3

$$\overline{DE} = 12, \overline{EF} = 18$$

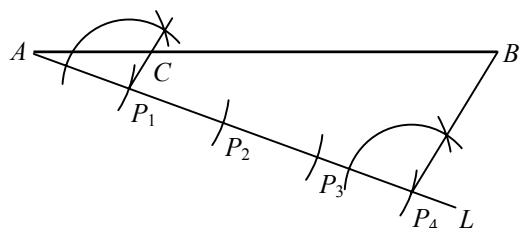
◆熟練 3

7

11 ◆類題 4



◆熟練 4



◆即時演練

45

12 3.利用比例線段判別平行

◆類題 1

在 $\triangle ABC$ 中，

$$\because \overline{AD} : \overline{DB} = 14 : 8 = 7 : 4,$$

$$\overline{AE} : \overline{EC} = 21 : 12 = 7 : 4,$$

$$\therefore \overline{DE} \parallel \overline{BC}.$$

◆類題 1

在 $\triangle ABC$ 中，

$$\because \overline{AD} : \overline{AB} = 5 : 11,$$

$$\overline{AE} : \overline{AC} = 15 : 33 = 5 : 11,$$

$$\therefore \overline{DE} \parallel \overline{BC}.$$

◆即時演練

在 $\triangle ABC$ 中，

$$\because \overline{DB} : \overline{AB} = 22 : 40 = 11 : 20,$$

$$\overline{EC} : \overline{AC} = 24 : 42 = 12 : 21,$$

$\therefore \overline{DE}$ 和 $\overline{BC}$ 不平行。

13 4.三角形兩邊中點連線段性質

◆類題 1

32

◆熟練 1

(1) $\because D, E, F$ 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點，

$$\therefore \overline{DF} \parallel \overline{BC}, \overline{DE} \parallel \overline{AC},$$

在四邊形 $DECF$ 中，

$$\because \overline{DF} \parallel \overline{BC}, \overline{DE} \parallel \overline{AC},$$

$\therefore$ 四邊形 $DECF$ 為平行四邊形。

(2) 52

◆類題 2

15

◆熟練 2

45

14 1-2 自我磨練

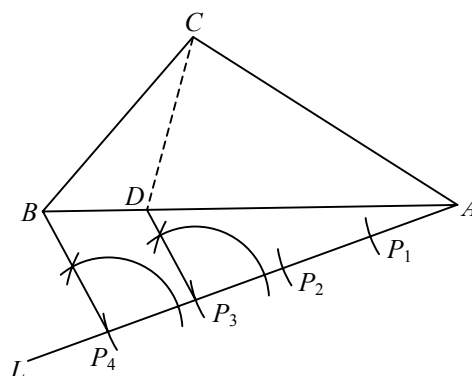
1.(1) 150

(2) 375

2. 80

$$3. \overline{AC} = 24, \overline{BD} = 36$$

15 4.(1)



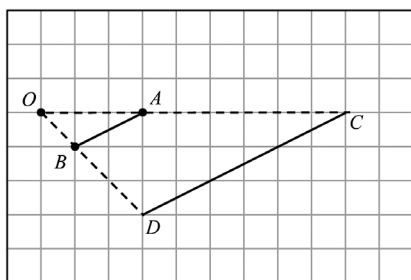
(2) 3 : 1, 3 : 1

5. 18

1-3 相似多邊形

1.圖形的縮放

◆類題 1

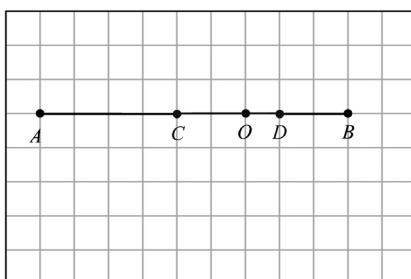


$\overline{CD}$ 即為所求。

◆熟練 1

(C)

◆即時演練



$\overline{CD}$ 即為所求。

◆類題 2

6 公分， 144°

◆熟練 2

2 公分， 108°

2.相似多邊形

◆類題 1

(1)是，

$\because$ 正六邊形每一個內角都是 120° ，

$\therefore$ 對應角相等。

(2)是， $\because$ 對應邊長比都是 $3:1$ 。

(3)是， $\because$ 對應角相等、對應邊成比例，

$\therefore$ 甲與乙相似。

◆熟練 1

(1)是，

$\because$ 正三角形每一個內角都是 60° ，

$\therefore$ 對應角相等。

(2)是， $\because$ 對應邊長比都是 $6:5$ 。

(3)是， $\because$ 對應角相等、對應邊成比例，

$\therefore$ 丙與丁相似。

◆類題 2

(1)兩個等腰直角三角形一定相似，

$\because$ 兩個等腰直角三角形的

對應邊成比例 ($1:1:\sqrt{2}$)，

且對應角也相等 (45° 、 45° 、 90°)。

(2)兩個平行四邊形不一定相似，

$\because$ 兩個平行四邊形的對應邊不一定成比例，且對應角不一定相等。

◆熟練 2

(1)是

(2)否

(3)否

◆類題 3

7

◆熟練 3

150°

3.三角形的相似性質

◆類題 1

45

◆熟練 1

10

◆類題 2

16

◆熟練 2

17

◆類題 3

(1)在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DBE$ 中，

$$\because \overline{AB} : \overline{DB} = (5+7) : 4 = 3 : 1,$$

$$\overline{BC} : \overline{BE} = (4+17) : 7 = 3 : 1,$$

又 $\angle B = \angle B$ ，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DBE$ (SAS 相似性質)。

(2) 6

◆熟練 3

14

◆類題 4

(1)在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle CAD$ 中，

$$\because \overline{AB} : \overline{CA} = 9 : 6 = 3 : 2,$$

$$\overline{BC} : \overline{AD} = 12 : 8 = 3 : 2,$$

$$\overline{AC} : \overline{CD} = 6 : 4 = 3 : 2,$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CAD$ (SSS 相似性質)。

(2) $\angle BAC$

◆熟練 4

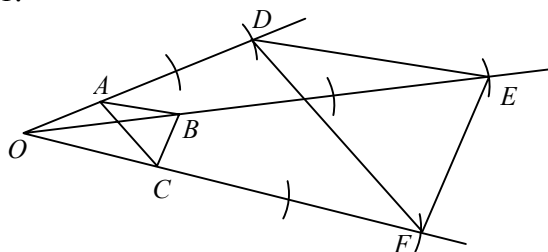
(1) ☒

(2) ☒

(3) ☐

21 1-3 自我磨練

1.



2.(1) 否 (2) 否 (3) 否

3. $\overline{QR} = 30$, $\overline{ST} = 42$

22 4. $\angle P = 75^\circ$, $\angle Q = 125^\circ$

5.(1) ☐ (2) ☒ SSS (3) ☒ AA

(4) ☒ SAS (5) ☐ (6) ☒ SAS

(7) ☒ SSS (8) ☒ AA (AAA)

(9) ☐

23 6.(1) $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{CD} = 15$

(2) $\overline{AE} = \frac{105}{4}$, $\overline{GD} = \frac{75}{4}$

7.(1) 是。

$\because \overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$,

$\therefore \angle A = \angle ECD$, $\angle ACB = \angle CED$,
在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle CDE$ 中,

$\because \angle A = \angle ECD$, $\angle ACB = \angle CED$,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CDE$ (AA 相似性質)。

(2) 45

24 1-4 相似三角形的應用與三角比

1.相似三角形的比例關係

◆類題 1

2 : 3

◆熟練 1

(1) 1 : 2 (2) 24

◆類題 2

$\frac{3}{5}$

◆熟練 2

18

25 ◆類題 3

1 : 4

◆熟練 3

(1) $\angle AED$, $\angle ABF = \angle ADE$, AA

(2) 24

◆即時演練

1. 1 : 16

2. $\frac{96}{5}$

26 2.簡易測量

◆類題 1

40 公尺

◆熟練 1

18 公尺

◆即時演練

144 公尺

27 ◆類題 2

10 公尺

◆熟練 2

5.6 公尺

28 3.特殊直角三角形的邊長比

◆類題 1

$\overline{BC} = 4\sqrt{3}$, $\overline{AB} = 8$

◆熟練 1

$\overline{BC} = 3\sqrt{3}$, $\overline{AC} = 6\sqrt{3}$

◆類題 2

$\overline{AC} = \overline{BC} = 2\sqrt{2}$

◆熟練 2

$\overline{AB} = 3\sqrt{2}$, $\overline{BC} = 3$

29 4.直角三角形的三角比

◆類題 1

$\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$

◆熟練 1

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

◆即時演練

1

30	◆類題 2 (1) $\sin A$ (2) $\cos A$ (3) $\tan A$ ◆熟練 2 (1) $\tan B$ (2) $\sin B$ (3) $\cos B$ ◆類題 3 240 公尺 ◆熟練 3 3 公尺
31	1-4 自我磨練 1. 10 2.(1) $2:3$ (2) $4:9$ 3. 4 公尺
32	4.(1) 30° (2) 3 5.(1) $\cos A$ (2) $\sin A$ (3) $\tan A$ 6. 720 公尺
33	2-1 點、線、圓 1.圓、圓弧長與扇形 ◆類題 1 (1) 72° (2) 5π 平方公分 ◆熟練 1 (1) 120° (2) 12π 平方公分 ◆類題 2 $8-2\pi$ ◆熟練 2 $24\pi-36\sqrt{3}$
34	◆類題 3 8π 公尺 ◆熟練 3 $\frac{16\pi}{5}$ 公尺

	2.點與圓的位置關係
35	◆類題 1 (1) A (2) B (3) C ◆熟練 1 (1) F (2) E (3) D ◆類題 2 A 點在圓上， B 點在圓內， C 點在圓外 ◆熟練 2 7
36	3.直線與圓的位置關係
37	◆類題 1 切線是 L_2 ，割線是 L_3 ◆熟練 1 切線是 L_2 ，割線是 L_3 ◆即時演練 (A) ◆類題 2 $2\sqrt{34}$ ◆熟練 2 $6\sqrt{3}$
38	◆類題 3 $\frac{240}{17}$ ◆熟練 3 $\frac{120}{13}$ ◆類題 4 4 ◆熟練 4 5
39	◆類題 5 $2\sqrt{7}$ ◆熟練 5 $2\sqrt{5}$ ◆即時演練 1. $\overline{AB} > \overline{CD}$ 2. (1) = (2) < (3) = (4) >

40

2-1 自我磨練

1. 16π 平方公分

2.(1) $2\sqrt{41}$

(2) A 點在圓內，

B 點在圓上，

C 點在圓外。

3.(1) L_2 是切線， L_3 是割線

(2) 3

41

4. 9

5. 2

6. 8

42

2-2 圓內角與圓外角

1. 圓心角及其所對的弧

◆類題 1

120°

◆熟練 1

60°

◆即時演練

225°

43

◆類題 2

(1) $3:2$

(2) $3:2$

◆熟練 2

12

2. 圓周角及其所對的弧

◆即時演練

$\angle CAD$ ， $\angle CBD$

44

◆類題 1

$\angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle ADB = 30^\circ$

◆熟練 1

168°

◆類題 2

$\widehat{AB} = 120^\circ$ ， $\widehat{BC} = 140^\circ$

◆熟練 2

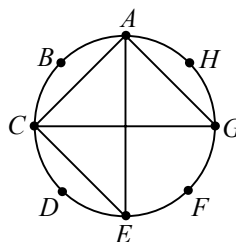
100°

45

◆即時演練

1. 50°

2.



◆類題 3

$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，

$\therefore \widehat{AC} = \widehat{BD}$ ，

又 $\angle AOC = \widehat{AC}$ ， $\angle BOD = \widehat{BD}$ ，

故 $\angle AOC = \angle BOD$ 。

◆熟練 3

30°

46

3. 圓內接四邊形

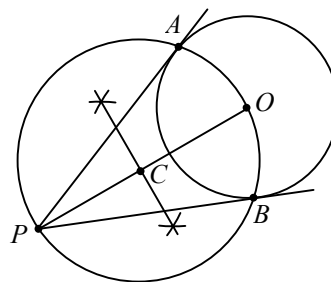
◆類題 1

130°

◆熟練 1

100°

◆類題 2



◆熟練 2

(1) 120°

(2) 6

◆熟練 3

$$\therefore \overline{EF} = \overline{GH} = \frac{1}{2} \overline{BD},$$

$$\text{同理, } \overline{FG} = \overline{EH} = \frac{1}{2} \overline{AC},$$

$$\begin{aligned}\text{故 } \square EFGH \text{ 的周長} &= 2(\overline{EF} + \overline{FG}) \\ &= 2\left(\frac{1}{2} \overline{BD} + \frac{1}{2} \overline{AC}\right) \\ &= \overline{BD} + \overline{AC}.\end{aligned}$$

◆類題 4

在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEC$ 中,

$$\therefore \overline{BC} : \overline{CE} = 10 : 20 = 1 : 2,$$

$$\overline{AC} : \overline{CD} = 6 : 12 = 1 : 2,$$

$$\angle ACB = \angle DCE \text{ (對頂角相等)},$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC \text{ (SAS 相似性質)}.$$

◆熟練 4

在 $\triangle OPQ$ 與 $\triangle OSR$ 中,

$$\therefore \overline{OP} = 3\overline{OS}, \overline{OQ} = 3\overline{OR},$$

$$\angle POQ = \angle SOR \text{ (對頂角相等)},$$

$$\therefore \triangle OPQ \sim \triangle OSR \text{ (SAS 相似性質)},$$

$$\text{故 } \overline{PQ} = 3\overline{RS} \text{ (對應邊成比例)}.$$

52

2. 輔助線

◆類題 1

連接 $\overline{AC}$,

在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADC$ 中,

$$\therefore \overline{BC} = \overline{CD}, \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\overline{AC} = \overline{AC},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC \text{ (RHS 全等性質)},$$

$$\text{故 } \overline{AB} = \overline{AD} \text{ (對應邊相等)}.$$

◆熟練 1

48

◆即時演練

(1) 連接 $\overline{AD}$,

在 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACD$ 中,

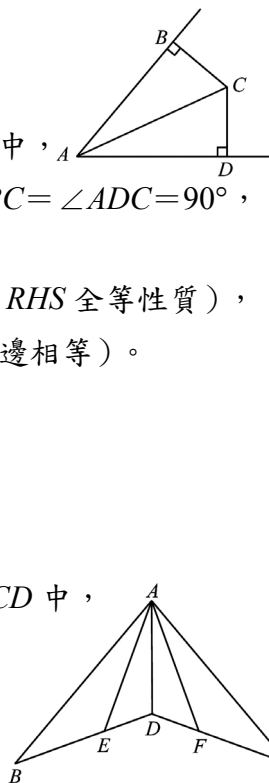
$$\therefore \overline{AB} = \overline{AC},$$

$$\overline{BD} = \overline{CD},$$

$$\overline{AD} = \overline{AD},$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD \text{ (SSS 全等性質)},$$

$$\text{故 } \angle ABE = \angle ACF \text{ (對應角相等)}.$$



(2) 在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ACF$ 中,

$$\therefore \angle BAE = \angle CAF, \overline{AB} = \overline{AC},$$

$$\angle ABE = \angle ACF,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF \text{ (ASA 全等性質)},$$

$$\text{故 } \overline{AE} = \overline{AF} \text{ (對應邊相等)}.$$

53

3. 代數證明

◆即時演練

1. (1) 偶

(2) 奇

(3) 偶

2. (1) $6x$, 奇

(2) $(3x+8)$, 偶

(3) $(4y-2)$, 偶

◆類題 1

$\therefore a$ 是奇數, 設 $a = 2n+1$, n 是整數,

$$\therefore a^2 + 2a = (2n+1)^2 + 2(2n+1)$$

$$= 4n^2 + 8n + 3$$

$$= 2(2n^2 + 4n + 1) + 1$$

$\therefore 2n^2 + 4n + 1$ 為整數,

故 $a^2 + 2a$ 是奇數。

◆熟練 1

奇數

$\therefore a, b$ 皆為奇數,

$\therefore$ 設 $a = 2m+1$, $b = 2n+1$,

m, n 是整數,

$$\therefore a \times b = (2m+1) \times (2n+1)$$

$$= 4mn + 2m + 2n + 1$$

$$= 2(2mn + m + n) + 1$$

$\therefore 2mn + m + n$ 為整數,

故 $a \times b$ 是奇數。

◆即時演練

$\therefore a$ 是偶數, 設 $a = 2n$, n 是整數,

$$\therefore a^2 + 3a = (2n)^2 + 3 \times 2n$$

$$= 4n^2 + 6n$$

$$= 2(2n^2 + 3n)$$

$\therefore 2n^2 + 3n$ 為整數,

故 $a^2 + 3a$ 是偶數。

54 ◆類題 2

$$\because b^2 - a^2 = (b+a)(b-a)$$

已知 $a > b$, $\therefore b-a$ 為負數,

又 $b+a$ 為負數, 故 $b^2 - a^2 > 0$,
即 $b^2 > a^2$ 。

◆熟練 2

$$\because a > b, a+a > b+a, 2a > b+a$$

$$\therefore a > \frac{a+b}{2} \dots\dots\dots ①$$

$$\because a > b, a+b > b+b, a+b > 2b$$

$$\therefore \frac{a+b}{2} > b \dots\dots\dots ②$$

由①、②可知, $a > \frac{a+b}{2} > b$ 。

◆類題 3

$\because \triangle ABC$ 為直角三角形,

且 $a+8$ 為斜邊長, a 、 b 為兩股長,

$$\therefore (a+8)^2 = a^2 + b^2$$

$$a^2 + 16a + 64 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = 16a + 64 = 16(a+4)$$

故 16 為 b^2 的因數。

◆熟練 3

$$a^2 + 6^2 = (3b+15)^2$$

$$a^2 = (3b+15)^2 - 6^2$$

$$= (3b+15+6)(3b+15-6)$$

$$= (3b+21)(3b+9)$$

$$= 9(b+7)(b+3)$$

$\therefore (b+7)(b+3)$ 為正整數,

故 a^2 是 9 的倍數。

55 3-1 自我磨練

1. $\because \triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形,

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AC}, \overline{AE} = \overline{AD},$$

在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ACD$ 中,

$$\because \overline{AB} = \overline{AC}, \overline{AE} = \overline{AD}, \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD \text{ (SAS 全等性質)},$$

故 $\overline{CD} = \overline{BE}$ (對應邊相等)。

2. (1) 60, $\angle ACE$, $\angle ACE$, $\angle BCE$,

$$(2) \overline{AC} = \overline{BC}, \angle ACD = \angle BCE,$$

$$\overline{CD} = \overline{CE}, \text{SAS}$$

56 3. (1) $\because G$ 為 $\overline{AD}$ 、 $\overline{CF}$ 的中點,

$$\therefore \overline{AG} = \overline{DG}, \overline{CG} = \overline{FG},$$

在 $\triangle ACG$ 與 $\triangle DFG$ 中,

$$\because \overline{AG} = \overline{DG},$$

$$\angle AGC = \angle DGF,$$

$$\overline{CG} = \overline{FG},$$

$$\therefore \triangle ACG \cong \triangle DFG$$

(SAS 全等性質),

故 $\angle A = \angle D$ (對應角相等)。

(2) 在 $\triangle AGB$ 與 $\triangle DGE$ 中,

$$\because \angle A = \angle D,$$

$$\overline{AG} = \overline{DG},$$

$$\angle AGB = \angle DGE,$$

$$\therefore \triangle AGB \cong \triangle DGE$$

(ASA 全等性質),

故 $\overline{BG} = \overline{EG}$ (對應邊相等)。

4. $\because a$ 是偶數, 設 $a = 2n$, n 是整數,

b 是奇數, 設 $b = 2m+1$, m 是整數,

$$\therefore a^2 + 5b = (2n)^2 + 5 \times (2m+1)$$

$$= 4n^2 + 10m + 5$$

$$= 2(2n^2 + 5m + 2) + 1$$

$\therefore 2n^2 + 5m + 2$ 為整數,

故 $a^2 + 5b$ 是奇數。

$$5. A = (4a+7)^2 + 2(4a+7) + 17$$

$$= 16a^2 + 56a + 49 + 8a + 14 + 17$$

$$= 16a^2 + 64a + 80$$

$$= 16(a^2 + 4a + 5)$$

$\therefore a^2 + 4a + 5$ 為正整數,

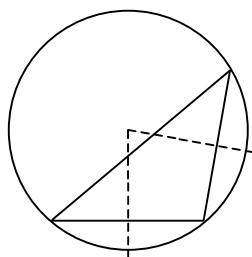
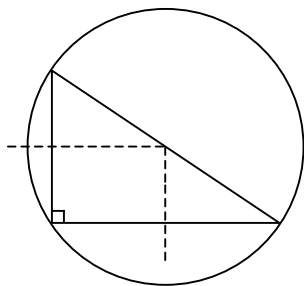
故 A 是 16 的倍數。

3-2 三角形的心

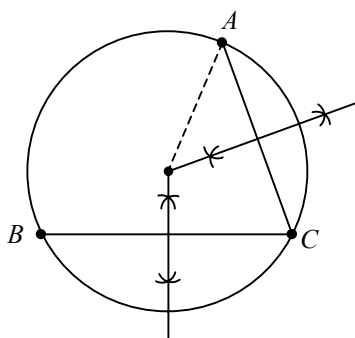
1. 外心

◆即時演練

1.



2.



◆類題 1

$$\frac{15}{2}$$

◆熟練 1

4

◆類題 2

$$\frac{25}{2}$$

◆熟練 2

$$\frac{625}{9} \pi$$

◆類題 3

94°

◆熟練 3

$$\angle BOC = 140^\circ, \angle AOB = 80^\circ$$

◆類題 4

115°

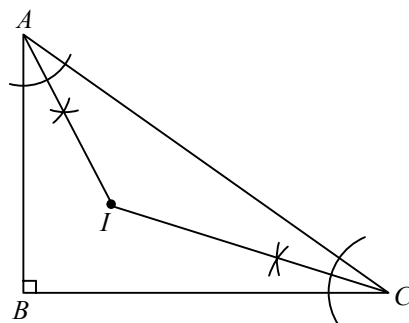
◆熟練 4

60°

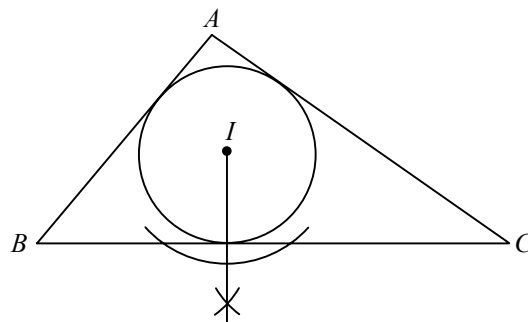
2. 內心

◆即時演練

1. I 即為所求。



2. 圓 I 即為所求。



◆類題 1

112°

◆熟練 1

$7:6:5$

◆即時演練

1. 60°

2. $5:13:12$

頁次

62 ◆類題 2

4

◆熟練 2

$\sqrt{2}$

◆類題 3

4

◆熟練 3

3

63 3.重心

◆類題 1

$\overline{GD} = 18$, $\overline{GE} = 15$, $\overline{GF} = 13$

◆熟練 1

18

◆即時演練

23

64 ◆類題 2

16

◆熟練 2

10

◆類題 3

$\frac{13}{3}$

◆熟練 3

10

65 ◆類題 4

3

◆熟練 4

$2\sqrt{2}$

◆即時演練

(1) $\frac{17}{3}$

(2) 20

頁次

66 3-2 自我磨練

1. 45

2. 150°

3. $\frac{169}{24}$

67 4. 3

5. $(-2, 2)$

6. 36°

7. 20 平方公分