

重點 1：最簡分數

1. 負分數表示法：對於 a 、 b 兩個正整數， $\frac{-b}{a} = \frac{b}{-a} = -\frac{b}{a}$

2. 等值分數的意義：

(1) 將一個正分數的分子和分母，同時乘以一個正整數，或同時除以分子、分母的公因數，所得到的值和原來分數的值相等。

(2) 將一個負分數的分子和分母，同時乘以一個不為 0 的整數，或同時除以分子、分母的公因數，所得到的值也會和原來分數的值相等。

註：**擴分**：將一個分數的分子和分母同時乘以非零的數，這個過程稱為擴分

約分：將一個分數的分子和分母同時除以它們的公因數，這個過程稱為約分

⇒ 經擴分、約分後的分數和原來分數的值相等

3. 最簡分數：當一個分數的分子和分母互質時，這個分數稱為**最簡分數**

註：將一個分數的分子和分母，同時除以它們的最大公因數，所得到的分數就是**最簡分數**

例 1.1：下列哪一個選項與其它選項不相同？

(1) $(-7) \div 4$ (2) $-(7 \div 4)$ (3) $7 \div (-4)$ (4) $\frac{4}{-7}$

Ex1.1：下列哪一個選項與其它選項不相同？

(1) $5 \div (-2)$ (2) $\frac{-2}{5}$ (3) $-(5 \div 2)$ (4) $\frac{5}{-2}$

例 1.2：下列哪一個選項與其它選項不相同？

(1) $\frac{-6}{8}$ (2) $-\frac{3}{4}$ (3) $(-4) \div 3$ (4) $\frac{9}{-12}$

Ex1.2：下列哪一個選項與其它選項不相同？

(1) $\frac{3}{5}$ (2) $(-5) \div (-3)$ (3) $\frac{-10}{-6}$ (4) $10 \div 6$

例 1.3：判斷下列各分數是否為最簡分數，如果不是，請化成最簡分數：

$$(1) \frac{45}{60} \quad (2) -\frac{36}{90} \quad (3) \frac{16}{-81} \quad (4) \frac{-21}{91}$$

Ex1.3：判斷下列各分數是否為最簡分數，如果不是，請化成最簡分數：

$$(1) \frac{27}{-6} \quad (2) \frac{-35}{91} \quad (3) \frac{32}{43} \quad (4) -\frac{27}{71}$$

重點 2：分數的比較大小

1. 通分：若兩個分數的分母不同，則可利用約分或擴分，把它們化為同分母的分數，這樣的過程稱為通分

2. 分數的比較大小：

在比較幾個正分數的大小時，可以利用約分或擴分，把它們的分母或分子化為相同的正整數，再做比較大小

3. 分數比較大小的準則：

(1) 當分母相同時比較分子，若分子愈大，則該正分數愈大

(2) 當分子相同時比較分母，若分母愈小，則該正分數愈大

(3) 絕對值越大的負分數，其值越小

註：(1)(2)的運用，即若化為同分母的過程較困難時，應改成化為同分子，再比較它們的大小

4. 分子、分母加上等量的分數比較大小：

設 a, b, m 皆為正整數，且 $a > b$ ，則：

$$(1) \frac{b}{a} < \frac{b+m}{a+m} \quad (\text{真分數加後變大}) \quad (2) \frac{a}{b} > \frac{a+m}{b+m} \quad (\text{假分數加後變小})$$

例 2.1：(1) 將 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{5}{6}$ 三個分數的分母化為相同的正整數，並比較它們的大小

(2) 將 $\frac{2}{7}$ 、 $\frac{3}{13}$ 、 $\frac{5}{23}$ 三個分數的分子化為相同的正整數，並比較它們的大小

Ex2.1：(1)試比較 $\frac{3}{5}$ 與 $\frac{6}{11}$ 的大小

(2)試比較 $\frac{7}{15}$ 、 $\frac{15}{23}$ 、 $\frac{27}{35}$ 的大小

(3)試比較 $\frac{19}{6}$ 、 $\frac{49}{36}$ 、 $\frac{99}{86}$ 的大小

例 2.2：試比較下列各組數的大小：

(1) $-\frac{2}{3}$ 與 $-\frac{3}{5}$

(2) $-1\frac{1}{2}$ 、 $-1\frac{2}{3}$ 與 $-1\frac{3}{4}$

Ex2.2：試比較下列各組數的大小：

(1) $-\frac{2}{3}$ 、 $-\frac{3}{4}$ 、 $-\frac{5}{6}$

(2) $-2\frac{5}{7}$ 、 $-2\frac{2}{3}$

(3) $-\frac{5}{7}$ 、 $-\frac{9}{13}$

(4) $-2\frac{1}{7}$ 、 $-2\frac{8}{15}$

(5) $-3\frac{1}{5}$ 、 $-4\frac{1}{2}$

重點 3：分數的加減

1. 任意幾個分數做加減運算時，其規則有：

(1) 若**分母相同**，則分母不變，分子直接相加或相減

(2) 若**分母不同**，則先通分化成相同分母後，分子再相加或相減

註：正分數、負分數的加減運算，其規則相同

2. 運用整數運算的去括號規則：

(1) 若括號前是「+」號，則去括號後原括號內的+、-不變，即+(+)得+，+(-)得-

(2) 若括號前是「-」號，則去括號後原括號內的+、-變號，即-(+)得-，-(-)得+

3. 帶分數做加減運算時，將帶分數化成假分數，再將整數部分、與分數部分先分別做運算，再合併(或可化為假分數)

例 3.1：計算下列各式的值：(分母相同)

$$(1) \left(-\frac{7}{5}\right) + \left(-\frac{9}{5}\right)$$

$$(2) \left(-\frac{7}{8}\right) - \left(-\frac{3}{8}\right)$$

Ex3.1：計算下列各式的值：

$$(1) \left(-\frac{7}{3}\right) + \frac{2}{3}$$

$$(2) \left(-\frac{9}{4}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right)$$

例 3.2：計算下列各式的值：(分母不相同)

$$(1) \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{1}{3}$$

$$(2) \left(-\frac{5}{6}\right) - \frac{11}{8}$$

$$(3) \frac{3}{5} - \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right)$$

Ex3.2：計算下列各式的值：

$$(1) \left(-\frac{7}{12}\right) + \frac{3}{8}$$

$$(2) \frac{2}{3} - \frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{6}\right)$$

例 3.3：計算下列各式的值：(去括號)

$$(1) \frac{1}{7} + \left(-\frac{1}{7} - \frac{2}{9}\right)$$

$$(2) \left(-\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)$$

Ex3.3：計算下列各式的值：(去括號)

$$(1) \frac{15}{91} + \left(-\frac{8}{91} - \frac{12}{13}\right)$$

$$(2) \frac{34}{99} - \left(\frac{7}{99} - \frac{7}{22}\right)$$

例 3.4：計算 $(-2\frac{3}{4})+1\frac{2}{7}$ 的值。(假分數的加減法)

Ex3.4：計算下列各式的值：

$$(1) -3\frac{1}{4} - 5\frac{1}{2}$$

$$(2) (-2\frac{1}{6}) + 1\frac{2}{9} - (-1\frac{1}{3})$$

重點 4：分數加法的交換律、結合律

設 a, b, c 三分數，則其加法具交換律與結合律：

1. 加法的交換律： $a+b=b+a$
2. 加法的結合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$

例 4.1：計算下列各式的值：

$$(1) \frac{13}{19} + [(-\frac{10}{13}) + \frac{6}{19}]$$

$$(2) [(-3\frac{1}{2}) + \frac{6}{7}] + (-\frac{1}{2})$$

Ex4.1：計算下列各式的值：

$$(1) \frac{37}{10} + [(\frac{-19}{13}) + (\frac{-37}{10})]$$

$$(2) (-\frac{49}{9}) + 2\frac{3}{4} + \frac{22}{9}$$

例 4.2：某次段考試題，數學及格的人數占全班人數的 $\frac{4}{7}$ ，英語及格的人數占全班人數的 $\frac{2}{3}$ ，兩科都

及格的人數占全班人數的 $\frac{10}{21}$ ，則：

- (1)至少有一科及格的人數占全班人數的幾分之幾？
- (2)兩科都不及格的人數占全班人數的幾分之幾？
- (3)英語及格，但數學不及格的人數占全班人數的幾分之幾？
- (4)數學及格，但英語不及格的人數占全班人數的幾分之幾？

Ex4.2：某班學生中，喜歡數學的占 $\frac{2}{3}$ ，喜歡國文的占 $\frac{3}{4}$ ，兩科都喜歡的占 $\frac{1}{2}$ ，則：

- (1)喜歡數學或喜歡國文的占全班人數的幾分之幾？
- (2)數學與國文都不喜歡的占全班人數的幾分之幾？
- (3)喜歡數學，但不喜歡國文的占全班人數的幾分之幾？
- (4)喜歡國文，但不喜歡數學的占全班人數的幾分之幾？