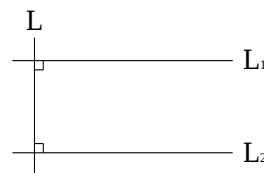


平行線：

蔡老師 編撰

1. 定義：在平面上的兩條直線，若找得到一條直線能同時垂直於這兩條直線，那麼我們就說這兩條直線平行，平行的符號： $//$

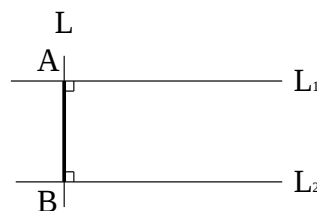
$\Rightarrow$ 已知同一平面上三條直線 L 、 L_1 、 L_2 ，若 $L_1 \perp L$ ，且 $L_2 \perp L$ ，則 $L_1 // L_2$



例：四直線 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 在同一平面上，若 $L_1 \perp L_2$ ， $L_2 \perp L_3$ ， $L_3 \perp L_4$ ，則下列何者為真？(A) $L_1 // L_4$ (B) $L_3 // L_4$ (C) $L_1 \perp L_4$ (D) $L_1 \perp L_3$ Ans：_____

2. 平行線的距離：

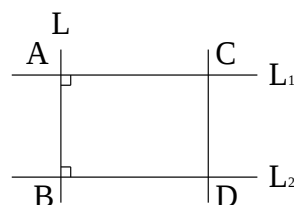
設 $L_1 // L_2$ ，且 $L \perp L_1$ 於 A ， $L \perp L_2$ 於 B ，則 $\overline{AB}$ 的長就是兩平行線 L_1 與 L_2 間的寬，叫做 L_1 與 L_2 間的距離



性質：兩平行線的距離相等

已知： $L_1 // L_2$ ， $L_1 \perp L$ ，且 $L_2 \perp L$ ， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 為 L_1 與 L_2 之間的距離

求證： $\overline{AB} = \overline{CD}$

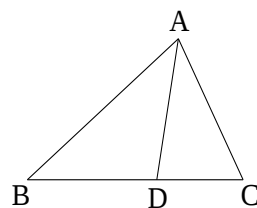


3. **性質：兩三角形若高相等，面積比＝底邊比**

已知：如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， D 為 $\overline{BC}$ 上之一點

求證： $\triangle ABD$ 面積： $\triangle ACD$ 面積 $= \overline{BD} : \overline{CD}$

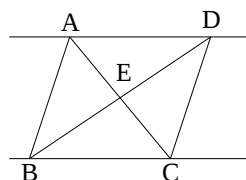
證明：



例 1：如右圖， $L \parallel M$ ，則：

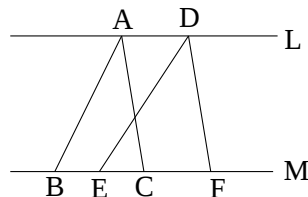
(1) $\triangle ABC$ 面積 = $\triangle DBC$ 面積

(2) $\triangle ABE$ 面積 = $\triangle DCE$ 面積

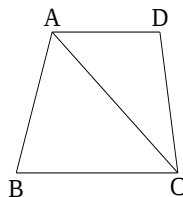


例 2：如右圖， $L \parallel M$ ，已知 $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{EF} = 5$ ，

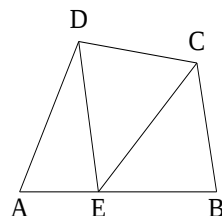
又 $\triangle ABC$ 面積 = 12，則 $\triangle DEF$ 面積 =



例 3：如圖梯形 ABCD 中， $\overline{AD} = 7$ 公分， $\overline{BC} = 11$ 公分，若 $\triangle ABC$ 的面積為 33 平方公分，則梯形 ABCD 的面積為_____平方公分

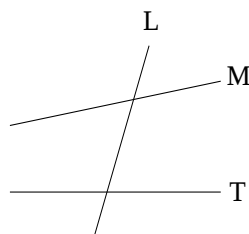
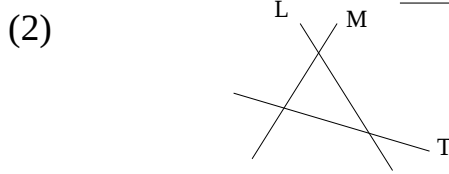
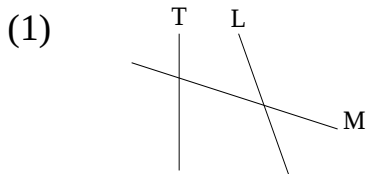


例 4：如右圖， $\overline{AE} : \overline{BE} = 2 : 3$ ， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\triangle ADE$ 面積為 18 平方公分，則 $\triangle CDE$ 面積為_____平方公分

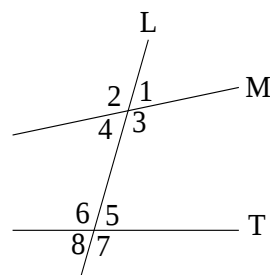


4. 截線：在同一平面上，直線 L 分別和直線 M、T 相交於不同的兩點，則 L 叫做 M 和 T 的截線

例：如右圖中，哪一條直線是另外兩條線的截線？



5. 截角：如右圖，截線 L 截過直線 M 、 T 後形成八個角，分別是 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、.....、 $\angle 8$ ，這些角都叫做截角；比較 L 和 M 所形成的截角及 L 和 T 所形成的截角的相對關係定義出三種角：

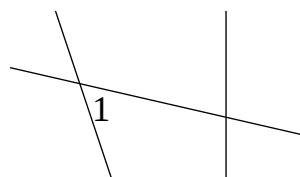


(1)同位角：_____

(2)內錯角：_____

(3)同側內角：_____

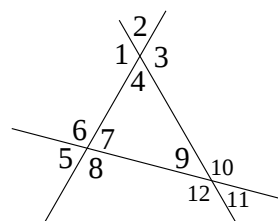
例 1：在右圖中，找出：(1) $\angle 1$ 的同位角，標上 $\angle 2$ ；(2) $\angle 1$ 的內錯角，標上 $\angle 3$ ；(3) $\angle 1$ 的同側內角，標上 $\angle 4$



例 2：如右圖，則：(1) $\angle 2$ 的同位角為_____；

(2) $\angle 11$ 的同位角為_____；(3) $\angle 4$ 的

內錯角為_____；(4) $\angle 7$ 的同側內角為



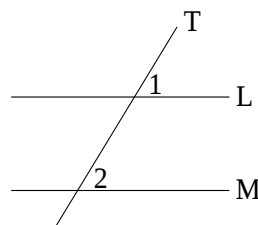
6. 平行線的性質：若兩平行線被一線所截，則它們的：(1)同位角相等；

(2)內錯角相等；(3)同側內角互補

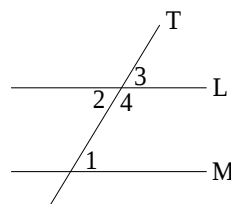
已知：如右圖， $L \parallel M$ ，直線 T 為 L 、 M 的截線交 L 於 A ，交 M 於 B

求證： $\angle 1 = \angle 2$

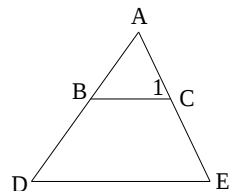
證明：



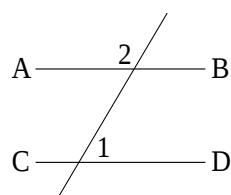
例 1：如右圖， $L \parallel M$ ，若 $\angle 1 = 50^\circ$ ，求 $\angle 2 =$ _____
度， $\angle 3 =$ _____度， $\angle 4 =$ _____度



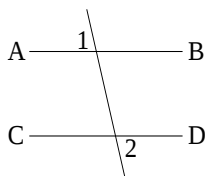
例 2：如右圖， $\triangle ADE$ 中， $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle D = 50^\circ$ ，
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，求 $\angle 1 =$ _____度



例 3：如右圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\angle 1 = (4x + 20)^\circ$ ， $\angle 2 =$
 $(6x + 10)^\circ$ ，求 $\angle 2 =$ _____度



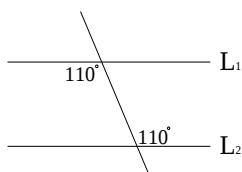
例 4：如右圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\angle 1 = (4x + 40)^\circ$ ， $\angle 2 =$
 $(6x + 20)^\circ$ ，求 $\angle 1 =$ _____度



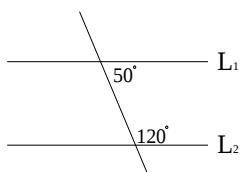
7. 平行線的判別性質：設兩直線被一線所截，若滿足(1)同位角相等；
(2)內錯角相等；(3)同側內角互補，三種條件之一種，則此兩直線平行

例 1：在下面各圖中，判斷 L_1 和 L_2 是否平行，並寫下你認為它們平行或不平行的原因

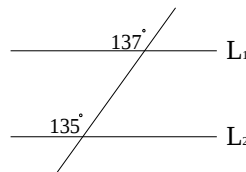
(A)



(B)



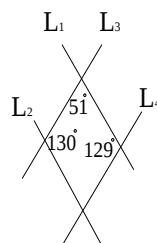
(C)



例 2：如右圖，回答下列問題：

(1) L_1 與 L_2 會平行嗎？為什麼？

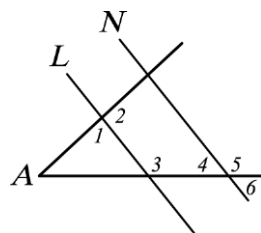
(2) L_3 與 L_4 會平行嗎？為什麼？



例 3：圖中直線 L 、 N 分別截過 $\angle A$ 的兩邊，且 $L \parallel N$ 。根據圖中標示的角，判斷下列各角的度數關係，何者正確？ Ans：_____

(A) $\angle 2 + \angle 5 > 180^\circ$ (B) $\angle 2 + \angle 3 < 180^\circ$

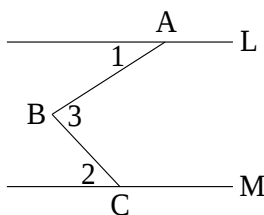
(C) $\angle 1 + \angle 6 > 180^\circ$ (D) $\angle 3 + \angle 4 < 180^\circ$



8. 平行線求角度的常見方法：

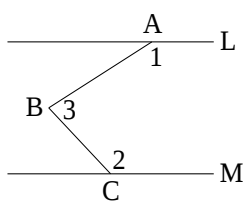
若 $L \parallel M$ ，則：

(1)



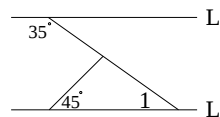
$$\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 = \angle 3$$

(2)



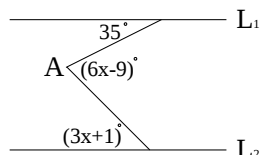
$$\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$$

例 1：如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ，求 $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$



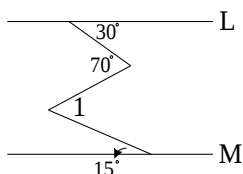
例 2：如右圖，若 $L_1 // L_2$ ，求：(1) $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ；(2)

$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$ 度



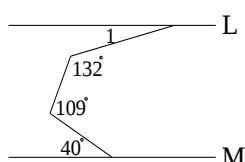
例 3：下列各圖中，已知 $L // M$ ，求：

(1)



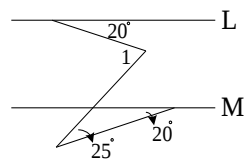
$\Rightarrow \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度

(2)



$\Rightarrow \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度

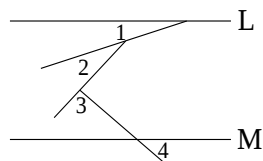
(3)



$\Rightarrow \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度

例 4：如右圖， $L // M$ ，求 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$

$\underline{\hspace{2cm}}$ 度

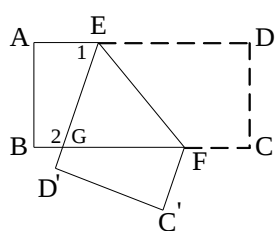


例 5：如右圖，有一張長方形 $ABCD$ 的紙，沿 $\overline{EF}$

摺疊，且 D 點落在 D' 點上， C 點落在 C' 點

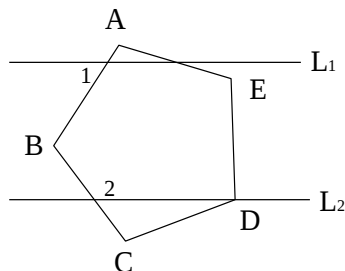
上，設 $\angle EFG = 55^\circ$ ，求：(1) $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度；

(2) $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度

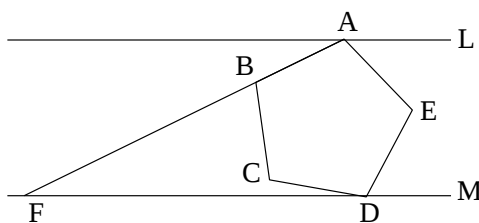


例 6：如附圖， $L_1 // L_2$ ， $ABCDE$ 為正五邊形，

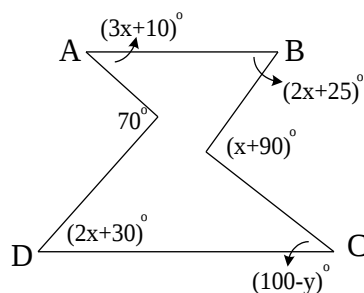
又 $\angle 1 = 53^\circ$ ，則 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度



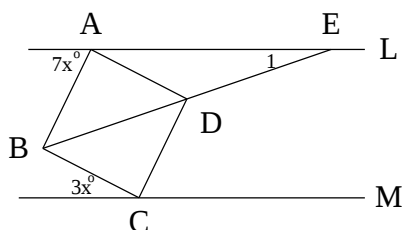
例 7：已知 $L \parallel M$ ， $ABCDE$ 為正五邊形， $\overline{AB}$ 交 M 於 F ， $\angle CDF = 16^\circ$ ，則 $\angle AFD =$ _____ 度



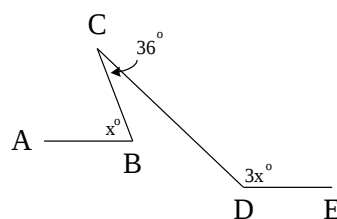
例 8：如右圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，則 $x =$ _____， $y =$ _____



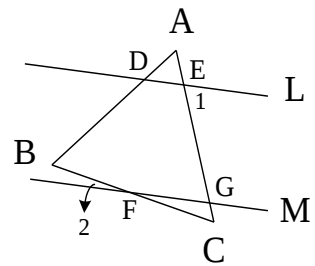
例 9：如右圖，直線 $L \parallel M$ ，正方形 $ABCD$ 的頂點 A 、 C 分別在直線 L 、 M 上，則 $x =$ _____， $\angle 1 =$ _____ 度



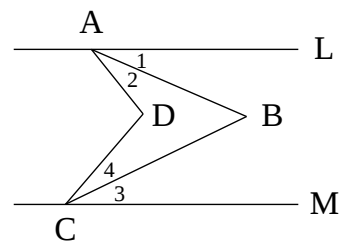
例 10：如右圖， $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\angle ABC = x^\circ$ ， $\angle BCD = 36^\circ$ ， $\angle CDE = 3x^\circ$ ，則 $x =$ _____



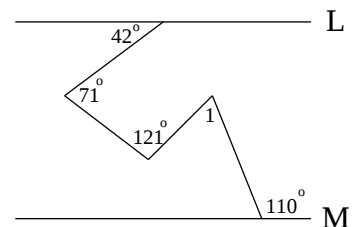
例 11：如右圖，已知 $L \parallel M$ ，且 L 、 M 分別交正 $\triangle ABC$ 的兩邊於 D 、 E 、 F 、 G 四點，若 $\angle 1 = 70^\circ$ ，則 $\angle 2 =$ _____ 度



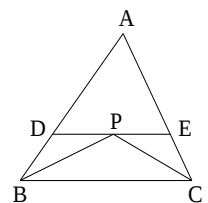
例 12：如右圖， $L \parallel M$ ，已知 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，且 $\angle ABC = 54^\circ$ ，則 $\angle ADC =$ _____ 度



例 13：如右圖，直線 $L \parallel M$ ，則 $\angle 1 =$ _____ 度



例 14：已知：如右圖， $\overline{BP}$ 平分 $\angle ABC$ ， $\overline{CP}$ 平分 $\angle ACB$ ， $\overline{DE}$ 過 P 點且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$



求證：(1) $\overline{DE} = \overline{BD} + \overline{CE}$

(2) $\triangle ADE$ 周長 $= \overline{AB} + \overline{AC}$

(3) 若 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 6$ ，求 $\triangle ADE$ 的周長為

例 15：如圖，銳角三角形 ABC 中， $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$ ，小靖依下列方法作圖：

(1)作 $\angle A$ 的角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D 點

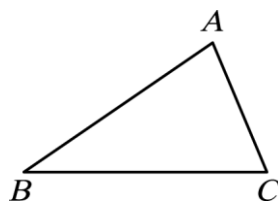
(2)作 $\overline{AD}$ 的中垂線交 $\overline{AC}$ 於 E 點

(3)連接 $\overline{DE}$

根據他畫的圖形，判斷下列關係何者正確？

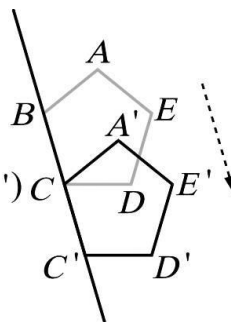
(A) $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ (B) $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ (C) $\overline{CD} = \overline{DE}$ (D) $\overline{CD} = \overline{BD}$ 。

Ans：_____

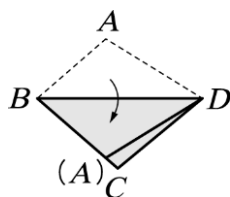


例 16：如圖，將五邊形 $ABCDE$ 沿直線 BC 往下平移，使得新五邊形 $A'B'C'D'E'$ 的頂點 B' 與 C 點重合。若 $\angle A = 103^\circ$ ， $\angle E = 110^\circ$ ， $\angle D = 113^\circ$ ， $\angle B = 115^\circ$ ，則 $\angle A'CD$ (B') $C = ?$ (A) 30° (B) 32° (C) 34° (D) 36° 。

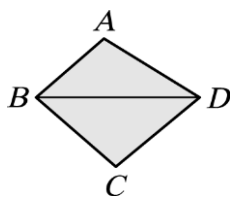
Ans：_____



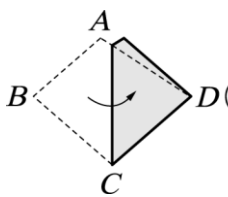
例 17：如圖(一)，將某四邊形紙片 $ABCD$ 的 $\overline{AB}$ 向 $\overline{BC}$ 方向摺過去 (其中 $\overline{AB} < \overline{BC}$)，使得 A 點落在 $\overline{BC}$ 上，展開後出現摺線 $\overline{BD}$ ，如圖(二)。將 B 點摺向 D ，使得 B 、 D 兩點重疊，如圖(三)，展開後出現摺線 $\overline{CE}$ ，如圖(四)。根據圖(四)，判斷下列關係何者正確？(A) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (B) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (C) $\angle ADB = \angle BDC$ (D) $\angle ADB > \angle BDC$ Ans：_____



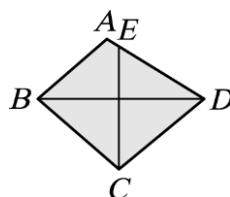
圖(一)



圖(二)

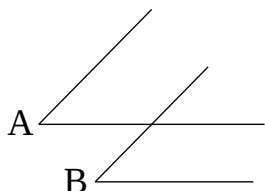


圖(三)

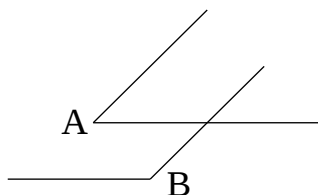


圖(四)

9. (1)若 $\angle A$ 和 $\angle B$ 的兩邊互相平行，則 $\angle A$ 和 $\angle B$ 會_____

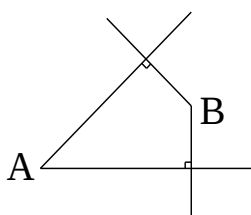


$$\Rightarrow \angle A = \angle B$$

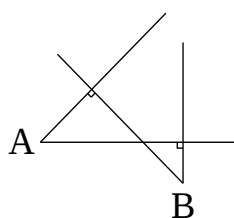


$$\Rightarrow \angle A + \angle B = 180^\circ$$

(2)若 $\angle A$ 和 $\angle B$ 的兩邊互相垂直，則 $\angle A$ 和 $\angle B$ 會_____

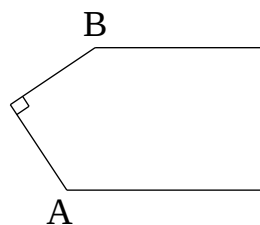
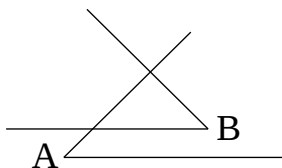
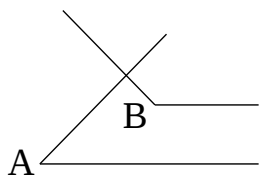


$$\Rightarrow \angle A + \angle B = 180^\circ$$



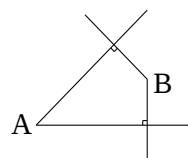
$$\Rightarrow \angle A = \angle B$$

(3)若 $\angle A$ 和 $\angle B$ 有一邊互相平行，另一邊互相垂直，則

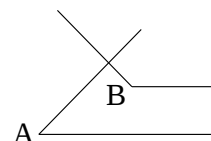


例 1：設 $\angle A$ 與 $\angle B$ 之和為 90° ， $\angle A$ 的 4 倍與 $\angle B$ 互補，若 $\angle C$ 的兩邊平行於 $\angle A$ 的兩邊，則 $\angle C =$ _____度

例 2：如右圖，設 $\angle A$ 和 $\angle B$ 的兩邊互相垂直，若 $\angle A = 38^\circ$ ，則 $\angle B =$ _____ 度



例 3：如右圖，設 $\angle A$ 和 $\angle B$ 有一邊互相平行，另一邊互相垂直，若 $\angle A = 35^\circ$ ，則 $\angle B =$ _____ 度

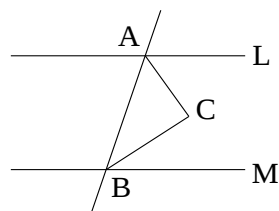
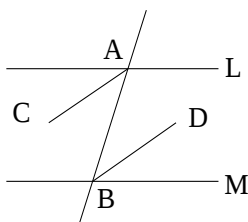
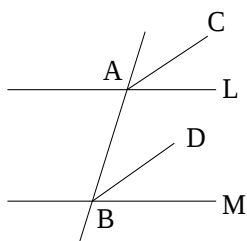


10. 兩平行線被一直線所截，則：

(1) 一組同位角的平分線會 _____

(2) 一組內錯角的平分線會 _____

(3) 一組同側內角的平分線會 _____



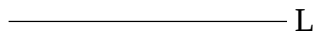
11. 平行線的尺規作圖：

已知：直線 L 及線外一點 P



求作：過 P 點作一直線平行 L

作法：



12.