

1-3

整數的乘除運算

① 整數的乘法

② 整數的除法

③ 包含負數的四則運算



溫故啟思

將下列式子依去括號規則展開，在空格中填入適當的數：

(1) $-(8+5) = \underline{-8} - 5$ 。 (2) $-(-8+5) = \underline{8} - 5$ 。

(3) $-(-1) = \underline{1}$ 。

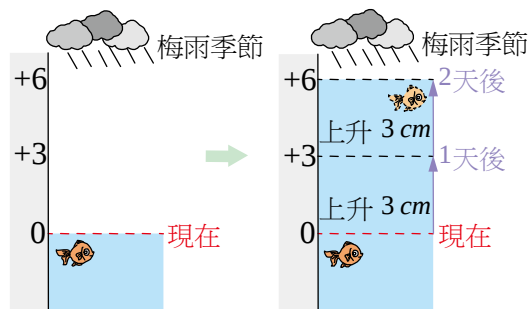
① 整數的乘法

乘法

國小時我們學過正整數的乘法，那如何做負整數的乘法呢？負號對乘法有什麼影響呢？我們以水庫水位的變化來做說明，假設在梅雨季節，水庫的水位平均每天上升 3 公分，而在乾旱季節，水庫水位平均每天下降 3 公分。

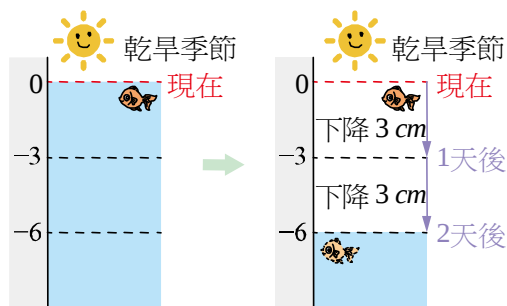
① 正數×正數

若以現在的水位為基準，水位每天上升 3 公分記為 +3 公分，2 天後記為 +2 天，那麼 2 天後的水位比現在上升 6 公分，寫成算式為 $(+3) \times (+2) = +(3 \times 2) = +6$ 。



② 負數×正數

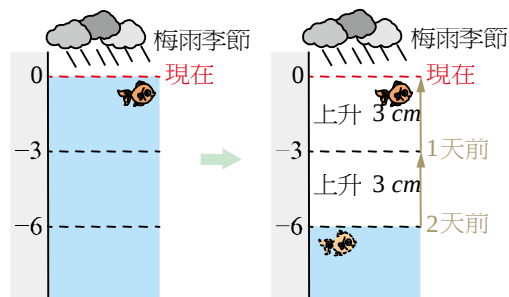
若以現在的水位為基準，水位每天下降 3 公分記為 -3 公分，2 天後記為 +2 天，那麼 2 天後的水位比現在下降 6 公分，寫成算式為 $(-3) \times (+2) = -(3 \times 2) = -6$ 。



③ 正數×負數

若以現在的水位為基準，水位每天上升 3 公分記為 +3 公分，2 天前記為 -2 天，那麼 2 天前的水位比現在低了 6 公分，寫成算式為

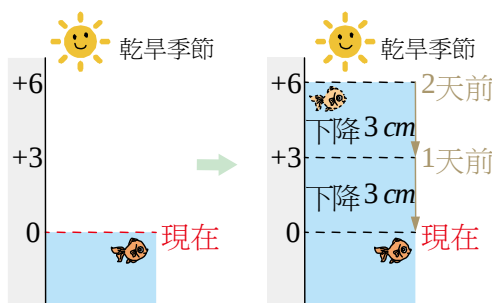
$$(+3) \times (-2) = -(3 \times 2) = -6。$$



④ 負數×負數

若以現在的水位為基準，水位每天下降 3 公分記為 -3 公分，2 天前記為 -2 天，那麼 2 天前的水位比現在高了 6 公分，寫成算式為

$$(-3) \times (-2) = +(3 \times 2) = +6。$$



綜合由上述 1.~4. 的說明，我們發現：

$$(+3) \times (+2) = +6 = +(3 \times 2)$$

$$(-3) \times (+2) = -6 = -(3 \times 2)$$

$$(+3) \times (-2) = -6 = -(3 \times 2)$$

$$(-3) \times (-2) = +6 = +(3 \times 2)$$

符號
變化

$$(+)\times(+)=(+)$$

$$(-)\times(+)=(-)$$

$$(+)\times(-)=(-)$$

$$(-)\times(-)=(+)$$

隨堂練習

仿照上述課文的說明，在下面空格中填入適當的符號與數：

(1) $(-2) \times 6 = \underline{\hspace{2cm}} (2 \times 6) = \underline{\hspace{2cm}}。$

(2) $6 \times (-4) = \underline{\hspace{2cm}} (6 \times 4) = \underline{\hspace{2cm}}。$

(3) $(-8) \times (-7) = \underline{\hspace{2cm}} (8 \times 7) = \underline{\hspace{2cm}}。$

也就是說：

兩個同號整數相乘，其結果是正整數；兩個異號整數相乘，其結果是負整數。

一個含正、負數的乘法運算，可先確認乘積為正數或負數，再提出正負符號，最後計算括號內的正整數相乘的結果即可。

例1 整數的乘法

計算下列各式：

$$(1) (-2) \times 7$$

$$(2) 3 \times (-1)$$

$$(3) (-5) \times (-8)$$

$$(4) (-2) \times (-2) \times (-2)$$

解

$$(1) (-2) \times 7 = -(2 \times 7) = -14$$

$$(2) 3 \times (-1) = -(3 \times 1) = -3$$

$$(3) (-5) \times (-8) = +(5 \times 8) = 40$$

$$(4) (-2) \times (-2) \times (-2) = (+4) \times (-2) = -(4 \times 2) = -8$$

隨堂練習

計算下列各式：

$$(1) 6 \times (-8)$$

$$(2) 0 \times (-1)$$

$$(3) (-1) \times (-7)$$

$$(4) (-3) \times (-3) \times (-3)$$

由例題 1 與隨堂練習可知， $3 \times (-1) = -3$ ， $(-1) \times (-7) = 7$ 。即對任意整數 a ， $(-1) \times a = -a = a \times (-1)$ ，其中 $-a$ 為 a 的相反數。另外，我們也可知 $0 \times (-1) = 0$ ，即對任意整數 a ， $0 \times a = 0 = a \times 0$ 。

 隨堂練習

仿照上述課文的說明，在下面空格中填入適當的數：

$$(1) (-1) \times (-12) = -(\quad) = \quad。$$

$$(2) -18 = 18 \times \quad。$$

$$(3) (-43) \times \quad = 0。$$

不為0的整數相乘時，可先判斷乘積的正負號。若有偶數個負數相乘，其乘積為正數；若有奇數個負數相乘，其乘積為負數。

例2 判斷乘式的正負

已知 $15 \times 16 \times 17 \times 18 \times 19 = 1395360$ ，那麼
 $(-15) \times 16 \times (-17) \times (-18) \times 19 = ?$

解

$$\begin{aligned} & (-15) \times 16 \times (-17) \times (-18) \times 19 \\ &= -(15 \times 16 \times 17 \times 18 \times 19) \\ &= -1395360 \end{aligned}$$

 隨堂練習

已知 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 = 40320$ ，則

$$(-1) \times 2 \times (-3) \times (-4) \times (-5) \times 6 \times 7 \times (-8) = ?$$

乘法的運算性質

國小時我們學過正整數的乘法交換律，知道 $8 \times 3 = 24 = 3 \times 8$ 。其實對於任意整數也會成立。例如：

$$(-8) \times 3 = -24 = 3 \times (-8)$$

三個整數相乘時，例如

$$(-2) \times 3 \times (-4) = [(-2) \times 3] \times (-4) = (-6) \times (-4) = +24$$

$$(-2) \times 3 \times (-4) = (-2) \times [3 \times (-4)] = (-2) \times (-12) = +24$$

$$\text{即 } (-2) \times 3 \times (-4) = [(-2) \times 3] \times (-4) = (-2) \times [3 \times (-4)]$$

因此可知乘法的運算性質：



設 a 、 b 、 c 是任意整數，則有

乘法交換律： $a \times b = b \times a$ 。

乘法結合律： $a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 。

例 3

乘法交換律與結合律的應用

計算下列各式：

(1) $(-25) \times 29 \times (-4)$

(2) $(-25) \times (-32) \times (-125)$

解

(1) $(-25) \times 29 \times (-4)$

$$= + (25 \times 29 \times 4)$$

$$= + (25 \times 4 \times 29)$$

$$= + (25 \times 4) \times 29$$

$$= 100 \times 29$$

$$= 2900$$

乘法交換律

(2) $(-25) \times (-32) \times (-125)$

$$= - (25 \times 32 \times 125)$$

$$= - (25 \times 4 \times 8 \times 125)$$

$$= - [(25 \times 4) \times (8 \times 125)]$$

$$= - (100) \times (1000)$$

$$= - 100000$$

乘法結合律



隨堂練習

計算下列各式：

(1) $(-8) \times (-37) \times (-25)$

(2) $(-43) \times 125 \times (-8)$