

南一國中數學

2 圓的性質

- 2-1 圓形及點、直線與圓之間的關係
- 2-2 弧與圓周角
- ♥ 第2章總習題
- ♥ 非藏數學養

南一國中數學 搭配頁碼 P.28

2-1 圓形及點、直線與圓之間的關係

基礎練習

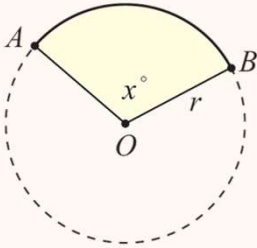
重點 弧長與扇形面積

若扇形所對的圓心角為 x° ，則：

- (1) $\widehat{AB}$ 的長度

$$= \text{圓周長} \times \frac{x}{360} = 2\pi r \times \frac{x}{360}^\circ$$
- (2) 扇形 AOB 的面積

$$= \text{圓面積} \times \frac{x}{360} = \pi r^2 \times \frac{x}{360}^\circ$$



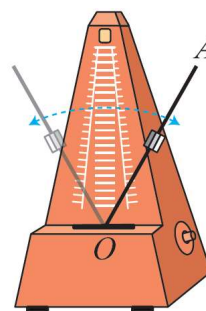


- 1 如右圖，已知節拍器的擺針 $\overline{OA}$ 長為 15 公分，且擺針的最大擺幅為 60° ，求：
- (1) 擺針掃出的最大面積。

解 最大面積 $= \pi \times 15^2 \times \frac{60}{360}$

$$= \pi \times 15^2 \times \frac{1}{6}$$

$$= \frac{75}{2} \pi \text{ (平方公分) } \#$$

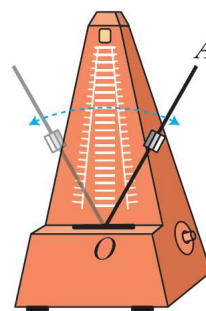


- 1 如右圖，已知節拍器的擺針 $\overline{OA}$ 長為 15 公分，且擺針的最大擺幅為 60° ，求：
- (2) 針尖 A 點揮出的最大弧長。

解 最大弧長 $= 2\pi \times 15 \times \frac{60}{360}$

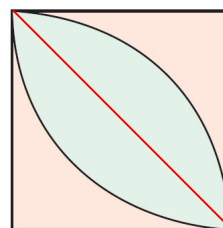
$$= 2\pi \times 15 \times \frac{1}{6}$$

$$= 5\pi \text{ (公分) } \#$$





- 2 市政府有一塊邊長 100 公尺正方形土地要規劃成休閒廣場，設計師規劃用兩個 $\frac{1}{4}$ 圓弧將土地分成三塊如右圖，中間的綠色區域要種植草皮，其餘兩塊則要鋪設地磚。求綠色區域的面積。



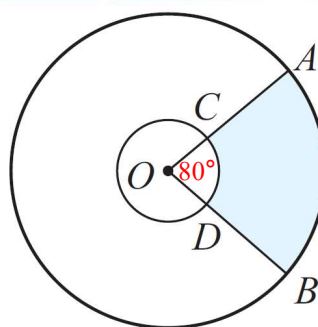
解 $\therefore$ 綠色區域為兩個弓形

$$\begin{aligned}\therefore \text{面積} &= 2 \times \left(\pi \times 100^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 100 \times 100 \right) \\ &= 2 \times (2500\pi - 5000) \\ &= 5000\pi - 10000 \text{ (平方公尺)} \# \end{aligned}$$

ALL



- 3 如右圖，兩同心圓的半徑分別為 $\overline{OA} = 9$ 、 $\overline{OC} = 3$ 。已知 $\widehat{AB}$ 的長度為 4π ，求：
(1) 圓心角 $\angle AOB$ 的度數。



解 設 $\angle AOB = x^\circ$ ，

$$\text{則 } 2\pi \times 9 \times \frac{x}{360} = 4\pi,$$

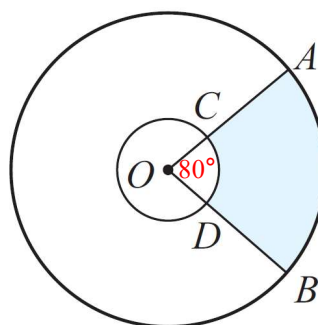
$$18\pi \times \frac{x}{360} = 4\pi, \quad x = 80,$$

故 $\angle AOB = 80^\circ$ 。#

ALL



- 3 如右圖，兩同心圓的半徑分別為 $\overline{OA} = 9$ 、 $\overline{OC} = 3$ 。
已知 $\widehat{AB}$ 的長度為 4π ，求：
(2) 藍色區域的面積。

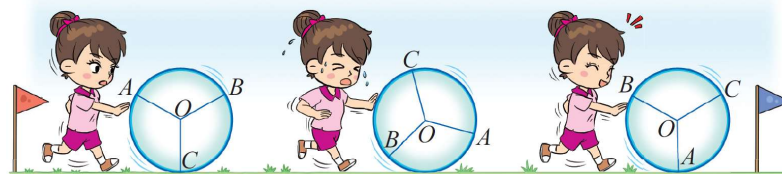


解 藍色區域的面積

$$\begin{aligned}
 &= \pi \times 9^2 \times \frac{80}{360} - \pi \times 3^2 \times \frac{80}{360} \\
 &= 18\pi - 2\pi \\
 &= 16\pi \#
 \end{aligned}$$



- 4 如下圖，曉玲參加校慶的趣味競賽——推油桶。已知油桶圓半徑為 48 公分，且 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{AC}$ 。今從 $\overline{OC}$ 垂直地面開始依順時針方向滾動，若在滾動的過程中，並無發生滑動的情形，當 $\overline{OA}$ 第一次垂直地面於 A 點時，油桶圓心 O 水平移動的距離為何？



解 當 $\overline{OA}$ 第一次垂直地面於 A 點時，油桶恰好滾動了 $\widehat{ABC}$ 的長度，因此圓心 O 水平移動的距離

$$= 2 \times \left(2 \times 48 \times \pi \times \frac{1}{3} \right) = 2 \times 32\pi = 64\pi \text{ 公分} \#$$

解題要訣

④ 水平移動距離等於滾動的弧長。





重點 點、直線與圓的位置關係

	點到圓心的距離	圓心到直線的距離
大於半徑	點在圓外	直線與圓不相交
等於半徑	點在圓上	直線與圓相切
小於半徑	點在圓內	直線與圓交於兩點



- 5 以 $O(0, 0)$ 為圓心， r 為半徑畫圓，試問在滿足下列各題條件時，半徑 r 的範圍為何？

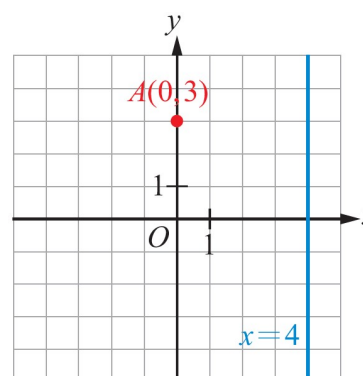
(1) $A(0, 3)$ 在圓內且直線 $x = 4$ 與圓不相交。

解 因為 $\overline{OA} = 3$ ，

所以 $3 < r$ ；

又因為圓心到直線

所以 $r < 4$ ，因此 3



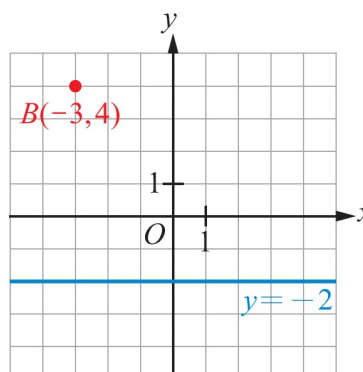
解題要訣

5 將圓與點、圓與直線的關係分開處理。



- 5 以 $O(0, 0)$ 為圓心， r 為半徑畫圓，試問在滿足下列各題條件時，半徑 r 的範圍為何？

- (2) $B(-3, 4)$ 在圓外
且直線 $y = -2$
點與圓交於兩點。



解 因為 $\overline{OB} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$ ，

所以 $r < 5$ ；

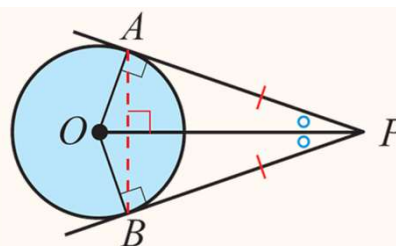
又因為圓心到直線的距離 $= 2$ ，

所以 $2 < r$ ，因此 $2 < r < 5$ 。#



重點 圓的切線

- ① 直線與圓相切時，圓心到切線的距離等於半徑，且圓心與切點的連線垂直於此切線。



- ② 過圓外一點到圓的兩切線段等長。圓外一點到圓心的連線，會平分過此點兩切線的夾角，也會垂直兩切點間連線。

