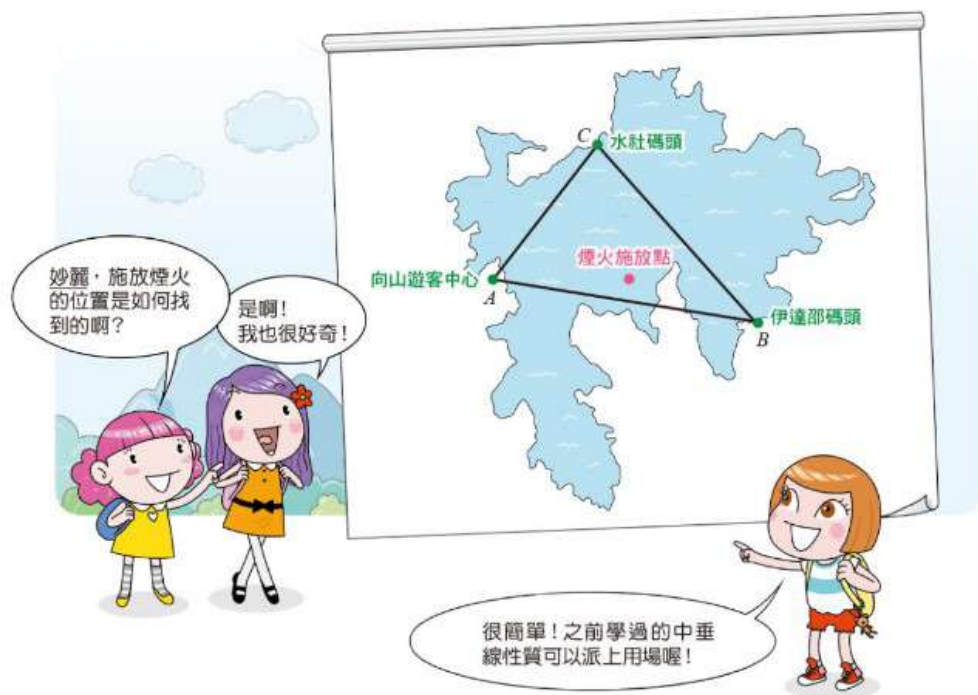


3-2 三角形的心

① 外心 動畫

加強

日月潭風景管理處計畫以遊艇行駛到湖中施放煙火。若以向山遊客中心(A點)、伊達邵碼頭(B點)及水社碼頭(C點)為人潮的據點，且這三個地方的民眾看到煙火的距離都一樣。



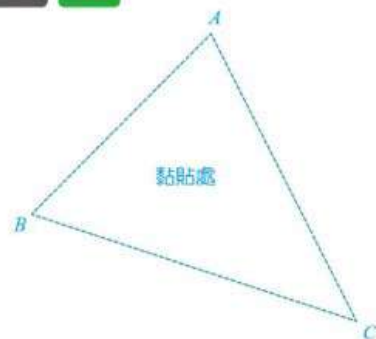
透過以下 探索活動 的學習，就可以知道施放煙火的中心要如何尋找囉！

放大

探索活動 三角形三邊中垂線的交點 提問 加強

拿出附件 11 的三個三角形，以摺紙方式回答下列問題： 圓規

解 (1)分別摺出銳角三角形 ABC 中， $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 的中垂線，再將此三角形貼在右圖中，並畫出摺痕的直線，觀察此三線是否交於一點？



解 (2)分別摺出直角三角形 ABC 中， $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 的中垂線，再將此三角形貼在右圖中，並畫出摺痕的直線，觀察此三線是否交於一點？



解 (3)分別摺出鈍角三角形 ABC 中， $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 的中垂線，再將此三角形貼在右圖中，並畫出摺痕的直線，觀察此三線是否交於一點？



解 (4)在上面的三個圖中，假設三條中垂線交於 O 點，以 O 為圓心， $\overline{OA}$ 為半徑畫圓，則此圓是否會通過 B 、 C 兩點？

在  **探索活動** 中，透過操作可以知道任意三角形三邊中垂線交於一點，接著來說明為什麼它們會交於一點？

說明

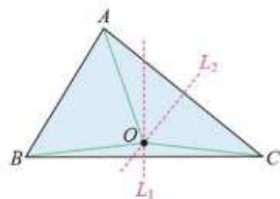
如圖， $\triangle ABC$ 中， L_1 及 L_2 分別為 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 的中垂線， O 為 L_1 與 L_2 的交點。

$\because O$ 點在 $\overline{BC}$ 的中垂線 L_1 上， $\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$ 。

又 O 點在 $\overline{AC}$ 的中垂線 L_2 上， $\therefore \overline{OA} = \overline{OC}$ 。

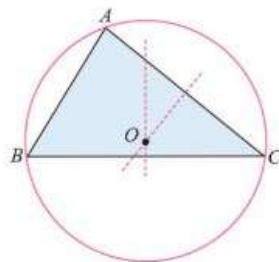
因此 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ ，即 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ，

故 O 點在 $\overline{AB}$ 的中垂線上。

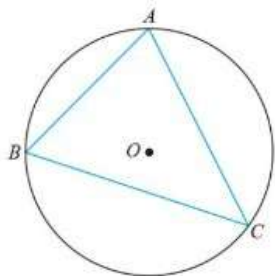


由上可知，三角形任意兩邊中垂線的交點，即為三邊中垂線的交點。

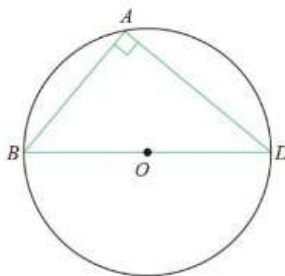
如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 的兩條中垂線相交於 O 點，以 O 點為圓心， $\overline{OA}$ 為半徑畫圓，因為 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ ，故此圓必通過 $\triangle ABC$ 的三個頂點，圓 O 稱為 $\triangle ABC$ 的**外接圓**， $\triangle ABC$ 稱為圓 O 的**圓內接三角形**， O 點為此三角形外接圓的圓心，所以將此點稱為三角形的**外心**。



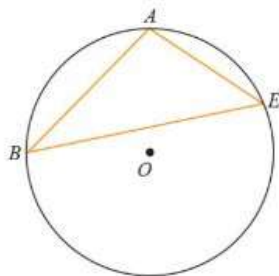
基會 不論是銳角、直角或鈍角三角形都有外心，它可能會落在三角形的內部、邊上或外部。



$\triangle ABC$ 為銳角三角形，
外心在三角形內部。



$\triangle ABD$ 為直角三角形，
外心在三角形的斜邊中點。



$\triangle ABE$ 為鈍角三角形，
外心在三角形外部。

三角形的外心

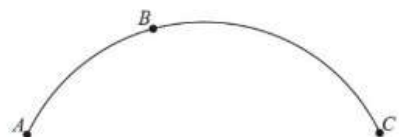
1. 三角形三邊的中垂線交於一點，此點稱為三角形的外心，外心到三頂點的距離相等。
2. 若以三角形的外心為圓心，外心到三頂點的距離為半徑畫圓，可畫出此三角形的外接圓。

放大 直尺 圓規 隨堂練習 提問 加強

1. 如圖， A 、 B 、 C 為公園裡的三個涼亭，想蓋一座公廁到三個涼亭的距離相等，利用尺規作圖找出公廁的位置。

**作法**

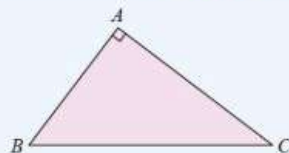
2. 右圖中的 $\widehat{ABC}$ 是圓的一部分，找出圓心並完成此圓。

**作法**

放大 例 1 直角三角形的外接圓半徑 **基礎**

自評 P186 第 1 題

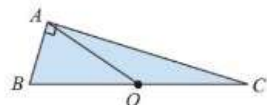
如圖，直角三角形 ABC 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 8$ ，求 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑。



解

**放大 隨堂練習**

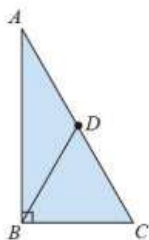
1. 如圖，直角三角形 ABC 中， $\angle A = 90^\circ$ ， O 點為外心， $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{AC} = 24$ ，求 $\overline{OA}$ 。



解



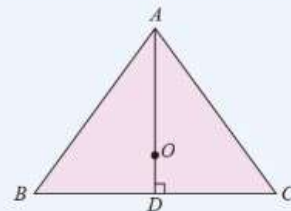
2. 如圖，直角三角形 ABC 中， $\angle B = 90^\circ$ ， D 為 $\overline{AC}$ 中點， $\overline{BD} = \overline{BC} = 4$ ，求直角三角形 ABC 的面積。



解

**放大 例 2** 等腰三角形的外接圓半徑

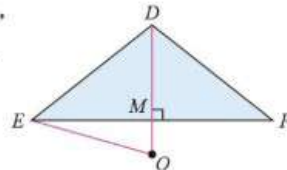
如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{AD}$ 為 $\overline{BC}$ 上的高， O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，求 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑。



解

**放大 隨堂練習 基礎**

如圖， O 點為等腰三角形 DEF 的外心， $\overline{DE} = \overline{DF} = 5$ ， $\overline{EM} = 4$ ， $\overline{DM}$ 垂直平分 $\overline{EF}$ ， O 點在 $\overline{DM}$ 的延長線上，求 $\triangle DEF$ 的外接圓面積。
(提示：可設 $\overline{OD} = \overline{OE} = x$)



解

